

# 基于修改核函数的 RLS-SVM 多用户检测算法<sup>1</sup>

刘 枫 张太镒 孙建成

(西安交通大学电子与信息学院 西安 710049)

**摘 要** 为了解决支持向量机算法在多用户检测中存在的模型复杂及产生的支持向量数目较多的问题,该文提出一种新的非线性多用户检测算法。该算法在第一次小样本训练时引入了遗忘因子,该因子使支持向量数减少了 28%。在第一次训练后产生的支持向量的基础上,将黎曼几何结构引入到输入空间,利用黎曼几何结构将分类器中的核函数进行修改,在第二次训练中再次减少了支持向量数目。此方法在牺牲较少误比特率的基础上,简化了算法模型和降低计算复杂度。仿真实验表明,该算法抑制了多径引起的码间干扰,性能接近于最优多用户检测器。

**关键词** 码分多址,支持向量机,递归最小二乘,黎曼几何,核函数

**中图分类号** TN914.5, TN911.23

## 1 引 言

移动通信系统中的码分多址 (CDMA) 技术固有的多址干扰 (MAI) 和远近效应是制约其发展的致命瓶颈。近年来,许多学者采用各种非线性方法来解决多用户检测问题。其中,神经网络算法中的 BP 神经网络<sup>[1]</sup>、多层感知器 (MLP)<sup>[1]</sup>、Hopfield 网络<sup>[2]</sup>和径向基网络<sup>[3]</sup>等方法都已被采用。这些方法都有各自的优势。但是从神经网络算法本身而言,存在着固有的缺点。90 年代以来, V. Vapnik 等在统计学习理论基础上发展了一种新的学习方法——支持向量机 (SVM), 它已初步表现出很多优于已有方法的性能。文献 [4] 将 SVM 基本理论用于多用户检测系统,从所需要的小样本训练集合出发并趋于最优贝叶斯决策器性能而言, SVM 多用户检测 (SVM-MUD)<sup>[5]</sup> 优于径向基多用户检测 (RBF-MUD)<sup>[6]</sup>。但是, SVM 用于多用户检测系统存在着算法模型较复杂、支持向量个数较多等局限性。

本文正是从简化 SVM-MUD 算法的模型和减少支持向量个数出发,提出了一种基于修改核函数的 RLS-SVM 多用户检测算法。该算法利用递推最小二乘 (RLS) 算法中所引入的遗忘因子和基于黎曼几何 (Riemannian geometry) 的修改核函数,在一定程度上简化了算法模型,同时,在牺牲较少误比特率的基础上,减少了支持向量个数,降低了计算的复杂度和提高了实时处理能力。

## 2 信号模型

接收机接收的信号表示为

$$y(t) = \sum_{n=1}^N b_{n,m} u(t - mT) + \sigma n(t) \quad (1)$$

$b_{n,m} \in \{-1, +1\}$  表示用户  $n$  在第  $m$  时间发送的比特值,  $n(t)$  表示单位功率谱密度的高斯白噪声, 用户  $n$  的复合信道响应  $u(t) = \int_0^T A_n s_n(\tau) h(t, \tau) d\tau$ ,  $A_n$  表示用户  $n$  的信号振幅,  $s_n(t)$  表示用户  $n$  的扩频序列, 序列码长为  $M$ ,  $h(t, \tau)$  表示时变信道冲激响应。接收信号  $y(t)$  通过前端的匹配滤波器得到离散时间信号  $r(n)$ , 在经过 RLS-SVM 分类和判决器得到对某输入用户的信号估计, 模型如图 1 所示。

多径传输的信道响应  $H$  的  $M \times LM$  矩阵形式表示为

<sup>1</sup> 2002-01-28 收到, 2002-09-25 改回

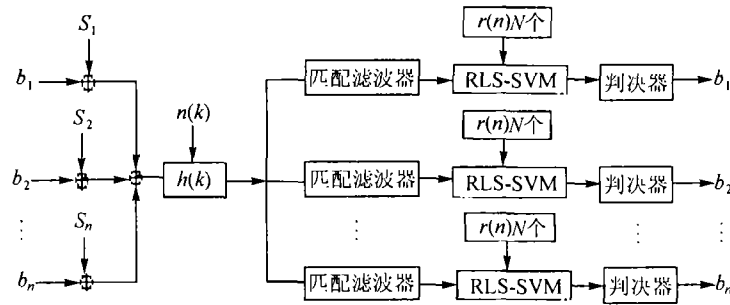


图 1 RLS-SVM 多用户检测模型

$$H = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_0 & h_0 & h_1 & \cdots & h_{n_k-1} & \mathbf{0}_{LM-n_k} \\ \mathbf{0}_1 & h_0 & h_1 & \cdots & h_{n_k-1} & \mathbf{0}_{LM-n_k-1} \\ \mathbf{0}_2 & h_0 & h_1 & \cdots & h_{n_k-1} & \mathbf{0}_{LM-n_k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_M & h_0 & h_1 & \cdots & h_{n_k-1} & \mathbf{0}_{LM-n_k-M-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中  $\mathbf{0}_i$  表示  $1 \times i$  维零向量,  $n_k$  表示信道响应长度。

离散时间信号  $r(n)$  可以写成

$$r(n) = \mathbf{S}^T \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{S}^T \cdot n(n) \quad (3)$$

其中  $\mathbf{P} = \text{diag}\{\mathbf{S}\mathbf{A}, \mathbf{S}\mathbf{A}, \dots, \mathbf{S}\mathbf{A}\}$  的块对角矩阵。

### 3 递归最小二乘支持向量机 (RLS-SVM)

SVM 解决多用户检测中存在的线性不可分问题时, 将线性可分问题进行最优分类的分类线所满足的不等式条件增加一个误差松弛项  $e_k$ , 即在约束条件:

$$b_k[w^T \varphi(r_k) + c] = 1 - e_k, \quad k = 1, \dots, K \quad (4)$$

下, 求函数

$$\min_{w, c, e} J_{\text{RLS}}(w, c, e) = \frac{1}{2} w^T w + \gamma \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \lambda^{K-k} e_k^2 \quad (5)$$

取  $w$ ,  $c$  和  $e$  时的最小值。可定义如下的 Lagrange 函数:

$$L_{\text{RLS}}(w, c, e, \alpha) = J_{\text{RLS}} - \sum_{k=1}^K \alpha_k \{b_k[w^T \varphi(r_k) + c] - 1 + e_k\} \quad (6)$$

其中  $\alpha_k$  为 Lagrange 系数, 其中绝大部分的值为零或接近于零, 值不为零的  $\alpha_i$  所对应的接收信号  $r_i$  就是对某个用户输入信号进行两类问题分类的支持向量。使用这些支持向量的最优分类函数为

$$\hat{b}(k) = \text{sgn} \left\{ \sum_{r_i \in R_{\text{SVM}}} \alpha_i b_i \exp \left( -\frac{\|r(k) - r_i\|^2}{2\rho^2} \right) \right\} \quad (7)$$

### 4 基于黎曼几何的核函数

采用 RLS-SVM 方法求解的支持向量对输入的信号进行分类时, 尽管支持向量数相对训练样本数很小, 但是, 从实时处理的运算速度和计算复杂度上来讲, 向量个数仍显过多, 因此, 采用文献 [7] 提出的利用黎曼几何理论修改核函数, 在不影响对输入的接收信号分类能力的前提下, 进一步减少支持向量的数目。

利用已有的支持向量进行二次训练获取改进的支持向量时, 一个非线性映射函数  $\phi(x)$  将输入信号空间  $S = \{x\}$  内嵌到高维欧氏或希尔伯特特征空间  $F = \{\varphi\}$  中, 内嵌导致输入信号空间  $S = \{x\}$  中存在一个黎曼度量, 这种度量使在输入空间体积元在高维特征空间被扩大或减小. 设:  $dx$  是空间  $S$  中的线索, 通过映射函数  $\phi(x)$  映射到空间  $F$  的  $dz$ , 即

$$dz = \nabla\phi(x) = \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} \phi(x) dx \quad (8)$$

将  $dz = (dz_\alpha)$  的平方写成二次型为

$$|dz|^2 = \sum_\alpha (dz_\alpha)^2 = \sum_{i,j} g_{ij}(x) dx_i dx_j \quad (9)$$

其中

$$g_{ij}(x) = (\partial\phi(x)/\partial x_i) \cdot (\partial\phi(x)/\partial x_j) \quad (10)$$

$n \times n$  方阵  $G(x) = (g_{ij}(x))$  就是引入到输入空间  $S$  的黎曼度量张量. 这种度量用核函数形式表示为

$$g_{ij}(x) = \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} K(x, x') |x' = \underline{x} \quad (11)$$

根据以上分析, 为了减少支持向量数目且不影响分类能力, 需要增大分类面周围的空间, 由 (9) 式可知, 也就是要增大分界线  $f(x) = 0$  周围各支持向量度量  $g_{ij}$  的值, 同时, 减少远离分类线的其它支持向量的  $g_{ij}$  值. 根据文献 [8], 对  $g_{ij}$  采用类保角变换方法来满足需求, 即

$$\tilde{g}_{ij}(x) = \Omega(x) g_{ij}(x) \quad (12)$$

由 (12) 式可知, 对  $g_{ij}$  进行的保角变换实质就是对高斯核函数  $K$  进行保角变换, 也就是通过一个尺度函数实现, 即

$$\tilde{\psi}(r, r') = q(r)q(r')\psi(r, r') \quad (13)$$

## 5 数据仿真及结果

下面用数据模拟验证上述算法的性能. 用户数  $K = 3$ , 信源为独立的 BPSK 调制的信号序列, 扩频码采用  $M = 8$  的 Gold 序列, 信道多径数为 2, 用户信号的幅值近似相等, 噪声为高斯白噪声. 对接收的信号  $r(t)$  进行匹配滤波后, 得到的  $r(k)$  和输入信号  $b(k)$  组成训练样本  $\{r(k), b(k)\}_{k=1}^K$ , 在本算法中样本  $K = 200 \sim 400$ .

对模型采用本算法的第一步对  $K$  个样本进行 RLS-SVM 分类时, 由于引入了遗忘因子  $\lambda$ , 支持向量的分布就并不完全分布在两类的边缘, 如图 2 所示. 利用 RLS-SVM 算法得到的 SVs 对测试信号进行分类, 可得到较好的分类结果 (两类样本分别用 + 和 · 表示, 错分样本用 \* 表示), 如图 3 所示. 第二步采用黎曼几何修改核函数对得到的支持向量基进行再训练后, 得到比

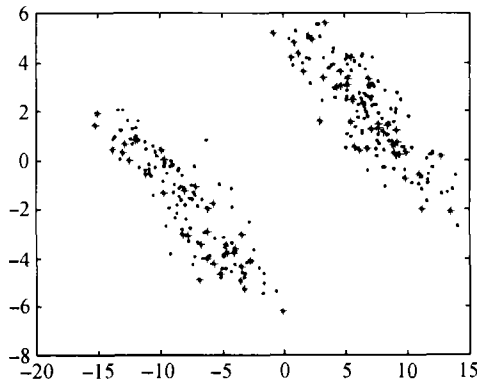


图 2 RLS-SVM 支持向量分布图

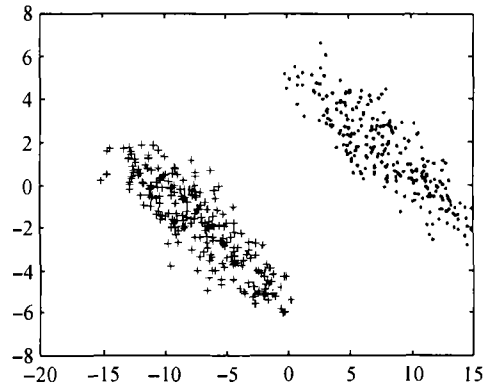


图 3 RLS-SVM 分类情况

第一次较少的支持向量数 (用 \* 表示,  $\cdot$  表示原有的支持向量), 如图 4 所示。用第二次得到的支持向量对相同的测试信号进行分类, 出现错分的测试信号点 (用 \* 表示), 如图 5 所示。

本算法对 3 个用户的误码率与最优检测算法和 LS-SVM 进行分别进行比较, 如图 6- 图 8 所示, 从图中可见, 在信噪比较低的情况下, 修改核 RLS-SVM 算法误码率较大, 在高信噪比时, 误码率性能接近于最优检测器。

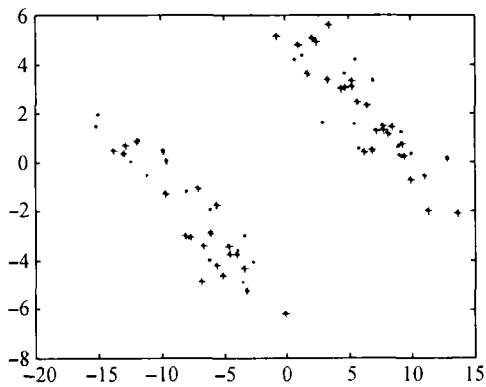


图 4 修改核 RLS-SVM 支持向量分布图

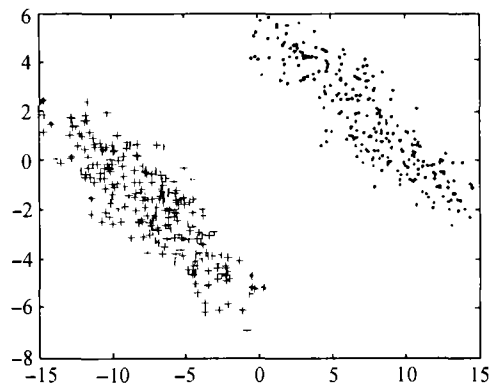


图 5 修改核 RLS-SVM 分类情况

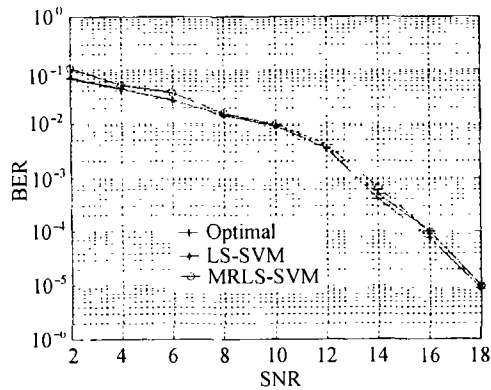


图 6 用户 1 的误码率

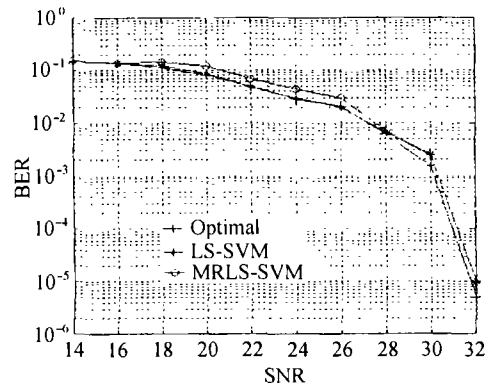


图 7 用户 2 的误码率

## 6 结 论

本文提出了基于 RLS-SVM 的非线性多用户检测算法, 同时, 为了进一步减少支持向量的个数, 采用了黎曼几何的方法修改算法中的核函数进行第二次训练。该算法降低了计算的复杂度。对于本算法的实时自适应处理, 可以采用文献 [7] 中的自适应方法。

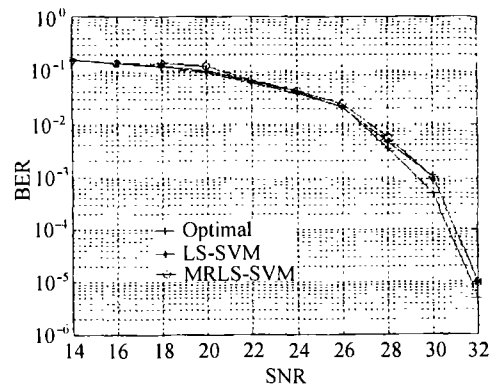


图 8 用户 3 的误码率

## 参 考 文 献

- [1] B. Aazhang, B. Peter, Neural network for multiuser detector in CDMA communications, IEEE Trans. on Comm., 1992, COM-40(7), 1212-1222.
- [2] G. Kechriotis, E. S. Manolakos, Hopfield neural network implementation in the optimal CDMA multiuser detector, IEEE Trans. on Neural Networks, 1996, NN-7(1), 131-141.
- [3] U. Mitra, H. V. Poor, Neural network techniques for adaptive multiuser demodulation, IEEE J. on Sel., Areas Comm., 1994, 12(9), 1460-1470.
- [4] S. Chen, A. K. Saminggan, L. Hanzo, Support vector machine multiuser receiver for DS-CDMA signals in multipath channels, IEEE Trans. on Neural Networks, 2001, 12(3), 604-611.
- [5] Xiaohong Gong, A. Kuh, Support vector machine for multiuser detection in CDMA communications, Thirty-Third Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, Pacific Grove, CA, 1999, 1.
- [6] S. Chen, B. Mulgrew, P. Grant, A clustering technique for digital communications channel equalization using radial basis function networks, IEEE Trans. on Neural Networks, 1993, NN-4(4), 570-590.
- [7] S. Amri, S. Wu, Improving support vector machine classifiers by modifying kernel, Neural Networks, 1999, 12(7), 783-789.
- [8] I. Okamoto, S. Amari, K. Takeuchi, Asymptotic theory of sequential estimation differential geometrical approach, Annals of Statistics, 1991, 19(12), 961-981.

AN ALGORITHM FOR RECURSIVE LEAST SQUARES SUPPORT  
VECTOR MACHINE MULTIUSER DETECTION BASED ON  
MODIFYING KERNEL

Liu Feng    Zhang Taiyi    Sun Jiancheng

*(School of Electronics and Information Eng., Xi'an Jiaotong Univ., Xi'an 710049, China)*

**Abstract** To solve the problems of the complexity of SVM-MUD model and the number of support vectors, a new algorithm for nonlinear multiuser detection is proposed in the paper. The algorithm introduced the forgetting factor to get the support vectors at the first training. The number of support vectors is decreased by 28%. Then, the structure of the Riemannian geometry is introduced in the input space, and using the Riemannian geometric modifies the kernel function of the classifier and gets less improved support vectors at the second training. The algorithm simplifies the SVM-MUD model of the algorithm at the cost of only a little more bit error rate and decreases the computational complexity. Simulation results illustrate that the algorithm has an excellent effect on multipath interference suppression and shows that its performance can closely match that of the optimal detector.

**Key words** CDMA, Support vector machine, Recursive least squares, Riemannian geometry, Kernel function

刘 枫: 男, 1972 年生, 博士, 主要从事通信信号处理、宽带网络通信技术和图像处理等方面的研究。

张太镒: 男, 1944 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为宽带网络通信技术、数字信号处理、图像处理与系统等。

孙建成: 男, 1973 年生, 博士, 主要从事软件无线电方面的研究。