基于高阶循环累积量的 OFDM 子载波盲估计

郑文秀　　赵国庆　　罗　明
(西安电子科技大学电子工程学院　西安　710071)

摘　要：该文针对通信对抗和 OFDM 信号解调的实际应用，提出一种利用高阶循环累积量估计 OFDM 信号子载波的方法。由于高阶循环累积量能有效抑制平稳噪声和非平稳高斯噪声，通过理论分析可证明在上述噪声背景下，子载波采用 2/4PSK 调制的 OFDM 信号的特定四阶循环累积量仅在子载波处存在，因此可以通过检测此循环频率实现子载波的估计。该算法还可推广到采用星形 QAM 和高阶 PSK 调制的 OFDM 信号。仿真实验验证了该算法的有效性。

关键词：通信对抗；OFDM；载波估计；累积量
中图分类号：TN975　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2008)02-0346-04

Blind Estimation of OFDM Sub-carrier Frequencies Based on the High-Order Cyclic Cumulants

Zheng Wen-xiu　　Zhao Guo-qing　　Luo Ming
(*School of Electronic Engineering*, *Xidian Univ.*, *Xi'an* 710071, *China*)

Abstract: Aiming at the real application of the communication countermeasures and OFDM signal demodulation, a method is proposed to estimate the sub-carriers of OFDM signal using the high-order cyclic cumulants. Due to the fact that the high-order cyclic cumulants can suppress the stationary and non-stationary Gaussian noise, it is proved by theoretical analysis under the above noise background that the specific four-order cyclic cumulants of the OFDM signal with the 2/4 PSK modulation exist only at the location of its sub-carriers, so that the sub-carrier estimation can be implemented by detecting the cyclo-frequencies. The proposed method can also be popularized on the OFDM signal with star-QAM and high-order PSK modulation. And simulation proves the effectiveness of the proposed method.

Key words: Military electronic countermeasures; OFDM; Carrier estimation; Cumulants

1　引言

正交频分复用调制(OFDM)是一种多载波调制技术，由于其具有较强的抗多径、抗码间干扰的性能和高的频谱利用率[1−3]，近年来在高速数据通信中受到广泛重视。然而，OFDM 信号对载波偏差十分敏感，即使是较小的偏差也会使解调性能急速下降[2]。在通信电子支援中，需要估计 OFDM 信号调制参数。因此，对 OFDM 信号子载波的精确估计问题成为通信对抗和信号解调中一个十分重要的问题。

发端振荡器的不稳定会引起 OFDM 信号各子载波依次产生一定的偏差[2]。文献[2−5]针对这种载波偏差提出的载波偏差估计方法要求载波偏差不能大于子载波间隔的一半，否则就会引起估计模糊。为了解决估计模糊问题，文献[6,7]提出了改进方法。但是，这些方法均只适用于各子载波的偏差一致(即载波偏差)的情况，而对于频率选择衰落信道所引起的不规则的各个子载波本身的偏差就不再适用。

针对这些问题，本文定义高阶循环矩的一个子集，并由此提出采用该组高阶循环矩导出的循环累积量来精确估计 OFDM 信号子载波的算法。以 2/4PSK 调制的 OFDM 信号为例，详细分析了 OFDM 信号的四阶循环累积量，并证明了其仅在循环频率等于子载波时存在的结论。从而通过检测此四阶循环累积量的循环频率，即可实现 OFDM 信号子载波的精确估计。该算法无需 OFDM 信号子载波频率的先验信息，且不是针对载波偏差进行估计而是直接估计各个子载波，从而避免了考虑各子载波偏差规则与否的情况。理论分析和仿真实验验证了算法的有效性。

2　OFDM 子载波估计算法

数字通信信号的突出特点为具有循环平稳性，循环累积量已成为分析数字通信信号的一种有效信号处理工具。高阶循环累积量在理论上可完全抑制任何平稳高斯或非高斯噪声以及非平稳的高斯噪声[8]，故在高阶循环累积量域可以得到较高的信噪比，从而有利于信号的参数估计[9,10]。

对于固定延迟 $\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_{k-1}$，如果 $m_{ks}(t;\tau)=\widehat{E}^{(\alpha)}\cdot\left\{\prod_{j=0}^{k-1}s(t+\tau_j)\right\}$ ($\widehat{E}^{(\alpha)}\{\bullet\}$ 表示时变数学期望)存在一个相对于 t 的傅里叶级数展开[8]，则

2006-07-21 收到，2007-02-05 改回

$$m_{ks}(t;\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_{k-1})=\sum_{\alpha\in A_k^m}M_{ks}^{\alpha}(\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_{k-1})e^{j\alpha t} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}&M_{ks}^{\alpha}(\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_{k-1})\\&=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T-1}m_{ks}(t;\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_{k-1})e^{-j\alpha t}\\&=\left\langle m_{ks}(t;\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_{k-1})e^{-j\alpha t}\right\rangle_t\end{aligned} \tag{2}$$

其中符号 $\langle\cdot\rangle_t$ 表示时间平均，傅里叶系数 $M_{ks}^{\alpha}(\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_{k-1})$ 称为信号 $s(t)$ 在循环频率 α 的 k 阶循环矩，而 A_k^m 称为相对于 k 阶循环矩的循环频率集，它是可数的，定义为

$$A_k^m=\left\{\alpha:M_{ks}^{\alpha}(\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_{k-1})\neq 0,\quad 0\le\alpha<2\pi\right\} \tag{3}$$

根据式(1)－式(3)循环矩的原始定义，循环平稳信号 $s(i),i=0,1,\cdots,N-1$ 的一组 k 阶循环矩可以按 k 阶样本循环矩估计：

$$\begin{aligned}&M_{ks}^{\alpha}(\tau_1,\cdots,\tau_{k-1})\\&=\frac{1}{T}\sum_{i=0}^{N-1}s(i)s(i+\tau_1)\cdots s(i+\tau_{k-1})e^{-j2k\pi\alpha t}\\&=\left\langle s(i)s(i+\tau_1)\cdots s(i+\tau_{k-1})e^{-j2k\pi\alpha t}\right\rangle_t\end{aligned} \tag{4}$$

其中 k 为循环矩的阶数；α 为循环频率；T 为信号时间平均的长度；N 为 T 长时间的数字信号采样点数。由于式(1)－式(3)与式(4)中循环频率 α 定义的不同，使得式(4)所定义的 k 阶循环矩只是信号 $s(i)$ 的一组 k 阶循环矩而不是信号的所有 k 阶循环矩，或者说，式(4)定义的 k 阶循环矩是式(1)－式(3)原始定义的 k 阶循环矩的一个子集。

那么，循环平稳信号的循环累积量 $C_{ks}^{\alpha}(\tau_1,\cdots,\tau_{k-1})$ 可根据循环矩定义[8]为

$$C_s(\tau_1,\cdots,\tau_{k-1})=\sum_{\bigcup_{p=1}^{q}I_p=I}[(-1)^{q-1}(q-1)!\prod_{p=1}^{q}M_s(I_p)] \tag{5}$$

由式(4)，式(5)可得信号的四阶循环累积量 $C_{40}^{\alpha}(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ 表示：

$$\begin{aligned}C_{40}^{\alpha}(\tau_1,\tau_2,\tau_3)=&M_{4s}^{\alpha}(\tau_1,\tau_2,\tau_3)-M_{2s}^{\alpha}(\tau_1)\\&\cdot M_{2s}^{\alpha}(\tau_3-\tau_2)-M_{2s}^{\alpha}(\tau_2)\\&\cdot M_{2s}^{\alpha}(\tau_1-\tau_3)-M_{2s}^{\alpha}(\tau_3)\cdot M_{2s}^{\alpha}(\tau_2-\tau_1)\end{aligned} \tag{6}$$

当 $\tau_1=\tau_2=\tau_3=0$ 时有

$$\begin{aligned}C_{40}^{\alpha}(0,0,0)&=M_{4s}^{\alpha}(0,0,0)-3M_{2s}^{\alpha}(0)\cdot M_{2s}^{\alpha}(0)\\&=\left\langle s^4(t)e^{-j8\pi\alpha t}\right\rangle_t-3\left\langle s^2(t)e^{-j4\pi\alpha t}\right\rangle_t^2\end{aligned} \tag{7}$$

OFDM 的基本思想为在频域内将信道分成多个子信道，在每个子信道上使用独立的子载波分别调制，并且进行并行传输。OFDM 信号可表示如下：

$$s(t)=\sum_{i=1}^{N}d_i g(t-t_0-T_b/2)e^{j2\pi f_i(t-t_0)},\quad t_0\le t\le t_0+T_b \tag{8}$$

其中 N 表示子载波个数；T_b 表示 OFDM 符号周期；$d_i,i=1,2,\cdots,N$ 是分配给每个子信道的数据符号；f_i 为第 i 个子载波频率；脉冲函数 $g(t)=1,|t|<T_b/2$；t_0 为信号的起始时刻。需要传送的信息调制到各个子载波，可以采用的调制方式包括 2PSK，4PSK，星形 16QAM 等。

现考虑子载波均采用相移键控(PSK)调制的 OFDM 信号，设截获信号为

$$x(t)=s(t)+n(t)=\sum_{i=1}^{N}A_i(t)e^{j(2\pi f_i t+\theta_i+\phi_i)}+n(t) \tag{9}$$

其中 $A_i(t)$ 为第 i 路子载波的幅度，f_i 为第 i 路子载波的频率，θ_i 为第 i 路的基带相位信号，ϕ_i 为初始相位偏差，$n(t)$ 为加性窄带高斯分布的信道噪声。

由于平稳(非平稳)高斯白(色)噪声大于 2 阶的循环累积量恒为零，故式(9)中信道噪声 $n(t)$ 的四阶循环累积量为 0，从而有 $C_{4x}^{\alpha}=C_{4s}^{\alpha}+C_{4n}^{\alpha}=C_{4s}^{\alpha}$。根据循环累积量的定义，将式(9)带入式(7)可得到 OFDM 信号的四阶循环累积量：

$$\begin{aligned}C_{40}^{\alpha}(0,0,0)&=\left\langle s^4(t)e^{-j8\pi\alpha t}\right\rangle_t-3\left\langle s^2(t)e^{-j4\pi\alpha t}\right\rangle_t^2\\&=\sum_{i=1}^{N}\left\langle A_i^4(t)e^{j4(2\pi f_i t+\theta_i+\phi_i)}\cdot e^{-j8\pi\alpha t}\right\rangle_t\\&\quad-\sum_{i=1}^{N}3\left\langle A_i^2(t)e^{j2(2\pi f_i t+\theta_i+\phi_i)}\cdot e^{-j4\pi\alpha t}\right\rangle_t^2\end{aligned} \tag{10}$$

当 $\alpha=f_k$ 时，f_k 为某一子载波，若认为 f_k 子载波与其他各个子载波相互独立，根据循环累积量性质[8]就可以将式(10)的求和分为两部分，即子载波 f_k 部分和其他子载波部分。设子载波 f_k 调制信号的随机相位等概出现，则有

$$\begin{aligned}&\left\langle A_k^4(t)e^{j4(2\pi f_k t+\theta_k+\phi_k)}\cdot e^{-j8\pi f_k t}\right\rangle_t\\&-3\left\langle A_k^2(t)e^{j2(2\pi f_k t+\theta_k+\phi_k)}\cdot e^{-j4\pi f_k t}\right\rangle_t^2\\&=A_k^4e^{j4\phi_k}\left\langle e^{j4\theta_k}\right\rangle_t-3A_k^4e^{j4\phi_k}\left\langle e^{j2\theta_k}\right\rangle_t^2\\&=\begin{cases}-2A_k^4e^{j4\phi_k},\ M=2,\text{子载波采用2PSK调制}\\A_k^4e^{j4\phi_k},\quad M=4,\text{子载波采用4PSK调制}\\0,\qquad M=8,\text{子载波采用8PSK调制}\end{cases}\end{aligned} \tag{11}$$

而对于子载波 $f_i\neq f_k$ 的信号部分的循环累积量为

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{N}\left\langle A_i^4(t)e^{j4(2\pi f_i t+\theta_i+\phi_i)}\cdot e^{-j8\pi f_k t}\right\rangle_t\\&-\sum_{i=1}^{N}3\left\langle A_i^2(t)e^{j2(2\pi f_i t+\theta_i+\phi_i)}\cdot e^{-j4\pi f_k t}\right\rangle_t^2\\&=\sum_{i=1}^{N}\left\langle A_i^4(t)e^{j4\phi_i}\cdot e^{j[8\pi(f_i-f_k)t+4\theta_i]}\right\rangle_t\\&\quad-3\sum_{i=1}^{N}\left\langle A_i^2(t)e^{j2\phi_i}\cdot e^{j[4\pi(f_i-f_k)t+2\theta_i]}\right\rangle_t^2=0\end{aligned} \tag{12}$$

综合式(10)－式(12)可得

$$C_{40}^{f_k}(0,0,0)=\begin{cases}-2A_k^4e^{j4\phi_k},\ M=2,\text{子载波采用2PSK调制}\\A_k^4e^{j4\phi_k},\quad M=4,\text{子载波采用4PSK调制}\\0,\qquad M=8,\text{子载波采用8PSK调制}\end{cases} \tag{13}$$

$$C_{40}^{\alpha}(0,0,0)=0,\ \alpha\neq f_k(f_k\text{为OFDM信号子载波})$$

可见，子载波采用 2/4PSK 调制时，OFDM 信号的 α-$\left|C_{40}^{\alpha}(0,0,0)\right|$ 曲线在各个子载波频率处不为零，而在其它位置处为 0，即子载波为一循环频率。因此可以通过检测 α-$\left|C_{40}^{\alpha}(0,0,0)\right|$ 曲线上的峰值来实现 OFDM 信号的子载波估

计。

本文的算法描述主要以 2/4PSK 调制为例，而对于采用 8PSK 调制的 OFDM 信号来说，将原始信号进行平方运算就可将 8 相制变为 4 相制，从而仍可利用四阶循环累积量 $\alpha-\left|C_{40}^{\alpha}(0,0,0)\right|$ 估计各子载波频率。同时，该算法还可推广到星形 QAM 调制的 OFDM 信号的载波估计。对于 $M>16$ 的星形 QAM 调制的 OFDM 信号需要采用大于四阶的更高阶循环累积量才能精确估计出载波。本文这里只给出星形 8/16QAM 调制(假设第 k 路 QAM 信号星座点的最小半径为 A_k，星座图上各环半径成倍数增加，且各星座点为等概出现)的 OFDM 信号四阶循环累积量的计算结果：

$$C_{40}^{\alpha}(0,0,0)=\begin{cases}8.5A_k^4e^{j4\phi_k}, & \alpha=f_k,\text{子载波采用星形8QAM调制}\\ 88.5A_k^4e^{j4\phi_k}, & \alpha=f_k,\text{子载波采用星形16QAM调制}\\ 0, & \alpha\neq f_k\end{cases}\tag{14}$$

同样地，α-$\left|C_{kx}^{\alpha}(0,0,0)\right|$ 曲线的循环频率仍为各路子载波。

综合起来，基于高阶循环累积量的 OFDM 子载波盲估计算法总结如下：

(1)计算接收信号 $x(t)$ 的功率谱,检测信号的频谱位置，确定循环频率 α 的搜索范围为信号的频谱范围；

(2)根据式(4)−式(7)计算信号 $x(t)$ 的四阶或更高阶循环累积量曲线 α-$\left|C_{kx}^{\alpha}(0,0,0)\right|$；

(3)检测曲线 α-$\left|C_{kx}^{\alpha}(0,0,0)\right|$ 峰值的位置，即为 OFDM 信号的子载波估计。

3 仿真实验

为了验证上述理论分析的正确性和子载波估计算法的精确度，我们将在下面进行 3 个仿真实验。

实验 1 通过仿真研究子载波采用 2/4PSK 调制的 OFDM 信号的子载波估计原理。仿真条件为：数据采样率为 51.2kHz，按 512 路子载波计算，载波间隔 100Hz，码速率 100 波特，噪声为加性窄带高斯噪声，带宽为信号带宽，信噪比为 10dB。

(1)每个子载波采用 2PSK 调制，各个子载波调制信息独立，载波起始频率为 4kHz，产生 4 路子载波的 OFDM 信号，均匀分布的码元个数为 600。α-$\left|C_{40}^{\alpha}(0,0,0)\right|$ 曲线计算如图 1(a)所示，图中横坐标为循环频率。可以看出在子载波处 α-$\left|C_{40}^{\alpha}(0,0,0)\right|$ 曲线存在明显峰值。通过检测这些峰值得到子载波频率估计为 4kHz，4.1kHz，4.2kHz，4.3kHz，从而实现了 2PSK 调制的 OFDM 信号子载波的盲估计，且具有较高的估计精度。

(2)图 1(b)给出了每个子载波采用 4PSK 调制时计算得到的 α-$\left|C_{40}^{\alpha}(0,0,0)\right|$ 曲线，其中起始频率为 4kHz，产生含四路子载波的 OFDM 信号，码元个数为 600。由图 1(b)可见在子载波频率处仍存在峰值，得到的子载波估计值为 4kHz，4.1kHz，4.2kHz，4.3kHz。

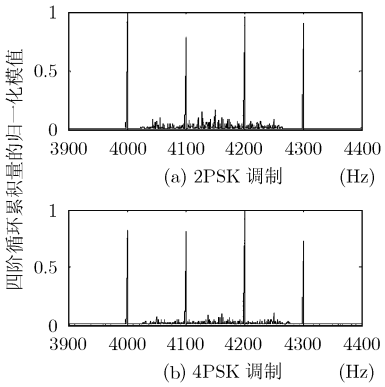

图 1 子载波采用 2、4PSK 调制的 OFDM 信号的 $\alpha-\left|C_{40}^{\alpha}(0,0,0)\right|$ 归一化曲线

实验 2 统计子载波采用 2/4PSK 调制和星形 8/16QAM 调制的 OFDM 信号子载波估计正确率。仿真信噪比范围为 [−15 10]dB，独立不相关的仿真实验重复 100 次，其它仿真条件(QAM 调制的仿真条件如同 PSK 调制)如实验 1。

图 2 给出了加性高斯白噪声信道中，不同信噪比下，OFDM 信号子载波估计的平均正确率(子载波估计误差 $\leq 0.1\%$，就认为估计正确)曲线。从图中曲线可见，在信噪比大于−5dB 时，本文提出的算法对 PSK 调制的 OFDM 信号子载波估计的正确率均在 95%以上；而在信噪比大于 0dB 时，对于 QAM 调制的子载波估计的正确率也均在 90%以上。因此，该实验验证了算法对 PSK 调制和星形 QAM 调制的 OFDM 信号子载波估计的有效性和准确性。

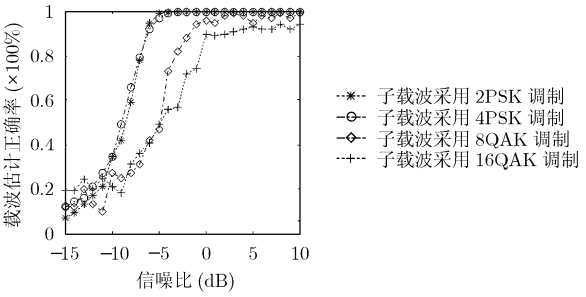

图 2 OFDM 信号子载波估计的平均正确率曲线

实验 3 比较 OFDM 信号子载波估计算法在一般信道和频率选择性衰落信道下的性能曲线。OFDM 信号采用 4PSK 调制，信噪比范围为 [−15 5]dB，其它仿真参数如实验 1。仿真的频率选择性衰落信道为 6 径瑞利衰落信道：各径的归一化延时为 [0 0.052 0.143 0.531 0.822 1.251] (单位为一个码元宽度)；各径的幅度衰落为独立的随机分布，其标准离差为 [1 0.8913 0.5623 0.3162 0.1778 0.100]。

图 3 给出了 4PSK-OFDM 信号在不同信道中的载波估计性能曲线。从图中可见：在信噪比大于−5dB 时，本文的

算法对一般信道的载波估计的正确率均在95%以上；而在频率选择性信道中，算法的估计正确率在信噪比大于0dB时，也达到了95%以上。也就是说，本文的算法对于频率选择性信道中的载波估计也同样是十分有效的。

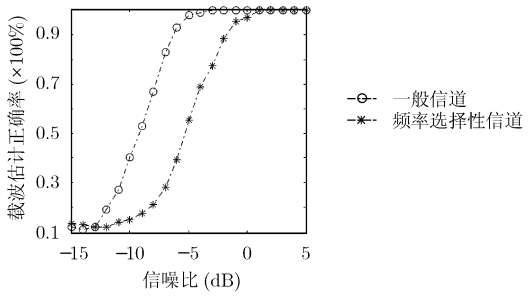

图3　4PSK-OFDM信号在一般信道和频率选择性信道中子载波估计的性能比较

4　结束语

通信对抗的实际应用中，为了实现对OFDM信号的信息解调和干扰，子载波的盲估计是十分重要的。针对不规则的子载波偏差问题，本文提出采用特定高阶循环累积量精确估计OFDM子载波的算法。文中以2/4PSK调制子载波的OFDM信号为例推导并证明了其四阶循环累积量仅在子载波位置处不为零的结论，从而可以通过检测α-$\left|C_{40}^{\alpha}(0,0,0)\right|$曲线的峰值位置来估计出OFDM信号的子载波。同时指出，该算法也可推广到QAM调制和高阶PSK调制的OFDM信号。

由于高阶循环累积量对白噪声的优良抑制作用，使得本文提出的这种基于高阶循环累积量的OFDM子载波盲估计算法在低信噪比下也具有较好的估计性能。第3节的仿真实验给出了该算法在一般信道和频率选择性信道的性能曲线，表明：在一般信道中，信噪比大于−5dB和0dB时该算法分别对PSK调制和8/16QAM调制的OFDM信号子载波估计是十分有效的；并且在频率选择性信道中，也具有较好的估计性能。同时，本文提出的算法无需OFDM信号的先验信息，且不是针对载波偏差进行估计而是直接估计各个子载波，从而避免了考虑各子载波偏差规则与否的情况。

参 考 文 献

[1] Cimini L J Jr.. Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing. *IEEE Trans. on Commun.*, 1985, COM–33(7): 665–675.

[2] Moose P H. A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction. *IEEE Trans. on Commun.*, 1994, 42(10): 2908–2914.

[3] Schmidl T M and Cox D C. Robust frequency and timing synchronization for OFDM. *IEEE Trans. on Commun.*, 1997, 45(12): 1613–1621.

[4] Daffara F and Chouly A. Maximum-likelihood frequency detectors for orthogonal multicarrier systems. IEEE International Conference on Communications, Geneva, May 23-26,1993, 2: 766–771.

[5] Luise M, Marselli M, and Reggiannini R. Low-complexity blind carrier frequency recovery for OFDM signals over frequency-selective radio channels. *IEEE Trans. on Commun.*, 2002, 50(7): 1182–1188.

[6] Morelli M, D'Andrea A N, and Mengali U. Frequency ambiguity resolution in OFDM system. *IEEE Commun. Lett.*, 2000, 4(4):134–136.

[7] Lottici V, Luise M, and Marselli M, *et al.*. Blind subcarrier frequency ambiguity resolution for OFDM signals over selective channels. *IEEE Trans. on Commun.*, 2004, 52(9): 1532–1537.

[8] 张贤达, 保铮. 通信信号处理. 第一版，北京：国防工业出版社，2000: 11–37.
Zhang Xian-da and Bao Zheng. Communication Signal Processing. First version, Beijing: National Defence Industry Press, 2000: 11–37.

[9] Swami A and Sadler B M. Hierarchical digital modulation classification using cumulants. *IEEE Trans. on Commun.*, 2000, 48(3): 416–429.

[10] 郭里婷,朱近康. 基于OFDM信号周期平稳特性的盲信道估计算法. 电子与信息学报，2006，28(2): 198–202.
Guo Li-ting and Zhu Jin-kang. A cyclostationarity-based approach to blind channel identification for an OFDM system. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2006, 28(2):198–202.

郑文秀：　女，1979年生，博士生，研究方向为通信侦察和干扰.
赵国庆：　男，1953年生，教授，博士生导师，研究方向为电子对抗.
罗　明：　男，1976年生，博士，讲师，研究方向为通信侦察.