

基于 Lyapunov 指数改进算法的 边坡位移预测*

陈益峰¹ 吕金虎² 周创兵¹

(¹武汉大学水利水电学院 武汉 430072) (²中国科学院应用数学研究所 北京 100080)

摘要 给出了一种最大 Lyapunov 指数的改进算法, 这种改进算法不仅对小数据序列可靠, 而且计算量小, 相对容易操作。通过对边坡位移历史数据序列进行特征分析, 计算出最大 Lyapunov 指数, 并利用最大 Lyapunov 指数的一维模式进行边坡位移预测。这种改进的方法比已有的研究方法更可靠, 而且操作起来比较方便。通过对三峡升船机高边坡和新滩滑坡实际位移数据进行预测, 结果令人满意。

关键词 混沌时间序列, Lyapunov 指数, 小数据序列, 边坡位移预测

分类号 P 642.22

文献标识码 A

文章编号 1000-6915(2001)05-0671-05

1 引言

从时间序列研究混沌, 始于文[1]提出的重构相空间理论。对于决定系统长期演化的任一变量的时间演化, 均包含了系统所有变量长期演化的信息。因此, 可通过决定系统长期演化的任一单变量时间序列来研究系统的混沌行为。Lyapunov 指数作为吸引子的不变量之一, 是量化对初始轨道的指数发散的特征量, 它从整体上反映了动力系统的混沌量水平。因此, 基于混沌时间序列的 Lyapunov 指数的预测显得尤其重要。边坡在本质上是一个受岩土体条件控制, 并受地形地貌、地下水、地震和人类工程活动等多种因素影响而发展演化的非线性耗散动力系统^[2, 3], 在相空间中, 其运动轨迹将收缩到奇异吸引子。由于混沌系统内在的有序性和规律性, 依据边坡变形的历史数据, 利用重构相空间方法, 在一定时间内对边坡变形破坏的预测不但是可能的, 而且可能比基于一般统计方法的预测更好^[4, 5]。

我国的水利水电高边坡工程、矿山高边坡工程及重要的危岩体, 一般均积累有长期的安全监测资料。目前已有一些部门和单位致力于建立水库坝基和高边坡工程的实时监测-预警系统, 用以监控坝基及高

边坡在降雨和高水位作用下的安全稳定性。应用基于 Lyapunov 指数的预测方法建立的实时监测-预警系统, 不但能够充分利用时间序列资料信息, 跟踪预测各种变形轨迹, 而且可以克服已往采用统计分析方法带来的主观性。本文根据一种改进的小数据序列最大 Lyapunov 指数的计算方法, 将其应用于边坡位移预测。计算结果表明, 该方法对小数据序列可靠, 计算量小, 相对容易操作, 而且具有很强的自适应能力和鲁棒性, 其精度高、通用性强。

2 基于 Lyapunov 指数的预测方法

2.1 重构相空间

最初提出相空间重构的目的在于高维相空间中恢复混沌吸引子。混沌吸引子作为混沌系统的特征之一, 体现着混沌系统的规律性, 意味着混沌系统最终会落入某一特定的轨迹之中, 这种特定的轨迹就是混沌吸引子。系统任一分量的演化是由与之相互作用着的其他分量所决定的。因此, 这些相关分量的信息就隐含在任一分量的发展过程中。这样, 就可以从某一分量的一批时间序列数据中提取和恢复出系统原来的规律, 这种规律是高维空间下的一种轨迹。由于混沌系统的策动因素是相互影响的,

2000年8月9日收到初稿, 2000年11月17日收到修改稿。

* 国家“九·五”科技攻关项目(96-221-04-03-01(2))子题资助。

作者 陈益峰 简介: 男, 26岁, 武汉大学在读硕士研究生, 主要从事岩土工程数值模拟及预测预报方面的研究工作。

因而在时间上先后产生的数据点也是相关的。Packard 建议用原始系统中的某变量的延迟坐标来重构相空间,文[6]证明了可以找到一个合适的嵌入维,即如果延迟坐标的维数 $m \geq 2d+1$ (d 是动力系统的维数),在这个嵌入维空间里可以把有规律的轨迹(吸引子)恢复出来。也即在重构的 R^m 空间中的轨迹上原动力系统保持微分同胚,从而为混沌时间序列的预测奠定了坚实的理论基础。

设单变量的边坡位移序列为 $\{x(t_i), i=1, 2, \dots, n\}$, 该序列的时间间隔为 h , 相空间重构的具体方法如下:

首先根据 Grassberger-Procaccia 方法^[7]计算出关联维 d , 再由 $m \geq 2d+1$ 确定嵌入维 m 。根据时间序列的自相关函数下降到初始值的 $1-1/e$ 或由互信息^[8, 9]第一次到达的极小值来确定时间延迟 $\tau = kh$ 。这样, 时间序列 $\{x(t_i), i=1, 2, \dots, n\}$ 的相空间可以表示为

$$X_i(t) = \{x(t_i), x(t_i + \tau), \dots, x[t_i + (m-1)\tau]\} \quad (1)$$

$i = 1, 2, \dots, M$

式中: $X_i(t)$ 为相空间中的点, M 满足条件: $M = n - (m-1)k$ 。

2.2 最大 Lyapunov 指数的改进算法

小数据量方法是一种计算最大 Lyapunov 指数的方法, 其具体计算步骤如下^[10, 11]:

(1) 对时间序列 $\{x(t_i), i=1, 2, \dots, n\}$ 进行快速傅立叶变换(FFT), 计算出时间延迟 τ 和平均周期 T ^[7]。

(2) 计算出关联维 d , 再由 $m \geq 2d+1$ 确定嵌入维数 m 。

(3) 根据时间延迟 τ 和嵌入维 m 重构相空间 $\{X_j, j=1, 2, \dots, M\}$ 。

(4) 找相空间中每个点 X_j 的最近邻点 $X_{\hat{j}}$, 并限制短暂分离, 即

$$d_j(0) = \min_j \|X_j - X_{\hat{j}}\| \quad |j - \hat{j}| > T \quad (2)$$

(5) 对相空间中每个点 X_j , 计算出该邻点对的第 i 个离散时间步后的距离为

$$d_j(i) = \|X_{j+i} - X_{\hat{j}+i}\| \quad i=1, 2, \dots, \min(M-j, M-\hat{j}) \quad (3)$$

(6) 对每个 i , 求出所有 j 的 $\ln d_j(i)$ 平均值 $y(i)$, 即

$$y(i) = \frac{1}{ph} \sum_{j=1}^p \ln d_j(i) \quad (4)$$

式中: p 为非零 $d_j(i)$ 的数目。用最小二乘法作出回归直线, 该直线的斜率就是最大 Lyapunov 指数 λ_1 。

这种改进的 Lyapunov 指数的计算方法比 Wolf 方法^[12]计算量显著减少, 一方面是可以过自相关函数法用 FFT 确定较优的时间延迟 τ ; 另一方面是计算中不要每一步进行标准化和找夹角, 而只要计算出每个邻点对的第 i 个离散时间步后的距离 $d_j(i)$ 。所以, 这种改进的方法大大减少了计算量和人为因素的影响, 提高了预测效率和预测精度。

3 基于最大 Lyapunov 指数的预报模式及最长预报时间

Lyapunov 指数作为量化对初始轨道的指数发散和估计系统混沌水平的特征量, 是系统的一个很好的预报参数。

不妨设 X_M 为预报的中心点, 相空间中 X_M 的最近的邻点为 X_k , 其距离为

$$d_M(0) = \min \|X_M - X_j\| = \|X_M - X_k\| \quad (5)$$

若最大 Lyapunov 指数为 λ_1 , 则

$$\|X_M - X_{M+1}\| = \|X_k - X_{k+1}\| e^{\lambda_1} \quad (6)$$

式中: 点 X_{M+1} 只有最后一个分量 $x(t_{M+1})$ 未知, 故 $x(t_{M+1})$ 是可预报的。式(6)就是基于最大 Lyapunov 指数的预报模式。

一般地, 定义最长预报时间^[9]为

$$T_m = 1/\lambda_1 \quad (7)$$

它表示系统状态误差增加一倍所需要的最长时间, 可以作为短期预报的可靠性指标之一。

4 边坡位移预测

4.1 新滩滑坡

长江新滩滑坡发生于 1985 年 6 月 12 日凌晨, 为一古老复活型堆积层滑坡^[13]。滑坡监测始于 1977 年 11 月, 长期监测的变形资料为认识滑坡的动态规律提供了丰富的信息。其典型监测点 A_3 在 1978 年 1 月~1985 年 6 月的累积位移曲线如图 1(a)所示。取 $h=5$ d, 将各时间点上的累积位移前后相减, 得 h 时段内的净位移时间序列 $\{u(t_i), i=1, 2, \dots, 400\}$ 共 400 个数据(如图 1(a)所示, 放大 10 倍)。现对该时序 400 个数据进行 FFT 变换, 得到平均周期 $T=1000$ d, 如图 2 所示。

取 $m=3, \tau=2h^{[14]}$, 由小数据量方法算得最大 Lyapunov 指数 $\lambda_1=0.0028>0$, 表明该序列为混沌时间序列。现分别利用小数据量方法和 Wolf 方法对该时序进行 140 步实时预测。还原后的预测累积位移曲线和实测历时曲线如图 1(b)所示。部分结果如表 1 所示。

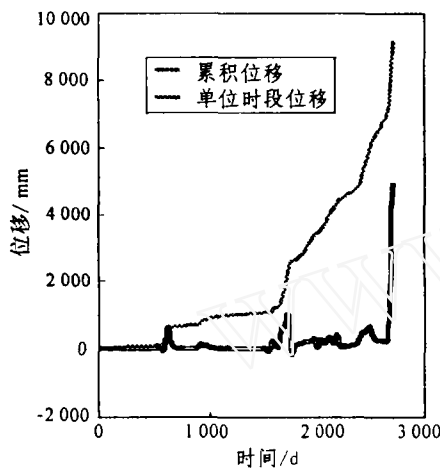
计算表明, 小数据量方法的预测精度比 Wolf 方法有较显著提高, 其综合误差和最大相对误差^[12]分别降低了 11.5%和 7.2%。

按照上述方法计算该系统的最大 Lyapunov 指数 $\lambda_1=0.0028$, 由式(7)得最长预报时间为 $T_m=1/\lambda_1=357(d)$, 其实际物理意义是, 利用该时间序列的实际数据进行预测时, 在精度损失不太严重的情况下, 最大预测时间至多是 357d。应该指出, 预测

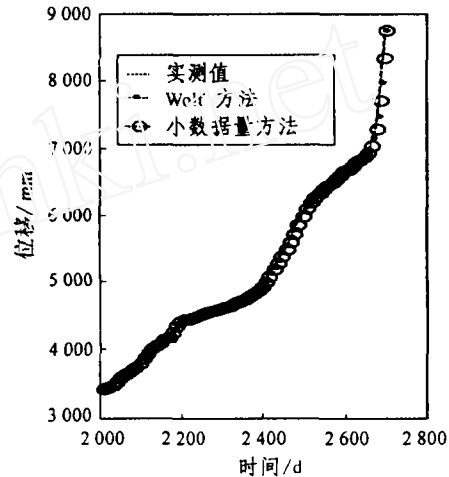
表 1 新滩 A_3 监测点位移预测结果表(小数据量方法)

Table 1 Comparison of calculated and actual displacements of point A_3 mm

时间/d	实测值	预测值	相对误差/%
2 005	3 431.4	3 432.7	0.038
2 010	3 438.1	3 439.6	0.044
2 015	3 450.2	3 456.7	0.188
2 020	3 469.5	3 479.3	0.282
2 025	3 494.6	3 500.7	0.175
2 030	3 523.4	3 522.4	0.028
2 035	3 553.8	3 549.9	0.120
2 040	3 583.5	3 581.5	0.056
2 045	3 610.4	3 604.9	0.152
2 050	3 633.0	3 630.5	0.069



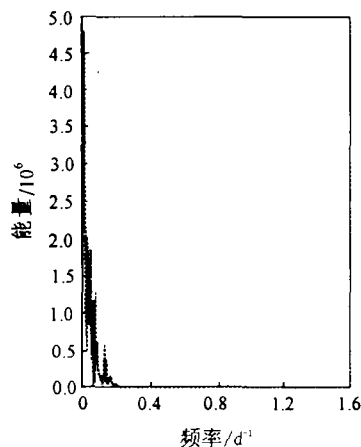
(a) 实测位移



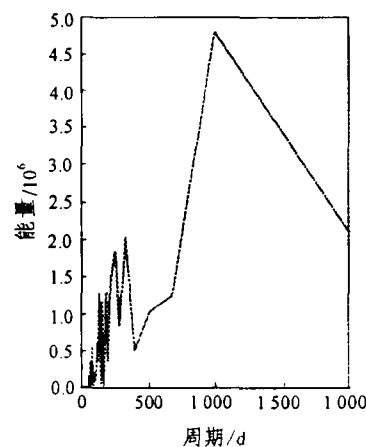
(b) 预测位移

图 1 新滩 A_3 测点位移历时曲线及预测曲线

Fig.1 Predicted and actual displacement curves of monitoring point A_3 in Xintan



(a) 频率-能量曲线



(b) 周期-能量曲线

图 2 新滩 A_3 测点位移序列频谱分析

Fig.2 Spectrum analysis of displacement-time series of point A_3 in Xintan

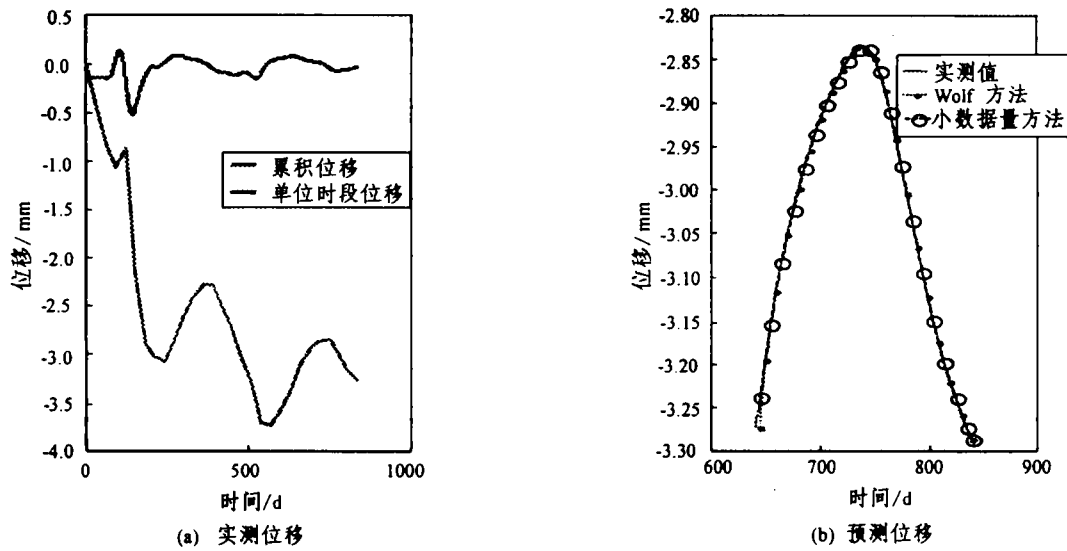


图3 三峡升船机高边坡 M01GP03 测点位移历时曲线及预测曲线
Fig.3 Predicted and actual displacement-time curves of the Three Gorges Project shiplift slope at monitoring point M01GP03

精度并不是在最长预报时间内都是一样的，它必须随着预报时间的增大而降低。混沌理论一般只适合短时预报，长时预报没有多大实际意义。

4.2 三峡工程升船机及临时船闸高边坡

三峡工程升船机及临时船闸边坡高达 140 m。为维护和改善高边坡的稳定性，采用了锚固支护和疏干排水措施，并进行了安全监测。多点位移计 M01GP03 布置在升船机北坡 99 m 高程马道上，其 1#测点在 1996 年 4 月~1998 年 7 月的累积位移历时曲线和日位移历时曲线(放大 10 倍)如图 3(a)所示。该曲线出现峰谷交替，是因为升船机北坡岩体开挖、承船箱混凝土浇筑和岩体沿坡面法向方向热胀冷缩综合影响的结果。取 $h=1$ d，得日位移时间序列数据 640 个，现对该数据序列进行 FFT 变换，得到平均周期 $T=320$ ，如图 4 所示。取 $m=3$ ， $\tau=2h^{[14]}$ ，用小数据量方法算出最大 Lyapunov 指数 $\lambda_1=0.0074 > 0$ 。同样利用小数据量方法和 Wolf 方法对该时序进行 200 步实时预测。还原后的预测累积位移曲线和实测历时曲线如图 3(b)所示。部分结果如表 2 所示。

本算例表明，小数据量方法的预测精度比 Wolf 方法略好，但计算量显著减少。该系统的 Lyapunov 指数 $\lambda_1=0.0074$ ，同样可得最长预报时间为 $T_m=1/\lambda_1=135(d)$ 。

5 结 论

本文计算 Lyapunov 指数的方法是在 Wolf 方法

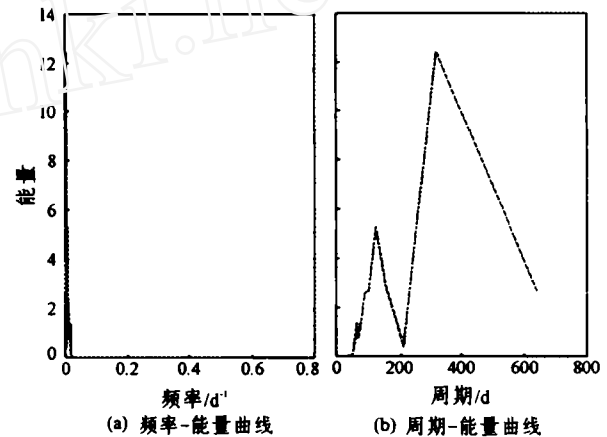


图4 三峡升船机高边坡 M01GP03 测点位移序列频谱分析
Fig.4 Spectrum analysis of displacement series at monitoring point M01GP03

表 2 三峡升船机高边坡 M01GP03 测点位移预测成果表(小数据量方法)

Table 2 Comparison of calculated and actual displacements of monitoring point M01GP03

时间/d	实测值	预测值	相对误差%
641	-3.273 8	-3.273 7	0.003
642	-3.265 1	-3.265 0	0.003
643	-3.256 4	-3.256 3	0.003
644	-3.247 7	-3.247 6	0.003
645	-3.239 0	-3.238 9	0.003
646	-3.230 4	-3.230 3	0.003
647	-3.221 8	-3.221 7	0.003
648	-3.213 3	-3.213 2	0.003
649	-3.204 8	-3.204 7	0.003

基础上的一种改进, 并在此基础上进行边坡位移预测, 精度明显提高。这种方法从本质上改变了以往建立主观模型进行预测的方法, 它具有如下优点:

(1) 该方法尤其适用于小数据序列; (2) 它几乎利用了所有的数据信息, 具有较强的抗噪声能力(30%以下), 能够计算出比较精确的 Lyapunov 指数; (3) 该方法计算量小, 相对容易操作, 而且减少了计算 Lyapunov 指数中的人为因素(如 Wolf 方法中 r, θ 的选取), 使结果更加可靠, 预测精度明显提高。(4) 该方法更有利于编制成比较通用的边坡位移预测软件。文中还讨论了时间序列的最长预报时间尺度, 这在理论和实践上都是有意义的。这种方法还处在尝试阶段, 有待于进一步研究, 下一步的主要工作是通过大量数据验证其通用性并编制高效率软件。

参考文献

- Packard N H. Geometry from a time series [J]. Phys. Rev. Lett., 1980, 45(9): 712~716
- 朱维申, 程 峰. 能量耗散本构模型及其在三峡船闸高边坡稳定性分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(3): 261~264
- 秦四清. 初论岩体失稳过程中耗散结构的形成机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(3): 265~269
- Jong Hyun Kim, John Stringer. Applied Chaos [M]. New York: John Wiley and Sons Inc., 1992
- 王东生, 曹 磊. 混沌分形及其应用[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 1995
- Takens F. Determining strange attractors in turbulence[J]. Lecture notes in Math, 1981, (898): 366~381
- Albano A M, Muench J, Schwartz C, et al. Singular-value decomposition and the Grassberger-Procaccia algorithm[J]. Phys. Rev. A, 1988, (38): 3017~3026
- Fraser A M. Information and entropy in strange attractors[J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 1989, 35(2): 245~262
- Wales D J. Calculating the rate of loss of information from chaotic time series by forecasting[J]. Nature, 1991, 350(6318): 485~488
- Rosenstein M T, Collins J J, De luca C J. A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets[J]. Physica D, 1993, (65): 117~134
- 吕金虎. 混沌时间序列的预测及其特征量计算[硕士学位论文][D]. 武汉: 武汉水利电力大学, 2000
- Wolf A, Swift J B, Swinney H L, et al. Determining Lyapunov exponents from a time series[J]. Physica D, 1985, (16): 285~317
- 周创兵, 张 辉, 彭玉环. 蠕变-样条联合模型及其在滑坡时间预测中的应用[J]. 自然灾害学报, 1996, 5(4): 60~67
- 周创兵, 陈益峰. 基于相空间重构的边坡位移预测[J]. 岩土力学, 2000, 21(3): 205~208

PREDICTION OF SLOPE DISPLACEMENT BY USING LYAPUNOV EXPONENT IMPROVED TECHNIQUE

Chen Yifeng¹, Lu Jinhui², Zhou Chuangbing¹

¹School of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072 China

²Institute of Applied Mathematics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080 China

Abstract An improved Lyapunov exponent algorithm for small data sets is introduced. This method is not only reliable to small data sets, but also of less computation amount and easy to handle. On the basis of the characteristic analysis of slope displacement time series, the largest Lyapunov exponent is obtained. Moreover, the slope displacement is predicted by using one-dimension mode. The improved method is more reliable than existing ones. The slope displacement prediction is made for the Three Gorges Project shiplift slope and Xintan slope slide, and the results are satisfied.

Key words chaotic time series, Lyapunov exponents, small data sets, slope displacement prediction