

# 基于 PRDT 的 16 节点 NoC 路由算法

段新明<sup>1</sup>, 杨愚鲁<sup>1</sup>, 杨 梅<sup>2</sup>

(1. 南开大学信息技术科学学院, 天津 300071; 2. 美国内华达大学电子&计算机工程学院, 拉斯维加斯 NV89154)

**摘要:** 网络结构对于片上网络系统的性能和功耗发挥着重要作用, PRDT(2,1)有着较低的网络直径和平均距离、常数的节点度以及良好的可扩展性, 这些特点使其非常适于 NoC。为了提高小规模 PRDT 的路由性能, 该文提出了一种 binary 路由算法, 当网络规模不大于 16 时, 该算法无须使用虚拟通道即可实现无死锁路由, 通过增加少量虚拟通道, 可改进为完全自适应路由算法。对所提出的路由算法与原有的向量路由算法进行仿真比较, 结果显示 binary 算法在硬件成本较低的同时, 性能更为优异, 完全可以应用于基于 PRDT 的小规模 NoC 网络。

**关键词:** 片上网络; PRDT 网络; 路由算法; 无死锁

## NoC Routing Algorithm Based on 16-node PRDT

DUAN Xinming<sup>1</sup>, YANG Yulu<sup>1</sup>, YANG Mei<sup>2</sup>

(1. College of Information Technical Science, Nankai University, Tianjin 300071;

2. College of Electrical & Computer Engineering, University of Nevada, Las Vegas NV89154)

**【Abstract】** The interconnection network plays an important role in performance and energy consumption of a Network-on-chip(NoC) system. PRDT(2,1) is a promising solution for the interconnection network of NoC due to its smaller diameter and average distance, constant node degree and full scalability. In this paper, a binary routing algorithm for PRDT is presented in order to improve the performance of routing for PRDT with small size. In the case that PRDT consists of no more than 16 nodes, the binary algorithm is deadlock-free without the utilization of virtual channels. Based on the binary algorithm, it proposes a fully adaptive routing algorithm which is deadlock-free by using a few virtual channels. The comparison between the deterministic, adaptive binary algorithm and the original vector algorithm is conducted in a simulation. The results show that the binary algorithm is better in performance while its hardware cost is lower. So the algorithm is readily applicable to the small PRDT-based NoC systems.

**【Key words】** Network-on-chip(NoC); PRDT network; Routing algorithm; Deadlock-free

根据 ITRS(International Technology Roadmap for Semiconductors)的报告,截止至 2012 年半导体芯片将可以集成 4 亿门,工作频率达到 10GHz。半导体技术的快速发展使在单一芯片上集成多个处理单元成为可能,为此面向通信的 NoC(Network on Chip)技术被提出,利用互连网络技术解决日益复杂的芯片集成问题。

在已提出的各种 NoC 结构中, PRDT(2,1)(Perfect Recursive Diagonal Torus)网络<sup>[1]</sup>以其出色的网络性能在 NoC 应用中成为一种非常有潜力的网络方案<sup>[2]</sup>。PRDT(2,1)网络在规模不大于 16 时具有很多良好的特性,本文提出了一种基于 PRDT 网络的 16 节点 NoC binary 路由算法,这一算法采用二进制计算进行路由决策,降低了路由决策的时间,同时不同于原有的 vector 路由算法,这一算法不需要使用虚拟通道,就可实现无死锁路由。为了进一步提高这一算法的性能,本文对这一算法进行了自适应设计,以实现在 PRDT 各维之间的完全自适应路由。

### 1 PRDT(2,1)网络结构

PRDT 网络结构是由多个 torus 网在对角线方向递归地重叠而构成的<sup>[1]</sup>。

如图 1 所示, PRDT(2,1)是由基准 torus 即 rank-0 torus 和对角线方向 torus 即 rank-1 torus 构成,每个节点含有 5 或 8 个连接,其中 4 个连接属于 rank-0 torus,另外 1 或 4 个连接连接属于 rank-1 torus。

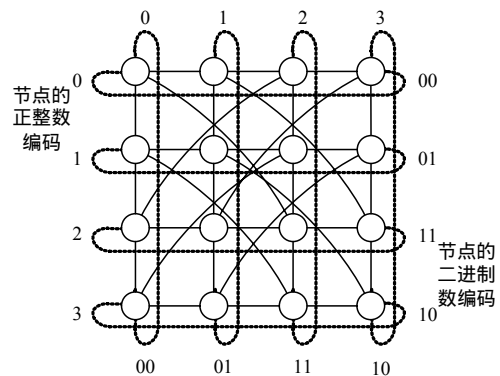


图 1 16 节点 PRDT(2,1)

PRDT(2,1)采用 vector 路由算法,算法将源节点到目标节点的路径分解为由各层 rank 上的单位向量所组成的表达式,假设源节点到目标节点被表示为向量  $\vec{A}$ 。其中,  $\vec{A} = a\vec{X}_0 + b\vec{Y}_0$ ,  $\vec{X}_0$  和  $\vec{Y}_0$  是 rank-0 上的单位向量。将向量  $\vec{A}$  用 rank-0 上的单位向量  $\vec{X}_0$ 、 $\vec{Y}_0$  以及 rank-1 上的单位向量  $\vec{X}_1$ 、 $\vec{Y}_1$  表示,可得  $\vec{A} = a_1\vec{X}_1 + b_1\vec{Y}_1 + a_0\vec{X}_0 + b_0\vec{Y}_0$ , 使  $a_1 + b_1 + a_0 + b_0$  取最小

**作者简介:** 段新明(1970 -),男,博士生,主研方向:并行机系统结构,可重构系统,片上网络;杨愚鲁,教授、博导;杨 梅,博士、副教授

**收稿日期:** 2006-11-15 **E-mail:** duanxm@eyou.com

值的  $a_1, b_1, a_0, b_0$  即为 PRDT(2,1) 在各个单位向量上的路由。

PRDT(2,1) 向量路由算法采用了 2 种策略以避免死锁。首先为了避免同一维内发生死锁, 算法将每一个物理通道分为 2 个虚拟通道(0 和 1), 当目标节点编号大于当前节点时, 使用 1 通道, 否则使用 0 通道; 其次为了避免在不同维之间发生死锁, 算法采用了 e-cube 的思想, 路由将按照  $X_1$ 、 $Y_1$ 、 $X_0$ 、 $Y_0$  的顺序依次进行。

## 2 一种 16 节点 PRDT(2,1) 确定性路由算法

本节将提出网络规模不大于 16 时的 PRDT(2,1) binary 路由算法, 这一算法首先需要将 PRDT(2,1) 网络中的各个节点使用二进制数重新编号, 如图 1 右下所示。将图 1 中各个节点的 x 坐标和 y 坐标合并, 产生一个 4 位二进制数编码, 如下所示:

```
0000 0100 1100 1000
0001 0101 1101 1001
0011 0111 1111 1011
0010 0110 1110 1010
```

规模为 16 的 PRDT(2,1) 中给定任意一个节点  $d_3d_2d_1d_0$ , 其通过通道  $chnl_4$ 、 $chnl_3$ 、 $chnl_2$ 、 $chnl_1$ 、 $chnl_0$  分别与节点  $\bar{d}_3\bar{d}_2\bar{d}_1\bar{d}_0$ 、 $\bar{d}_3d_2d_1d_0$ 、 $d_3\bar{d}_2d_1d_0$ 、 $d_3d_2\bar{d}_1d_0$ 、 $d_3d_2d_1\bar{d}_0$  邻接。根据上述性质, 本文提出了 binary 路由算法, 它使用二进制计算代替了 vector 路由算法中较复杂的向量计算, 16 规模 PRDT(2,1) binary 路由算法描述如下。

```
Algorithm Binary Routing ( $X_cY_c, X_dY_d$ ):
//  $X_cY_c$  为当前节点坐标,  $X_dY_d$  为目标节点坐标
begin
w ←  $X_cY_c$  XOR  $X_dY_d$ 
if CountBit(w) = 0 then channel ← internal
// CountBit(w) 统计 w 中值为 1 的 bit 个数
if CountBit(w) > 2 then channel ←  $chnl_4$ 
if CountBit(w) ≠ 0 and CountBit(w) ≤ 2 then
i ← SelBit1(w)
// 取二进制数 w 中值为 1 的最高位编号
channel ←  $chnl_i$ 
endif
end
```

PRDT(2,1) 二进制路由算法不需要进行无死锁设计, 它具有天然的反死锁特性, 在引出无死锁相关引理之前, 先介绍几个定义。

**定义 1** 给定互连网络 I, 存在 2 个通道  $c_i, c_j \in C$ , 如果在给定的路由算法 R 下, 存在一个路径, 消息在离开  $c_i$  后立刻进入  $c_j$ , 则称  $c_i$  到  $c_j$  存在通道相关。

**定义 2** 给定互连网络 I 及路由算法 R, R 的通道相关图 (Channel Dependency graph) 是一个有向图  $D=G(C, E)$ 。其中, C 为 I 中所有通道的集合,  $c_i, c_j \in C$ , 并且如果  $c_i$  到  $c_j$  存在通道相关, 则通道对  $\langle c_i, c_j \rangle \in E$ 。

**引理** 给定互连网络 I, 如果由路由算法 R 定义的通道相关图 D 中不存在环路, 则 R 是无死锁的。证明: Duato 在文献[3]中证明了引理。

**定理 1** 确定性 binary 路由算法是无死锁的。

证明

(1) 算法在同一维内不会发生死锁。

1) 16 节点 PRDT(2,1) rank-1 上的每一个环绕网只有 2 个节点, 算法在 rank-1 维不会发生死锁。

2) rank-0 上 X 维如图 2(a) 所示, binary 路由算法在 rank-0 X 维

的通道相关图如图 2(b) 所示, 因为通道相关图是无环的, 由引理可知, 算法在 rank-0 上 X 维不会发生死锁。

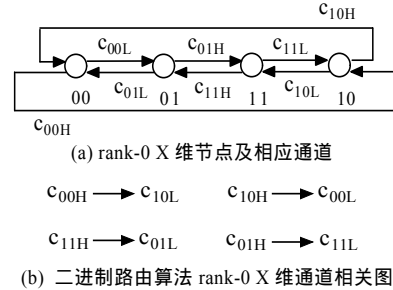


图 2 有关 rank-0 的 X 维图

3) 与 X 维相似, 算法在 rank-0 上 Y 维不会发生死锁。根据 1)~3) 可知(1)成立。

(2) 算法在各维之间不会发生死锁。binary 算法根据编码的差异位由高至低进行路由, 由于节点编码 X 为高位、Y 为低位, 路由顺序为 rank-1、rank-0 X、rank-0 Y, 因此 binary 路由算法完全符合 e-cube 思想, 各维之间不会发生死锁。

(3) 根据(1)、(2)可知 binary 路由算法是无死锁的。

## 3 16 节点 PRDT(2,1) 自适应 Binary 路由算法

本文在确定性 binary 路由算法的基础上提出了一种完全自适应 binary 路由算法, 这一算法首先需要增加如下的虚拟通道。

(1) 在 rank-0 Y 方向的高位和低位物理通道  $chnl_1$ 、 $chnl_0$  上分别建立虚拟通道  $chnl_{10}$ 、 $chnl_{11}$ 、 $chnl_{00}$ 、 $chnl_{01}$ 。

(2) 在 rank-1 物理通道  $chnl_4$  上建立虚拟通道  $chnl_{40}$ 、 $chnl_{41}$ 。

每个消息内需要增加一个标志域 routed, routed 占 1 个 bit, 初值为 0, 当消息的路由大于等于 1 个 hop 时, routed 置为 1。将消息在 rank-0 X 维的路由方向分为 0、1 两个方向, 路由的方向如图 3 所示, 网络中每一个节点在 rank-0 X 维有 2 个物理通道  $chnl_3$ 、 $chnl_2$ , 其对应的方向可通过下面的算法计算。

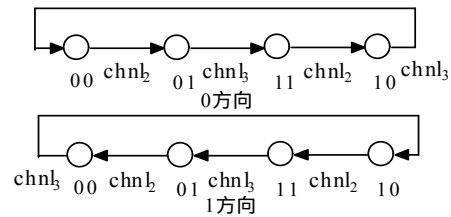


图 3 rank-0 X 维路由方向

**算法** 方向  $j = \text{FirstBit}(X_c) \text{ XOR } \text{SecondBit}(X_c) \text{ XOR } F_{chnl}$ , 其中  $\text{FirstBit}(X_c)$  为通道所在节点 X 坐标的高位,  $\text{SecondBit}(X_c)$  为通道所在节点 X 坐标的低位,  $F_{chnl}$  为一位 2 进制数, 其值为 1 时表示通道  $chnl_3$ , 其值为 0 时表示通道  $chnl_2$ 。

```
Algorithm Binary Adaptive Routing ( $X_cY_c, X_dY_d$ ):
begin
w ←  $X_cY_c$  XOR  $X_dY_d$ 
wX ←  $X_c$  XOR  $X_d$ 
wY ←  $Y_c$  XOR  $Y_d$ 
if CountBit(w) = 0 then
channel ← internal
else
Flag[AllChannels] ← 0
// 将当前节点所有通道的标志位清 0
```

```

k ← Message.routed
j ← Direction(Xc,w)
// Direction 函数利用公式 4.1 计算方向 j
if CountBit(w) > 2 then Flag[chnl4k] ← 1
if CountBit(w) = 3 then
i ← SelBit0(w)
// SelBit0 取二进制数 w 中等于 0 的位编号
Flag[chnlij] ← 1
endif
if CountBit(w) ≤ 2 and CountBit(wX) ≠ 0 then
i ← SelBit1(wX)
Flag[chnli+2] ← 1
endif
if CountBit(w) ≤ 2 and CountBit(wY) ≠ 0 then
i ← SelBit1(wY)
Flag[chnlij] ← 1
endif
Channel ← SelectOne(chnle|Flag[chnle]=1,chnle AllChannels) //
选择一条标志位为 1 的通道路由
Message.routed ← 1
endif
end

```

**定理 2** 自适应 Binary 路由算法是无死锁的。

**证明**

(1) 算法在各维内不会发生死锁。同上一节的证明。

(2) 算法在各维之间不会发生死锁。

1) 算法将 X 维通道按照方向 0、1 划分为 Xd0、Xd1 共 2 组通道，Y 维通道被分为 4 组，分别是 chnl10、chnl11、chnl00、chnl01。由通道 Xd0、chnl10、chnl00 可构成 1 个虚拟网络，由通道 Xd1、chnl11、chnl01 可构成另 1 个虚网络，这 2 个虚拟网络是不连接的，并且消息可以在这两个虚拟网络上分别无死锁路由，根据 Linder, harden<sup>[4]</sup> 提出的理论，算法在 rank-0 X 维和 Y 维之间不会发生死锁。

2) rank-1 维通道 chnl4 分为 chnl40、chnl41 两组虚拟通道，路由起始时使用 rank-1 维通道的消息被分配 chnl40 通道，从其它维转入 rank-1 维的消息则被分配 chnl41 通道，由于 rank-1 维通道在路径中最多被使用 1 次，因此算法在 rank-1 维与 rank-0 维之间不会发生死锁。

根据 1)、2)，算法在各维之间不会发生死锁。

(3) 根据(1)、(2)自适应 Binary 算法是无死锁的。

#### 4 仿真与分析

本节对确定性 binary 算法以及自适应 binary 算法进行仿真试验，由图 4 和图 5 可以看到，确定性 binary 路由算法和 vector 算法的传输时延是基本相同的，在实际应用中，由于二进制计算比向量分解计算更简单，因此 binary 算法的性能会有一定提高。

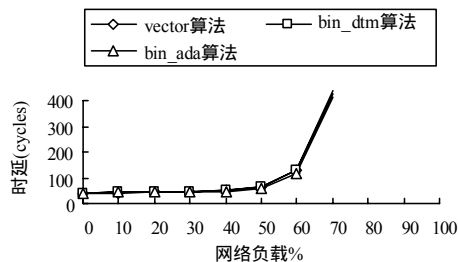


图 4 网络流量均匀分布时各算法的性能

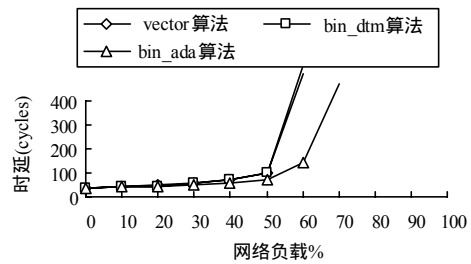


图 5 网络流量不均时各算法的性能

自适应 binary 路由算法在网络流量均匀分布的情况下的性能如图 4 所示，其传输时延和网络饱和的条件与 vector 算法基本相同，在网络流量不均匀的情况下如图 5 所示，自适应 binary 算法的传输时延更低、网络饱和也更晚。在流量不均衡时，网络中的某些节点和链路由于更多地被使用而成为“热点”，“热点”会降低确定性算法的性能，而自适应算法由于能够更充分地利用较空闲的链路，减少“热点”的出现，因此会有更好的性能。

binary 路由算法与 vector 路由算法实现无死锁所需要的通道数量如表 1 所示，确定性 binary 算法不需使用虚拟通道即可实现无死锁路由，其所需的虚拟通道数是最少的。自适应 binary 算法实现了在 PRDT 各维之间完全自适应路由，但其使用的虚拟通道数依然低于确定性路由的 vector 算法。在路由算法中使用更少的虚拟通道将意味着在 NoC 系统中使用更少的缓冲器，根据 Banerjee<sup>[5]</sup> 所做的实验，在所有 NoC 组件之中，缓冲器的面积和功耗所占比例是最高的，虚拟通道的减少可以明显地降低 NoC 系统硅片面积消耗以及功耗，binary 路由算法为实现低成本的 NoC 应用提供了一种较好的解决方案。

表 1 vector 算法与 binary 算法的成本比较

	vector 算法	确定性 binary 算法	自适应 binary 算法
rank-1 通道	16	16	16×2
rank-0 X 通道	32×2	32	32
rank-0 Y 通道	32×2	32	32×2
总通道数	144	80	128

#### 5 总结

PRDT 网络由于其较低的网络直径以及固定的节点度而成为一种深具潜力的 NoC 网络方案，为了进一步提高其在小规模 NoC 应用中的性能，因此本文提出了一种 16 节点 PRDT binary 路由算法，该算法在不使用虚拟通道的情况下实现了无死锁路由，并且其传输时延不高于 vector 路由算法。针对典型的 NoC 应用中网络流量分布不均衡的情况，本文进一步提出了自适应 binary 路由算法，该算法能够在 PRDT 网络各维之间实现完全自适应路由，在流量不均衡的情况下，其性能优于 vector 算法，并且其使用的虚拟通道数也低于确定性的 vector 算法。总之，binary 路由算法因其较低的成本以及较高的性能，完全可以在采用 PRDT 结构的小规模 NoC 网络中得到应用。

#### 参考文献

- 1 Yang Y, Funahashi A, Jouraku A. Recursive Diagonal Torus: An Interconnection Network for Massively Parallel Computers[J]. IEEE Trans. on Parallel and Distributed Systems, 2001, 12(7): 701-715.
- 2 Yu Y, Yang M, Yang Y, et al. A RDT-based Interconnection Network for Scalable NoC Designs[C]//Proc. of IEEE ITCC. 2005.

(下转第 18 页)