股票收益独立性对可转换债券定价的影响

杜一鸣 (上海交通大学安泰管理学院,上海 200030)

摘要 在我国利用布莱克–休斯期权模型对可转换债券中的期权价值进行定价得到了广泛应用,但股票收益率独立性是模型成立的必要条件。笔者给出了收益率与股价存在相关的情形下布莱克–休斯期权模型的修正形式,通过对样本股票的进一步实证研究表明,直接应用布莱克–休斯期权模型会高估中国可转换债券的价格。

关键词 布莱克–休斯期权模型;独立同分布;可转换债券
中图分类号 F832.5　　文献标识码 A　　文章编号 0517-6611(2006)24-6630-03

Impact of Return Independence on Convertibly Pricing

DU Yi-ming (Aetna School of Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

Abstract The Black-Scholes model is widely applied the option of the price contained in convertible bonds. The independence and identical distribution (i.d.d.) of stock return is prerequisite of Black-Scholes option model. In this article it was a trial to establish the modified Black-Scholes option model without the independence prerequisite and the resulr was found that Black-Scholes option model with independence prerequisite would overprice the convertible bonds after an empirical analysis.

Key words Black-Scholes model; Independent and identical distribution; Convertible

可转换债券是一种复杂的信用衍生产品。一般认为可转换债券由普通债券和以股票为标的资产的一系列期权组成。国内外对中国可转换债进行精确定价时,大多将可转换债券简单地归结为普通债券和美式看涨期权的集合体,综合利用金融工程学的一些基本原理和方法。

最早研究可转债定价问题的 Brennan 和 Schwartz 以及 Ingersoll 通过分析公司市场价值的随机过程来研究可转换债券的定价[1,2]。他们的研究是针对股份全流通而且市场监管比较健全的国家提出来的。我国的股票市场存在着国有非流通股和流通股的严格区分,二者的市场定价不一样,股东所追求的目标也不一致。此时,市值就无法全部反映公司的价值。因此,这种分析方法并不合适。在中国,由于可转债的发展尚处在初级阶段,国内对它的研究也严重缺乏。在我国,自从上海证券交易所发行了第一个转换债券品种——机场转债以来,可转换债券的定价受到了学者及实务界越来越多的关注。Wu 对可转债发行在政府国有股减持中的作用进行了分析[3]。杨如彦等对可转换债券的融资特点以及定价方法做了比较系统的阐述[4]。王晓东对中国可转债投资价值的分析等[5]。郑振龙和林海直接分析可转换债券的标的资产,即公司的股票价格所遵循的随机过程,为可转换债券定价[6]。他们利用金融工程学的基本原理和方法,构造了中国可转换债定价的具体模型,对中国的可转换债券的合理价格进行研究。在计算过程中,他们主要利用 BS 期权定价公式,并将我国可转换债券的价格和由 BS 期权定价公式计算得到的理论价值相比,结果两者存在较大的差异,得到结论:我国可转换债券的价值明显被低估。笔者针对在可转换债券定价过程中 BS 期权定价公式的使用前提进行研究,得到的结论是我国可转换债券的标的股票收益率存在一定程度的自相关,因此不能使用 BS 期权公式定价。同时提出不要求股票收益率独立性的自回归期权定价模型适用于我国可转换债券的定价。

基金项目 上海市哲学社会科学规划课题(编号:2004BJB014)。
作者简介 杜一鸣(1981-),女,山东滨州人,在读硕士,研究方向:合约理论。
收稿日期 2006-09-18

1 标准的 BS 期权定价模型

1.1 基本假设 ①股票价格遵循几何布朗运动(Geometric Brownian Motion)

$$dS=\mu S\cdot dt+\sigma S\cdot dx \tag{1}$$

式中,μ 代表股票的收益率,σ 代表股票价格波动率,dz 为维纳过程,S 代表股票价格,t 为到期期间。②允许使用全部所得卖空衍生证券。③没有交易费用或税收。④在股票期权的有效期内没有红利支付。⑤不存在无风险套利机会。⑥所有证券交易是连续的。⑦无风险利率为 R_f 且对所有的到期日都相同。

1.2 BS 期权定价推导及公式[7] 在以上 7 条前提假设成立的情况下,令股价为 S_0,履约价格为 K,价格波动率为 σ,到期期间为,无风险利率为 R_f。

根据期权的性质,若 t 时刻股价 St 大于执行价格 K 时,期权价格所有者的收益为(St-K);若 St 小于执行价格 k 时,期权的收益为 0。因此,期权的当前价格就是未来收益的贴现值:

$$C_0=e^{-R_f t}E\{max(S_t-K),0]\}=e^{-R_f t}\int_{S_t=X}^{+\infty}[S_T-K]f(z)dz \tag{2}$$

在 BS 期权定价公式的推导过程中,第一条关于股价运动的假设是关键所在,即股票价格遵循几何布朗运动。该假设的前端假设是股票价格的对数遵循布朗运动:

$$d\ln S=\mu dt+\sigma dx \tag{3}$$

根据 Ito 引理(Ito lemma)和对数正态分布的性质,可以推导出股票价格遵循几何布朗运动:

$$\ln S_t-\ln S_0\sim N[(R_f-\frac{1}{2}\sigma^2)t,\sigma^2 t] \tag{4}$$

进一步期权价格为:

$$C_0=e^{-R_f t}\int_{[\ln X/S_0-(R_f-\frac{1}{2}\sigma^2)t]/\sigma\sqrt{t}}^{+\infty}[S_t-K]f(z)dz$$

令 $d=\left[\ln S_0/K-\left(R_f-\frac{1}{2}\sigma^2\right)t\right]/\sigma\sqrt{t}$,则:

$$C_0=S_0\int_{-d}^{+\infty}e^{z\sigma\sqrt{t}-\frac{1}{2}\sigma^2 t}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-z^2/2}dz-Ke^{-R_f t}\int_{-d}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-z^2/2}dz$$

$$=S_0N(d+\sigma\sqrt{t})-Ke^{-R_f t}N(d)$$

这便是 BS 期权定价公式,经整理:

$$C_0=S_0N(d+\sigma\sqrt{t})-Ke^{-R_ft}N(d)$$

$$d=\left[\ln S_0/K-\left(R_f-\frac{1}{2}\sigma^2\right)t\right]/\sigma\sqrt{t} \qquad (5)$$

在推导过程中，几何布朗运动的假设不但确定了股票价格与时间的关系，还隐含着另一条重要的假设条件，即股票收益率独立同分布。如果股价收益率不遵循独立同分布的布朗运动，那么就无法推导出股票价格遵循几何布朗运动，也就得不到公式(4)的关系。这时不满足第一条假设，后面对 BS 期权定价公式的推导就是无意义的。

2　自回归情形下对 BS 期权定价模型的修正

BS 期权定价公式的假设(4)可以变形为：

$$\ln S_t=a+\ln S_{t-1}+e_n \qquad (6)$$

其中，e_n 服从均值为 0、方差为 $\frac{\sigma}{N}$ 的正态分布(N=252)。

该式的一般形式为：

$$\ln S_t=a+b\ln S_{t-1}+e_n \qquad (7)$$

当 b=1 时，股票收益率服从正态分布，这便是 BS 期权定价公式；当 $b\neq1$ 时，时间序列的股票收益率存在某种相关性，失掉了独立性。于是，引入 b 值放宽了在 BS 期权定价公式中对股票收益率独立分布的要求。

对该式进行叠代，得到 $\ln S_t$ 与 $\ln S_0$ 的关系：

$$\ln St=\sum_{t=0}^{n-1}b^ie(n-i)+\frac{a(1-b^n)}{1-b}+b^n\ln S_0 \qquad (8)$$

经过计算，可得 $E(\ln S_t)=0$。$Va(\ln S_t)=\frac{\sigma^2(1-b^{2n})}{N(1-b^2)}$。于是，期权的期望收益为：

$$E\{\max(e^{\ln(S_t)}-K),0]\}=e^{m(n)+v(n)/2}\Phi(\sqrt{vn}-h)-K\Phi(-h)$$

其中，$m(n)=\frac{a(1-b^n)}{1-b}+b^ng$，$vn=\frac{\sigma^2(1-b^{2n})}{1-b^2}$，$h=\frac{\ln(K)-m(n)}{\sqrt{V(n)}}$

对期权的期望收益贴现即得期权的当前价格：

$$C_0=e^{-m/N}[e^{m(n)+v(n)/2}\Phi(\sqrt{vn}-h)-K\Phi(-h)] \qquad (9)$$

这便是自回归期权定价模型。利用自回归模型计算股票期权的方法可以计算并制定可转换债券的价格。根据可转换债券对应股票的市场价格时间序列最小二乘回归得到回归系数 a、b 和 e_n 服从正态分布的均值 v 和方差 σ^2，就可以计算出 L(n)服从正态分布的均值 m(n)和方差 V(n)，最终得到可转换债券包含的期权的价格。由于自回归模型(9)对股票收益率没有独立同分布的要求，所以，利用自回归模型方法计算的期权价格不受股票收益率分布的限制。

3　实证分析

3.1　实证方法设计　选取已上市的可转换债券，收集其标的股票价格，检验股票收益率的自相关性。利用自回归定价方法和 BS 期权定价方法分别制定可转换债券的价格，并比对这两种方法制定的价格。由于自回归定价方法不要求股票收益率的分布，所以若股票收益率自相关且两种方法计算的期权价格相差很大，那么就证明在自相关假设不成立的情况下利用 BS 期权定价将导致错误。

3.2　以营港转债(110317)为例　营港转债(110317)的转债股初始情况为：发行时间 2004 年 5 月 20 日；发行数量 7 亿；发行价格 100 元/张；到期日 2005 年 5 月 19 日；股票代码 600317；股票简称营口港；初始价格 10.35 元(资料来源于上海证券交易所)。

(1) 回归分析。数据取营口港从 2002 年 5 月 20 日到 2004 年 5 月 20 日的调整收盘价，进行最小二乘法回归得表1。

表 1　由 EVIEWS 生成的回归分析

	常数项	截距项
参数	0.037 54	0.983 50
标准误	0.019 64	0.085 12
t 值	1.911 40	115.544 00
概率	0	0.056 50

注：资料来源于上海证券交易所。样本容量 483。

则 $\ln(S_t)=0.037\,5+0.983\,5\times\ln(S_{t-1})+e(n)$。同时，服从正态分布的 e_n 的统计信息：a=0.037 5，b=0.983 5，e_n 的均值=-3.28 E-16，标准差=0.019 9，S(0)=8.68，g=ln(S₀)=2.161 0，N=252×5=1 260，R_f(5 年期国债利率)=0.026 3，K=10.35。

(2) 利用自回归模型计算转换权的期望价格及债券总价格。

计算 L(n)的均值、方差：

$$m(n)=\frac{0.037\,5\times(1-0.983\,5^{1260})}{1-0.983\,5}+0.983\,5^{1260}\times2.161\,0=2.274\,5$$

$$V(n)=\frac{0.019\,9^2(1-0.983\,5^{2\times1260})}{1-0.983\,5^2}=0.012\,1$$

$$h=\frac{\ln(10.35)-2.274\,5}{\sqrt{0.012\,1}}=0.566\,7$$

计算转换权的期望价格：

$$E\{e^{-m/N}[e^{m(n)+v(n)/2}\Phi(\sqrt{V(n)}-h)-K\Phi(-h)]\}$$
$$=e^{-0.025\,96\times1\,260/252}[e^{2.274\,5+0.012\,14/2}\Phi(\sqrt{0.012\,14}-0.566\,7)$$
$$-10.35\Phi(-0.566\,7)]$$
$$=0.189\,021\,707$$

计算债券利息贴现值

$$B_1=\frac{1.8}{1.026\,0}+\frac{2.1}{1.026\,0^2}+\frac{2.4}{1.026\,0^3}+\frac{2.5}{1.026\,0^4}+\frac{2.6}{1.026\,0^5}$$
$$+\frac{100}{1.026\,0^5}=98.331\,8$$

计算可转债的价格：

$B=E+B_1\times$转股比例$=0.189\,0\times9+98.331\,8=100.033\,0$

(3) 利用 BS 期权定价模型计算转换权的期望价格及债券总价格。

$$d=[\ln(8.68/10.35)+(0.026\,3-\frac{1}{2}0.100\,2)\times5]/\sqrt{0.100\,2\times5}$$
$$=0.416\,7$$

$$C_0=8.68N(-0.416\,7+\sqrt{0.100\,2\times5})-10.35e^{-0.026\,3\times5}N(-0.416\,7)$$
$$=2.262\,4$$

$B=C_0+B_1\times$转股比例$=2.262\,4\times9+98.331\,8=118.693\,6$

(4) 结果分析。在对股价线性回归时，得到的 B 值为 0.983 5。对其进行假设检验，原假设为：

$\beta_0=1$

建立 T 统计量：

$$\frac{\hat{\beta}-\beta}{\sqrt{\hat{V}(\hat{\beta})}}\sim t(n-2)$$

在营港转债的案例中 $\hat{\beta}=0.983\,5$，$\beta=1$，n=484，$\sqrt{(\hat{V}\hat{\beta})}=0.008\,5$，计算得 t 值为：

$$t=\frac{\hat{\beta}-\beta}{\sqrt{\hat{V}\hat{\beta}}}=-1.938\,9$$

查表得在 α=0.05 的置信水平下,$t_{0.05}(482)$=1.648 0<|-1.938 9|。

拒绝其值为 1 的原假设。因此,ln(S_t)与 ln(S_{t-1})呈相关性,这就决定了股票收益率的不独立性。

在股价收益率不独立的情况下,由自回归模型计算出的可转债价格为 100.033 0,而由 BS 期权定价模型计算出的可转债价格为 118.693 6。显然这个差别超过了误差范围。至此得证,即在股票收益率独立同分布的前提假设不成立的情况下,利用 BS 期权定价模型计算期权价格将导致错误的结果。

同时,通过比对得到另一个重要推论,即中国可转债的价格并没有被明显低估,相反,由于在定价中普遍使用 BS 期权定价模型,中国可转换债券的价格被高估。这一推论与学者认为中国可转换债券的价格被低估的结论恰恰相反。

4 结论及对我国可转换债券市场的启示

系数 a、b 和 e_n 服从正态分布的均值 v 和方差 σ^2,就可以计算出 L(n)服从正态分布的均值 m(n)和方差 v(n),BS 期权定价公式是金融学发展的里程碑,也是期权交易市场发展的理论基础。在实践工作中对于 BS 期权定价公式的运用,常遇到制定的价格偏离均衡价格很多的情况。出现这种情况问题在于 BS 期权定价公式的适应性上。所谓公式的适应性,就是指公式在推导中直接用到的前提假设和间接推导方法涉及的假设条件。这些假设有的并未直接出现在推导过程中,但却对推导结论有"一票否决权",即在不满足该假设的情况下,不能得到与满足该假设时得到的一致的结论。BS 期权定价公式有着系统的前提假设,因此如果在使用结论公式之前不考察已知条件是否满足前提假设,带来的不会仅仅是计算上的误差。

在股票收益率自相关的情况下,可以使用自回归期权定价模型来定价。根据可转换债券对应股票的市场价格时间序列最小二乘回归得到回归系数 a、b 和 e_n 服从正态分布的均值 μ 和方差 σ^2,就可以计算出 L(n)服从正态分布的均值 m(n)和方差 v(n),最终得到期权的价格。自回归期权定价模型虽然计算过程比较复杂,但并没有独立同分布的要求,因此具有可用性。

国内对期权定价模型的研究,特别是 BS 期权定价模型的研究对于可转换债券市场的发展有着极其重要的意义。笔者正是从 BS 期权定价模型的前提假设和中国可转换债券的实际情况出发,进行理论和实证的比对,证明在使用 BS 期权定价模型制定可转换债券价格的时候,应首先考察标的资产收益率的相关性。在不满足收益率的独立同分布假设的情况下,使用 BS 期权定价模型将扭曲期权价格,给投资者和市场带来损失。将股票收益率自相关考虑在内的自回归期权定价模型可以避免过高定价,同时通过 BS 期权定价模型计算出的价格普遍要高于自回归期权定价模型计算的价格。

参考文献

[1] SHELDON M,ROSS. An elementary introduction to mathematical finance [M].Press of Syndicate of the University of Cambridge,2002:85-100,166-170.
[2] SCHOLES,MERTON R.The pricing of options and corporate liabilities [J],Journal of Political Economy,1973:5.
[3] BRENNAN M J,SCHWARTZ E S.Convertible bonds:Valuation and optimal strategies for call and conversion [M].Journal of Finance,1977(32):1 699-1 715.
[4] INGERSOLL J.A contingent claim valuation of convertible securities [J].Journal of Financial Economics,1977(4):289-322.
[5] KWOK Y K,LAU K W.Pricing algorithms for options with exotic path dependence[J],Journal of Derivatives,2001(9):28-38.
[6] TSIVERIOTIS K,FERNANDES C.Valuing convertible bonds with credit risk[J].Journal of Fixed Income,1998:95-102.
[7] NELKON I.Reassessing the reset[J].Risk,October,1998:36-39.
[8] WU,QIAN Li.The convertible bond:A possible solution to the problem of reducing state ownership in the chinese stock market[J].Perspectives,2002,3(4):2 104-2 122.
[9] 杨如彦.可转换债券及其绩效评价[M].北京:中国人民大学出版社,2002:10-150.
[10] 王晓东.2003 年开放格局下的中国证券市场投资策略[C].北京:社会科学文献出版社,2003:30-240.
[11] 郑振龙,林海.中国可转换债券定价研究[J].厦门大学学报,2004(2):93-99.
[12] 吉余峰.布莱克-斯科尔斯期权定价模型[J].上海金融,1997(12):37-38.
[13] 杨峰.布莱克、默顿、斯科尔斯期权定价理论评述[J].国际金融研究,1998(1):34-37.
[14] 俞迎达,俞苗.Black-Scholes 期权定价模型的简化推导[J].数学的实践与认识,2001(6):757-758.
[15] 胡奕明.金融期权衍生技术的新发展[J].金融研究,2001(4):115-116.
[16] 张铁.美式期权定价问题的数值方法[J].应用数学学报,2002(1):114-115.