

基于交替投影的 DOA 估计方法及其在米波雷达中的应用

赵光辉 陈伯孝 董玫

(西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室 西安 710071)

摘要: 由于低仰角目标回波中存在多径信号,使得米波雷达难以对低仰角目标进行高度测量,为此该文提出一种适用于多径信号情况下的波达方向估计的迭代方法。该方法将回波信号的相关矩阵,在各个信号子空间中交替投影,该方法可以同时直达波和反射波进行精确的波达方向估计,并可以有效地对米波雷达中的低仰角低空目标进行高度测量。计算机仿真和某米波雷达实测数据的处理结果证实了该方法的有效性。Monte-Carlo 试验结果表明在低仰角低空测高时,该方法具有比时空级联最大似然方法更好的性能。

关键词: 米波雷达; 测高; 多径; 波达方向; 交替投影

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)01-0224-04

A New DOA Estimator Based on Alternating Projection and Its Application in VHF Radar

Zhao Guang-hui Chen Bai-xiao Dong Mei

(National Key Lab for Radar Signal Processing, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract: In the presence of multi-path propagation, it is quite difficult for VHF radar to measure the altitude of a low elevation target. In this paper, a new alternating projection algorithm is proposed to estimate the DOA of the target. By projecting the correlation matrix of the target echo into different signal subspaces, this method can be used to estimate accurately the directions of both the direct wave and the reflected wave, and hence the altitude of the target is known precisely. Results of both computer simulation and the real data from some VHF radar demonstrate the validity of the new algorithm. The Monte-Carlo experiment proves that the performance of the new algorithm is better than that of the temporal-spatial sequential ML algorithm.

Key words: VHF radar; Altitude measurement; Multi-path; DOA; Alternating projection

1 引言

随着隐身技术,反辐射导弹(ARM),低空突防技术的发展,如何检测低仰角运动目标,并对其进行准确定位(速度、方位及俯仰)成为现代雷达技术面临的重要难题之一。米波雷达波长较长,具有良好的反隐身和对抗反辐射导弹的能力,米波处于微波和高频之间,作用距离远,衰减比微波波段要小,且米波雷达对慢速飞行、甚至悬停状态的直升机具有较强的检测能力,因此适用于检测低仰角运动目标,但米波雷达波束宽,角分辨率较差,天线副瓣高,抗干扰能力差等缺点比较明显,特别是俯仰上波束打地,仰角测量精度受到地面(或海面)多径反射的影响较为严重,从而导致米波雷达只能估高而不能准确测高。因此提高米波雷达的角分辨率是实现米波雷达反隐身首要解决的问题。

经过多年的发展,阵列超分辨技术已经取得较大的成果,主要有MUSIC法^[1]、ESPRIT法^[2]等特征结构法(或称子空间方法)和最大似然类参数估计方法等。而传统MUSIC算法不能直接处理相干信号源的情况,只能通过降维方法(空间

平滑技术^[3])去相关,如此势必会降低天线的有效孔径,导致波瓣进一步展宽,角分辨率下降。基于最大似然的时空级联方法^[4]可以解决相干问题,但是其运算量很大,不宜作实时处理;Zoltowski在文献[5]中提出的广义MUSIC算法只针对单个低仰角目标和一个高仰角目标进行了分析;为此,多个低仰角目标的波达方向估计以及目标高度的测量成为本文的研究重点。本文结合交替投影(AP)算法的思想,提出一种将相关矩阵在信号子空间交替投影的方法,该方法可以对多个低仰角目标进行波达方向估计,并将该方法用于米波雷达测高。理论推导与试验仿真表明,该方法在低信噪比的情况下可以准确估计目标的运动速度,俯仰角度和高度,而且运算量比时空级联最大似然方法有显著的减少,并结合某米波雷达的实测数据进行了分析处理。

2 信号模型

在此考虑垂直方向一个由 N 个无方向性阵元组成的等距线阵(ULA),空间存在 P 个低仰角远场的信源,即每个目标的回波,包含直达波和地面反射的多径信号,阵列接收信号的复包络可以表示为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}_{N \times P}(\theta)\mathbf{S}(t) + \mathbf{u}(t) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$, $x_i(t)$ 为第 i 个阵元接收到信号的复包络, $i = 1, 2, \dots, N$; 对于水平极化, 矩阵 $\mathbf{A}_{N \times P}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_p)]$, $\mathbf{a}(\theta_k) = \mathbf{a}(\theta_{dk}) + r_k \mathbf{a}(\theta_{sk})$, $k = 1, 2, \dots, P$; $\mathbf{a}(\theta_{dk})$ 为目标 k 的直达波方向 θ_{dk} 的空域方向矢量, $\mathbf{a}(\theta_{sk})$ 为目标 k 的多径方向 θ_{sk} 的空域方向矢量; $r_k = \rho_k \exp(j\Delta\phi)$ 为第 k 个目标反射区所在地面的反射系数, ρ_k 为地面反射系数幅值, $\Delta\phi = \pi$; $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_p(t)]^T$, $s_k(t) = s_k \exp(jw_{d_k} t)$ 为信号源 k 的复包络, s_k 为第 k 个目标的信号幅值, w_{d_k} 为第 k 个信号源的多普勒频率; $\mathbf{u}(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_N(t)]^T$ 为阵列的加性噪声, 假定为互不相关的零均值高斯白噪声, 且与信号源不相关, 即 $E[u_k(t)u_i^H(t)] = 0, (k \neq i)$ 。对式(1)的阵列输出信号作快拍数为 M 的有限次采样, 得

$$\mathbf{X}_M(m) = \mathbf{A}_{N \times P}(\theta) \mathbf{S}_M(m) + \mathbf{u}(m) \quad (2)$$

其中 $\mathbf{S}_M(m) = [s_1(m), s_2(m), \dots, s_p(m)]^T$, $s_i(m) = s_i \exp(jw_{d_i} \cdot mT_r)$, T_r 为脉冲重复周期; $m = 1, 2, \dots, M$; 将 $\mathbf{X}_M(m)$ 写成向量形式为

$$\mathbf{X}_M = [\mathbf{X}_M(1)^T, \mathbf{X}_M(2)^T, \dots, \mathbf{X}_M(M)^T]^T \quad (3)$$

式(3)整理后得

$$\mathbf{X}_M = \mathbf{A}_{st}(\theta, w_d) \mathbf{S}_{2p} + \mathbf{U} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{A}_{st}(\theta, w_d) = [\mathbf{a}_{st}(\theta_1, w_{d_1}), \mathbf{a}_{st}(\theta_2, w_{d_2}), \dots, \mathbf{a}_{st}(\theta_p, w_{d_p})]_{NM \times 2P}$; $\mathbf{S}_{2p} = [s_1, -\rho_1 s_1, s_2, -\rho_2 s_2, \dots, s_p, -\rho_p s_p]^T$; 噪声向量 $\mathbf{U} = [\mathbf{u}(1)^T, \mathbf{u}(2)^T, \dots, \mathbf{u}(M)^T]^T$; $\mathbf{a}_{st}(\theta, w_d) = [\mathbf{a}_t(w_d) \otimes \mathbf{a}(\theta_{di}), \mathbf{a}_t(w_d) \otimes \mathbf{a}(\theta_{si})]$ 为阵列的时空二维联合方向矩阵, \otimes 为 Kronecker 积; $\mathbf{a}_t(w_d) = [\exp(jw_d T_r), \exp(jw_d 2T_r), \dots, \exp(jw_d MT_r)]^T$ 为阵列时域维方向矢量。

3 基于相关矩阵在信号子空间交替投影的广义 MUSIC 算法

3.1 时空级联最大似然交替投影处理方法

在进行目标角度搜索时, 根据方向矩阵 $\mathbf{A}_{st}(\theta, w_d)$ 的表达式, 可以将数据在空域和时域分开处理。在进行目标多普勒维搜索时采用的是文献[4]提出的信号多普勒维搜索方法, 其多普勒维搜索的表达式为

$$(\hat{\theta}, \hat{w}_d) = \arg \max_{\theta, w_d} [\mathbf{X}^H(w_{d_1}) \mathbf{a}_s(\theta_1), \mathbf{X}^H(w_{d_2}) \mathbf{a}_s(\theta_2), \dots, \mathbf{X}^H(w_{d_p}) \mathbf{a}_s(\theta_p)] B^{-1} [\mathbf{X}^H(w_{d_1}) \mathbf{a}_s(\theta_1), \dots, \mathbf{X}^H(w_{d_p}) \mathbf{a}_s(\theta_p)]^H \quad (5)$$

其中 $\mathbf{X}^H \mathbf{a}_{st}(\theta_i, w_{d_i}) = \mathbf{X}^H [\mathbf{a}_t(w_{d_i}) \otimes \mathbf{a}(\theta_{di}), \mathbf{a}_t(w_{d_i}) \otimes \mathbf{a}(\theta_{si})] = [\mathbf{X}^H(w_{d_i}) \mathbf{a}(\theta_{di}), \mathbf{X}^H(w_{d_i}) \mathbf{a}(\theta_{si})]$, $i = 1, 2, \dots, P$, $\mathbf{B} = \mathbf{A}_{st}^H \mathbf{A}_{st} = (\mathbf{A}_s^H \mathbf{A}_s) \odot (\mathbf{A}_t^H \mathbf{A}_t)$, 其中 \odot 表示 Hadamard 积; $\mathbf{X}^H(w_{d_i}) = [x_1(w_{d_i}), x_2(w_{d_i}), \dots, x_N(w_{d_i})]^T$ 为阵列输出数据序列的时域傅里叶变换; $\mathbf{A}_s(\theta) = [\mathbf{a}_s(\theta_1), \mathbf{a}_s(\theta_2), \dots, \mathbf{a}_s(\theta_p)]$, $\mathbf{a}_s(\theta_i)$ 为阵列在 θ_i 方向的空域方向矢量, θ_i 为第 i 个信号源的回波方向; $\mathbf{A}_t(\theta) = [\mathbf{a}_t(w_{d_1}), \mathbf{a}_t(w_{d_2}), \dots, \mathbf{a}_t(w_{d_p})]$, $\mathbf{a}_t(w_{d_i})$ 为阵列第 i 个目标回波的时域维方向矢量。

在进行波达方向估计时, 最大似然交替投影(ML-AP)算法^[6]的处理过程是: 在对第 i 个目标的角度 $\theta_i^{(k+1)}$ 进行第 $k+1$ 次迭代搜索时, 首先根据其他目标角度 $\Theta_{(i)}^{(k)}$ 构造投影矩阵:

$$\mathbf{P}_{[\mathbf{A}(\Theta_{(i)}^{(k)}), \mathbf{a}(\theta_i)]} = \mathbf{P}_{\mathbf{A}(\Theta_{(i)}^{(k)})} + \mathbf{P}_{\mathbf{a}(\theta_i)_{\mathbf{A}(\Theta_{(i)}^{(k)})}} \quad (6)$$

式中 $\mathbf{a}(\theta_i)_{\mathbf{A}(\Theta_{(i)}^{(k)})} = (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{\mathbf{A}(\Theta_{(i)}^{(k)})}) \mathbf{a}(\theta_i)$, $\Theta_{(i)}^{(k)} = [\hat{\theta}_1^{(k+1)}, \dots, \hat{\theta}_{i-1}^{(k+1)}, \hat{\theta}_{i+1}^{(k)}, \dots, \hat{\theta}_P^{(k)}]$, $\mathbf{P}_{\mathbf{A}(\Theta_{(i)}^{(k)})} = \mathbf{A}(\Theta_{(i)}^{(k)}) (\mathbf{A}^H(\Theta_{(i)}^{(k)}) \mathbf{A}(\Theta_{(i)}^{(k)}))^{-1} \mathbf{A}^H(\Theta_{(i)}^{(k)})$;

将式(6)代入:

$$\hat{\theta}_i^{(k+1)} = \max_{\theta_i} \text{tr}(\mathbf{P}_{[\mathbf{A}(\Theta_{(i)}^{(k)}), \mathbf{a}(\theta_i)]} \hat{\mathbf{R}}) \quad (7)$$

得:

$$\hat{\theta}_i^{(k+1)} = \max_{\theta_i} \text{tr}(\mathbf{P}_{\mathbf{a}(\theta_i)_{\mathbf{A}(\Theta_{(i)}^{(k)})}} \hat{\mathbf{R}}) \quad (8)$$

其中 $\hat{\mathbf{R}}$ 为由采样回波信号构造的相关矩阵。式(5)~式(8)即时空级联最大似然交替投影处理方法的主要过程。

3.2 基于相关矩阵在信号子空间交替投影的广义 MUSIC 波达方向估计方法

由以上表达式可知, ML-AP 算法是将信号的方向矢量交替投影得到不同的正交投影空间; 本文提出的方法同样采用了交替投影的思想, 所不同的是本文不是交替得到信号的正交投影空间, 而是首先将时域接收到的信号转变到频域, 同时根据已知信息构造目标回波, 之后再将该频域信号的相关矩阵交替向各个目标回波的信号子空间投影, 最后再对投影后所得的回波信号的相关矩阵进行矩阵分解, 以及角度搜索, 其具体过程为在第 k 次迭代过程中, 当对第 i 个目标的角度 $\hat{\theta}_i^{(k)}$ 进行第 k 次迭代搜索时, 可以先根据不同目标的距离信息、多普勒信息近似构造目标的回波信号, 之后在阵列接收信号中一一减去除第 i 个目标之外的其它信号, 便得到第 i 个目标的回波及噪声, 将相关矩阵投影到第 i 个目标的信号子空间中, 新投影得到的相关矩阵为 $\mathbf{R}_{\hat{\theta}_i^{(k)}} = \mathbf{P}_{\hat{\theta}_i^{(k)}} \cdot \mathbf{R} \mathbf{x}_{wd}$, 其中 $\mathbf{R} \mathbf{x}_{wd}$ 是由 x_{wd} ^[4] (x_{wd} 为阵列输出数据序列的时域 Fourier 变换) 构造的相关矩阵, 投影后的相关矩阵 $\mathbf{R}_{\hat{\theta}_i^{(k)}}$ 只包含了 $\hat{\theta}_i^{(k)}$ 及噪声空间信息, 对 $\mathbf{R}_{\hat{\theta}_i^{(k)}}$ 进行特征值分解, 构造噪声子空间 \mathbf{P}_{N_i} 。分解时考虑到低仰角目标的多径影响, 构造空间谱函数^[5]:

$$S_\rho(\theta_{di}, \theta_{si}) = \left[\min_{\rho} \frac{\rho_i^H \mathbf{A}^H(\theta_{di}, \theta_{si}) \mathbf{P}_{N_i} \mathbf{A}(\theta_{di}, \theta_{si}) \rho_i}{\rho_i^H \mathbf{A}^H(\theta_{di}, \theta_{si}) \mathbf{A}(\theta_{di}, \theta_{si}) \rho_i} \right]^{-1} \quad (9)$$

其中 $\mathbf{A}(\theta_{di}, \theta_{si}) = [\mathbf{a}(\theta_{di}), \mathbf{a}(\theta_{si})]$ 为由第 i 个目标的直达波信号与多径信号的波达方向组成的方向矩阵, 式(9)等价于下式^[5]:

$$\det \{ \mathbf{A}^H(\theta_{di}, \theta_{si}) \mathbf{P}_{N_i} \mathbf{A}(\theta_{di}, \theta_{si}) - \lambda \mathbf{A}^H(\theta_{di}, \theta_{si}) \mathbf{A}(\theta_{di}, \theta_{si}) \} = 0 \quad (10)$$

求解式(10), 搜索 λ_{\min} 对应的谱峰即可得到目标 i 的 θ_{di}, θ_{si} , 给定目标距离信息便可得到目标的高度。下面我们给出具体的迭代算法:

步骤1 首先采用DBF数字波束形成或常规超分辨率方法给出目标俯仰角的初始值 $\hat{\theta}_j^{(0)}$, $j=1,2,\dots,P$, 给定迭代精度值 ε , 令 $k=0$;

步骤2 采用式(5)搜索目标多普勒频率的估计值 $\hat{f}_j^{(k)}$, $j=1,2,\dots,P$, 并得到 x_{wd} , $\mathbf{R}x_{wd}$;

步骤3 根据雷达发射信号模型(线形调频信号或单频信号等)、目标的回波延迟 τ 以及步骤2中估计出来的多普勒值 $\hat{f}_j^{(k)}$ 等信息构造目标的回波信号 $\hat{X}_j^{(k)}$, $j=1,\dots,i-1,i+1,\dots,P$;之后,在实际的接收回波 $X(t)$ 中减去构造的回波信号便只剩下待估计目标 i 的回波信息 $\hat{X}_i^{(k)}$,其对应的相关矩阵可以表示为 $\mathbf{R}_{\hat{X}_i^{(k)}} = (\hat{X}_i^{(k)})^H \hat{X}_i^{(k)}$,对其进行特征值分解,构造目标 i 的信号子空间 $\mathbf{P}_{\hat{X}_i^{(k)}}$;

步骤4 将相关矩阵 $\mathbf{R}x_{wd}$ 投影到目标 i 的信号子空间 $\mathbf{P}_{\hat{X}_i^{(k)}}$ 中得到信号 i 的相关矩阵 $\mathbf{R}_{\hat{\theta}_i^{(k)}}$,对 $\mathbf{R}_{\hat{\theta}_i^{(k)}}$ 进行特征值分解,构造噪声子空间 \mathbf{P}_{N_i} ,通过解式(10)得到目标 i 的俯仰角 $\hat{\theta}_i^{(k)}$;

步骤5 若 $|\hat{\theta}_i^{(k)} - \hat{\theta}_i^{(k-1)}| \leq \varepsilon$,则停止迭代搜索,否则 $k=k+1$,转步骤2;

步骤6 停止迭代后,根据目标俯仰角 $\hat{\theta}_i^{(k)}$ 和距离信息 R_i 并考虑地球曲率的影响,计算目标的高度,即

$$\hat{h}_i = R_i \sin(\hat{\theta}_i^{(k)}) + H_a + R_i^2 / (2r_e) \quad (11)$$

其中 r_e 为地球等效半径, H_a 为天线架设位置的海拔高度。

相比文献[4]的最大似然交替投影处理方法,本文提出的方法在运算量上有明显的减少,具体表现在:

(1) 文献[4]中,每进行一次角度搜索,需要形成两个投影空间 $\mathbf{P}_{A(\hat{\theta}_i^{(k)})}$, $\mathbf{P}_{a(\hat{\theta}_i)}$,而每次形成投影空间都需要一次矩阵求逆运算,因此,每进行一次角度搜索需要两次矩阵求逆运算,分别构造两次投影空间;

(2) 本文方法中,每进行一次角度搜索,只需要在步骤3中进行一次矩阵求逆运算,构造一次信号子空间 $\mathbf{P}_{\hat{X}_i^{(k)}}$,在步骤4中进行一次投影运算;

相比文献[4],本文方法每进行一次搜索,少进行一次矩阵求逆运算、一次投影空间的构造,而一次矩阵求逆运算的运算量为 $2N^3$ (N 为矩阵维数),由此可见,本文方法相比于文献[4]至少有 $2N^3$ 运算量的减少。

4 计算机仿真和实测数据处理

为了验证本文提出的方法的有效性和理论分析的正确性,我们作了一些计算机仿真,将本文方法和时空级联最大似然算法进行了性能比较,并将该方法用于实测数据处理。在计算机仿真过程中(不考虑地球曲率的影响),采用16阵元等间距垂直布线的线性阵列天线,雷达架高100m,载波频率为240MHz,天线间距半波长,考虑两个远场低空信源,目

标1距天线阵中心的距离 $R_1=70\text{km}$,高度 $h_1=1000\text{m}$,多普勒频率 $f_{d1}=35\text{Hz}$,目标2距天线阵中心的距离 $R_2=100\text{km}$,高度 $h_2=2500\text{m}$,多普勒频率 $f_{d2}=80\text{Hz}$,快拍数为500,地面反射系数为0.9,信噪比 $\text{SNR}=8\text{dB}$,目标1的直达波入射角为 0.737° ,多径信号入射角为 -0.9° ,众所周知,传统MUSIC不能处理相干信号,因此在这种情况下无法进行DOA估计;图1为本文提出的相关矩阵交替投影方法搜索的结果,算法在经过4次迭代角度达到了真值,经过2次迭代多普勒搜索达到了真值。可以看出,本文提出的方法可以很精确地搜索到目标的直达波和多径信号的角度值。其中图1(a)为采用本文方法二维搜索得到的目标1的空间谱,图1(b)为图1(a)对应的等高线图。由图1(b)可以测得目标1直达波和多径信号入射角分别为 0.712° , -0.975° ,测得目标高度为1344m,可见本方法性能优于传统MUSIC。对于两个低仰角远场目标,目标1距天线阵中心的距离 $R_1=100\text{km}$,高度 $h_1=2200\text{m}$,多普勒频率 $f_{d1}=60\text{Hz}$,目标2距天线阵中心的距离 $R_2=100\text{km}$,高度 $h_2=2000\text{m}$,多普勒频率 $f_{d2}=88\text{Hz}$,信噪比 $\text{SNR}=15\text{dB}$,搜索的目标高度分别为2238m,1954m,图2为目标1的空间谱(图中可以看到有两个谱峰,这是由于当信噪比较低时,构造的目标回波还包含其他信号的信息,使得无法准确构造信号的投影空间而造成的)。考虑到本文是直接对雷达接收机的回波信号处理,之前未经过任何数据预处理,提高信噪比后,在信噪比 $\text{SNR}=20\text{dB}$ 的情况下测得目标高度分别为2216m,1998m,基本达到了真实目标高度,图3为提高信噪比后目标1的空间谱,图中只有一个谱峰,可见信噪比的提高对测高的精度有直接影响。

为比较本文方法与时空级联最大似然方法的性能,我们给出了以下仿真结果。图4为单次快拍的信噪比为10dB时均

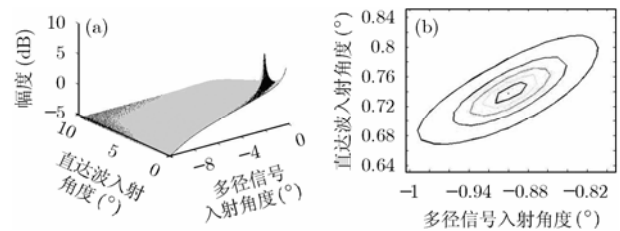


图1 本文方法形成的目标1的空间谱

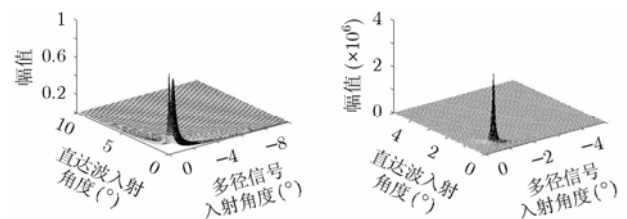


图2 低信噪比下目标1的空间谱

图3 提高信噪比后目标1的空间谱

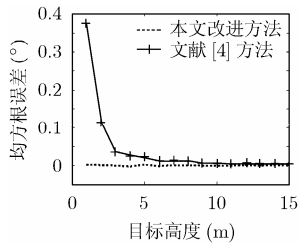


图4 均方根误差随
目标高度变化曲线

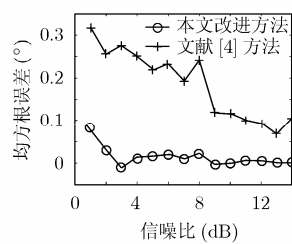


图5 均方根误差随
阵元信噪比变化曲线

方根误差随目标高度的变化曲线，图5给出了目标距离100km，高度为2000m时均方误差随信噪比的变化曲线。图中实线和虚线分别为本文方法和时空级联最大似然算法的理论均方根误差，每一个实验值是由100次Monte-Carlo实验结果统计得到。从图中可以看出在低信噪比、低仰角目标的情况下，本文方法的性能优于时空级联最大似然方法。

针对本文提出的相关矩阵交替投影方法，我们采用一组米波雷达实测数据进行了方法验证，实测数据为一批民航机的回波，其中天线架高63m，采用 8×2 路阵元等间距垂直布线的面阵列天线，阵元间距1.1m，采样频率 $f_s = 1000\text{Hz}$ 。采用本文方法首先通过多普勒维搜索将目标分开，然后针对某一个目标进行了跟踪和高度测量，经过多普勒维估计，该目标在降落过程中速度大概从508km/h下降到443km/h，目标高度的测量结果经曲线拟合后如图6所示，图中虚线为通过GPS纪录的目标实际高度，实线为采用本文方法测得的目标高度。由图可见，测量高度的最大误差在250m左右，最小误差仅40m，可见该方法满足实际米波雷达测高要求。由以上结果分析可见，本文提出的方法可行，可以较精确地测量目标的俯仰角度和高度值。

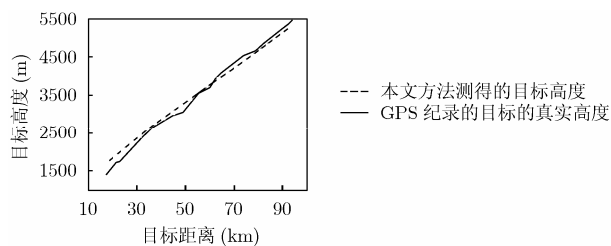


图6 实测数据处理结果

5 结束语

本文结合文献[4]提出的采用最大似然方法进行目标时空域联合搜索的方法，针对回波信号中多目标的存在以及低仰角目标因多径影响而导致测高难这一问题，提出了一种将相关矩阵在信号子空间交替投影的时空级联波达方向估计方法。经过实验仿真以及某米波雷达实测数据验证，证明了该方法的可行性，且性能较文献[4]的方法有较大提高，适合于雷达作实时处理。

致谢 感谢中电集团38所提供某米波雷达实验系统的实测数据。

参考文献

- [1] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter Estimation. *IEEE Trans. on AP*, 1986, 34(3): 276-280.
- [2] Wong K T and Zoltowski M D. Uni-vector-sensor ESPRIT for multi-source azimuth-elevation angle estimation[J]. *IEEE Trans. on AP*, 1997, 45(10): 1467-1474.
- [3] Shan T J, Wax M, and Kailath T. On spatial smoothing of estimation of coherent signals[J]. *IEEE Trans. on ASSP*, 1985, 33(4): 806-811.
- [4] 贾永康, 保铮. 利用多普勒信息的波达方向最大似然估计方法. *电子学报*, 1997, 25(6): 71-76.
Jia Yong-kang and Bao Zheng. Maximum likelihood DOA estimation by using doppler information, *Acta Electronica Sinica*, 1997, 25(6): 71-76.
- [5] Zoltowski Michael. Vector space approach to direction finding in a coherent multipath environment[J]. *IEEE Trans. on AP*, 1986, 34(9): 1069-1079.
- [6] Ziskind I and Wax M. Maximum likelihood localization at multiple sources by alternating projection. *IEEE Trans. on ASSP*, 1988, 36(10): 1553-1560.

赵光辉：男，1980年生，博士生，研究方向为米波雷达测高方法研究。

陈伯孝：男，1966年生，博士，教授，博士生导师，研究方向包括新体制雷达系统设计、雷达信号处理、阵列信号处理、精确制导与目标跟踪等，发表论文60余篇。

董玫：女，1980年生，博士生，研究方向为阵列信号处理及目标跟踪。