

## 一种基于 PPM 的 LDPC 编译码方案

车书玲<sup>①</sup> 李坪<sup>②</sup> 王新梅<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(西安电子科技大学综合业务网国家重点实验室 西安 710071)

<sup>②</sup>(香港城市大学电子工程系 香港)

**摘要:** 该文基于 LDPC 码和 PPM 调制方式构造了一种适用于 UWB 无线通信系统的低码率的编译码方案 LDPC-PPM。本方案在保证系统性能的前提下,通过改变编码比特到调制符号的映射方式,不但避免了一般编码调制系统中译码和解调之间的迭代运算,而且可以应用快速 Hadamard 变换(FHT)和基于 FHT 的后验概率译码(APP-FHT)来进一步降低接收端的译码复杂度。可以证明,该方案等价于 BPSK 调制下的低码率的 LDPC-Hadamard 码。仿真结果表明,在信息比特长度是 65536,该方案可以在-1.18dB 处达到误比特率为  $10^{-5}$  的性能,仅比采用 BPSK 调制的 Turbo-Hadamard 码差 0.02dB。

**关键词:** PPM; LDPC 码; 低码率码

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)11-2630-04

## An Encoding and Decoding Scheme of LDPC Codes Based on Pulse Position Modulation

Che Shu-ling<sup>①</sup> Li Ping<sup>②</sup> Wang Xin-mei<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(State Key Lab. of Integrated Service Networks, Xidian Univ., Xi'an 710071 China)

<sup>②</sup>(Department of Electronic Engineering, City University of Hong Kong, Hong Kong, China)

**Abstract:** In this paper, a low-rate LDPC-PPM scheme is bring forward which can be applied into UWB communication systems. This scheme can provide good performance with low decoding complexity. By changing the mapping style from coded bits to modulated symbols, not only the iterative operations between decoding and demodulation can be avoided, but also Fast Hadamard Transformation (FHT) and the so called A Posteriori Probability FHT (APP-FHT) algorithm can be adopted to further decrease decoding complexity. It can be proved that this scheme is equivalent to low-rate LDPC-Hadamard codes with BPSK modulation. Simulation results show that this scheme can achieve -1.18dB at bit error rate  $10^{-5}$  with data length 65536, which is only worse 0.02dB than Turbo-Hadamard codes with BPSK modulation.

**Key words:** Pulse position modulation; Low-Density Parity-Check (LDPC) codes; Low-rate codes

### 1 引言

低码率的编译码方案不但具有逼近香农限的优异性能,而且可以被广泛的应用在 CDMA、UWB(Ultra-Wide Band)、深空通信等系统中。用低码率的级联编译码方案并采用类 Turbo 码的迭代译码算法代替传统扩频系统中的编码和扩频可以带来额外编码增益。目前,在文献[1-4]中已经提出了多种用于扩频通信系统的低码率的编译码方案,但是它们都是针对扩频系统设计的,在采用 BPSK 调制方式下具有很好的性能。

UWB通信系统<sup>[5]</sup>是近年来发展起来的一种用于近距离高速率的无线通信系统。在UWB无线通信系统中,一般采用的是PAM(Pulse Amplitude Modulation)、OOK(On-Off Keying)、PPM(Pulse Position Modulation)等单极性调制

方式。如果把现有的低码率的编译码方案直接用到UWB系统中去,并采用OOK调制,将会有3dB的性能损失<sup>[6]</sup>。因此,设计一种适用于UWB无线通信系统的低码率编译码方案成了一个有待解决的问题。

本文基于 PPM 和 LDPC 码提出了一种称为 LDPC-PPM 的适用于 UWB 无线通信系统的低码率编译码方案来解决上述问题。这种方案不但弥补了在 UWB 通信系统中采用 OOK 调制所引起的 3dB 性能损失,而且在接收端将接收到的 PPM 信号转化成 Hadamard 码来进行迭代译码,就可以应用快速 Hadamard 变换和基于 FHT 的后验概率译码(APP-FHT)来降低译码算法的复杂度。

本文的其他内容安排如下,第2节介绍 LDPC-PPM 的编码方式,并简要介绍 LDPC-Hadamard 码的编码方法;第3节证明 LDPC-PPM 和 LDPC-Hadamard 码的等价性;第4节给出这种方案的译码算法;第5节和第6节分别是仿真结果和结束语。

## 2 LDPC-PPM 的编码结构

### 2.1 LDPC-PPM 编码方案

LDPC-PPM 是一种结合 LDPC 码和 PPM 构造出来的, 低码率的编码调制方式, 其构造方式可以用其 Tanner 图直观地表示出来, 如图 1 所示。图 1 中的白色圆圈代表变量节点, 表示 LDPC 码的各个编码比特; 方块代表校验节点, 表示某些编码比特之间满足的奇偶校验约束关系; 黑色圆圈代表观察节点, 表示编码比特映射成的 PPM 符号。

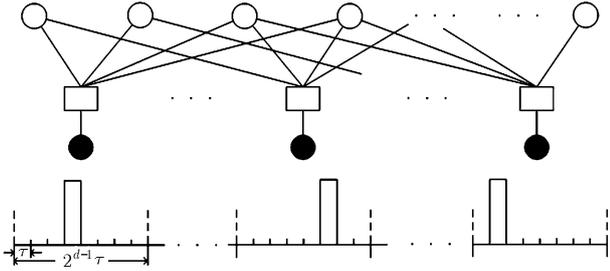


图 1 LDPC-PPM 编码方案

对于信源发送的长为  $K$  的信息比特, 先进行一个一般的 LDPC 编码, 得到一个长为  $N$  的 LDPC 码字; 接着, 把连向同一个校验节点的所有变量节点映射为一个  $2^M$ -PPM 符号; 然后把这些 PPM 符号发送出去, 如图 1 中的波形所示。用  $d$  表示连向一个校验节点的边数, 即这个校验节点的度数。因为连向同一个校验节点的所有变量节点之间满足奇偶校验约束关系, 所以这个校验节点的自由度为  $d-1$ 。因此如果与某个度为  $d$  的校验节点相连的变量节点为  $b_0, b_1, \dots, b_{d-1}$ , 则映射成的 PPM 符号是  $i=(b_0, b_1, \dots, b_{d-1})_2$ ,  $i \in \{0, \dots, 2^M - 1\}$ , 这代表在且仅在这个 PPM 符号的第  $i$  个脉位上发送一个脉冲, 其他位置上不发送任何信号, 可以用一个向量表示这个 PPM 符号,  $p_k = [p_k(0), p_k(1), \dots, p_k(2^M - 1)]^T$ 。

根据 PPM 符号中脉冲的极性, 可以分为以下两种情况:

(1) 脉冲的极性可正可负<sup>[5]</sup>, 此时所需的 PPM 符号的长度为  $2^{d-2}$ ;

(2) 脉冲的极性仅取正值, 此时所需的 PPM 符号的长度为  $2^{d-1}$ 。

上述 LDPC-PPM 的 Tanner 图中, 如果去掉观察节点就是 LDPC 码的 Tanner 图, 但是 LDPC-PPM 编码方案不仅和 LDPC 码有着密切的联系, 而且有着显著的区别:

(1) LDPC 码的变量节点就是码字的观察节点, 而 LDPC-PPM 的观察节点不是其原来的变量节点;

(2) LDPC 码一般采用 BPSK 调制, 用双极性信号进行传输, 而 LDPC-PPM 采用的是 PPM;

(3) LDPC 码中的各个编码比特只传一次, 而 LDPC-PPM 的各个编码比特参与多个校验关系, 其信息被多个 PPM 符号携带传输。

### 2.2 LDPC-Hadamard 码的编码结构

现在介绍另一种编码方式: LDPC-Hadamard 码<sup>[3, 4]</sup>。后面将会证明, 这种 LDPC-Hadamard 码与 LDPC-PPM 是等价的。

LDPC-Hadamard 码是一种一般化的 LDPC 码 (Generalized LDPC codes)<sup>[3, 4, 7, 8]</sup>, 其构造方式与 LDPC-PPM 的构造方式非常的类似, 不同的是当信息比特经过一个 LDPC 编码器之后, LDPC-Hadamard 是将连向同一个校验节点的所有编码比特映射成为一个 Hadamard 码字, 然后经过 BPSK 调制后将信号发送出去, 如图 2 中的波形所示。

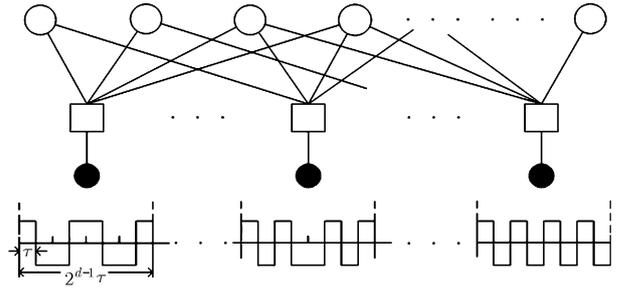


图 2 LDPC-Hadamard 编码

一个 Hadamard 码<sup>[4, 6]</sup>码字是由一个 Hadamard 矩阵的列(或行)构造出来的。Hadamard 矩阵  $H_n$  是一个由 +1, -1 组成的正交方阵, 可以从  $H_1=[+1]$  开始, 如下循环递归的构造它,

$$H_n = \begin{bmatrix} +H_{n/2} & +H_{n/2} \\ +H_{n/2} & -H_{n/2} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中  $n=2^r$ ,  $r$  称为此 Hadamard 矩阵的阶数。

(1) 正交 Hadamard 码: 正交 Hadamard 码是由 Hadamard 矩阵  $H_n$  的一行(或列)  $h^j$  经过以下映射得到的,

$$+1 \rightarrow 0, -1 \rightarrow 1 \quad (2)$$

这个长为  $2^r$  的正交 Hadamard 码  $[c(0), c(1), \dots, c(2^r - 1)]$  一共可以携带  $r$  比特的信息。

(2) 双正交 Hadamard 码: 双正交 Hadamard 码是由 Hadamard 矩阵  $\pm H_n$  的一行(或列)经过式(2)映射得到的, 所以长为  $2^r$  的双正交 Hadamard 码  $[c(0), c(1), \dots, c(2^r - 1)]$  可以携带  $r+1$  比特的信息。

在上述 LDPC-Hadamard 码的映射过程中, 度为  $d$  的校验节点可以映射成为一个长为  $2^{d-1}$  的正交 Hadamard 码或长为  $2^{d-2}$  的双正交 Hadamard 码。

## 3 LDPC-PPM 和 LDPC-Hadamard 码的等价性

设发送端发送的 PPM 符号为  $p$ , 经过一个 AWGN 信道后, 接收信号为  $y$ ,

$$y = p + n \quad (3)$$

上式中,  $n$  代表一个均值为 0 方差为  $\sigma^2$  的加性高斯白噪声向量。

对接收到的 PPM 信号  $\mathbf{y}$  做如下变换, 得到

$$\mathbf{y}' = \mathbf{H}_M \cdot \mathbf{y} = \mathbf{H}_M \cdot \mathbf{p} + \mathbf{H}_M \cdot \mathbf{n} \quad (4)$$

其中  $\mathbf{H}_M$  为 Hadamard 矩阵。令

$$\mathbf{x} = \mathbf{H}_M \cdot \mathbf{p} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{H}_M \cdot \mathbf{n} \quad (6)$$

对于脉冲极性仅取正值的 PPM 符号  $p$  经过式(5)变换以后, 就是 Hadamard 矩阵  $\mathbf{H}_M$  中的一列, 也就是一个经过 BPSK 调制之后的正交 Hadamard 码字; 对于脉冲符号可正可负的 PPM 符号  $p$  经过式(5)变换以后, 就是 Hadamard 矩阵  $\pm \mathbf{H}_M$  中的一列, 也就是一个经过 BPSK 调制之后的双正交 Hadamard 码字。  $\boldsymbol{\eta}$  是均值为 0 的高斯随机噪声, 但是此时的方差是  $n\sigma^2$ 。所以,  $\mathbf{y}'$  是一个 Hadamard 码字经过 AWGN 信道之后的接收值。由于式(4)的线性变换不会丢失信息, 所以说 LDPC-PPM 和 LDPC-Hadamard 码是等价的。

在后面的讨论中, 仅仅考虑 PPM 脉冲取正值的情况, 也就是采用正交 Hadamard 的情况。

#### 4 LDPC-PPM 的译码算法

经过式(4)的线性变换后, 把在信道上传输的单极性 PPM 信号转化成了采用 BPSK 调制的 Hadamard 码字, 这就等价于一个 LDPC-Hadamard 码。因此, LDPC-PPM 的译码可以这样实现:

(1)先对接收到的 PPM 符号进行一个式(4)的变换, 将接收到的 PPM 符号的信道观测信息转化为 BPSK 调制下的 Hadamard 码各个比特的信息, 也就是 LDPC 码各个编码比特的信道观测信息;

(2)直接采用 LDPC-Hadamard 码的译码算法进行译码。

LDPC-Hadamard 码的译码<sup>[4]</sup>可以采用一般的消息传递算法<sup>[9]</sup>, 消息传递算法是一种迭代译码算法, 在该算法的每一轮迭代过程中, 关于各个变量节点的置信信息需要在变量节点和校验节点之间进行传递。

首先给出一些符号说明:  $v_i$  表示沿第  $i$  条路径变量节点传递给校验节点的外信息;  $u_j$  则表示沿第  $j$  条路径校验节点传递给变量节点的外信息;  $w_n$  表示第  $n$  个变量节点上的信道观测信息;  $V_i$  表示连接到第  $i$  个变量节点上的边的集合;  $U_k$  表示连接到第  $k$  个校验节点上的边的集合;  $L_k = [L_k(0), L_k(1), \dots, L_k(2^r - 1)]^T$  表示由第  $k$  个校验节点映射成的 Hadamard 符号的对数似然比, 初始化为 0。那么, 从第  $l$  到第  $l+1$  次的消息传递算法可以描述如下:

(1)在各个校验节点上

(a)更新 Hadamard 码字的信息比特的信息

$$L_k^l(m) = v_i^l, \quad m \in \{2^n | n = 0, 1, \dots, r-1\}, \quad i \in U_k \quad (7)$$

(b)根据各个信息比特的对数似然比, 计算各个 Hadamard 码字的对数似然比<sup>[2]</sup>

$$\gamma(\mathbf{h}^j) = \frac{1}{2} \langle \mathbf{h}^j, \mathbf{L}_k \rangle, \quad k = 1, 2, \dots, N - K \quad (8)$$

(c)更新  $u_j$

$$u_j^l = \log \frac{\sum_{H[i,j]=+1} \exp(\gamma(\mathbf{h}^j))}{\sum_{H[i,j]=-1} \exp(\gamma(\mathbf{h}^j))} \quad (9)$$

(2)在各个变量节点上

$$v_i^{l+1} = \sum_{j \in V_n, j \neq i} u_j^{l+1} + w_n, \quad i \in V_n, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

式(8)中,  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  代表内积运算。式(9)可以由双正交 Hadamard 的后验概率译码算法<sup>[2]</sup>直接推导而来。

直接计算式(9)的对数似然比的复杂度是  $O(2^{2r})$ , 这随着  $r$  的增大指数的增长, 复杂度很高。因此, 为了避免如此高的计算复杂度, 可以采用快速 Hadamard 变换(FHT)来计算上式。快速算法可以在上述计算中的两部分中用到: 首先, 用 FHT 来计算式(8)的内积, 将这部分计算复杂度由  $2^r(2^r - 1)$  次加法降到  $r2^r$  次加法。其次, 式(9)中分子和分母上指数项的求和运算可以采用正交 APP-FHT 来实现, 这种快速算法可以由文献[2]中介绍的双正交 APP-FHT 直接推导而来。通过采用双正交 APP-FHT, 这部分的计算复杂度可以由  $2^r(2^r - 2)$  次加法运算降低到  $(2r-3)2^r + 3$  次加法运算。

#### 5 仿真结果

本文对 LDPC-PPM 方案的性能进行了计算机仿真, 在仿真的时候采用的是伪随机 LDPC(semi-random LDPC)码<sup>[10]</sup>, 这种码不但具有和随机 LDPC 码可比的性能, 而且具有线性编码复杂度。用  $dv$  表示伪随机 LDPC 码的变量节点中代表信息位的节点的度数,  $dc$  代表校验节点的度数。

##### 5.1 采用不同调制方式的性能比较

在 LDPC-PPM 的编码过程中, 采用单极性的 PPM 调制, 下面给出与采用其他的调制方式, 比如 BPSK 或 OOK 调制时的性能比较。

在图 3 的计算机仿真中, 采用的是短码, 信息位长度是 400, 译码过程中迭代的次数是 50。从图 3 中, 可以看出, 采用 OOK 调制会比 BPSK 调制带来大约 3dB 的性能损失, 而如果采用 LDPC-PPM 方案则可以弥补这 3dB 的性能损失, 使采用单极性的调制方式达到和双极性调制方式可比的性能, 这是因为本文所提方案虽然采用的是单极性的 PPM 调制, 但是经过一个线性变换, 其可以等效成为 BPSK 调制下的信道编码。

##### 5.2 长码的性能

除了对 LDPC-PPM 采用短码时的性能进行了研究之外, 还对其长码的性能进行了仿真。图 4 中所示的结果采用的信息位的长度约为 65536, 译码迭代次数 100, 相应参数如图中所示。由图中可以看出, 当变量节点的度数为 3, 校验节点的度数为 10 时, 码率为 0.005 的 LDPC-PPM 可以取得最好的性能, 在 AWGN 信道下, 在 -1.18dB 时可以达到误比特率  $10^{-5}$ , 距离码率趋向于 0 时的最终 Shannon 限 -1.59dB 仅有 0.41dB。

在仿真中还发现, 如果增大校验节点的度数, 也就是采

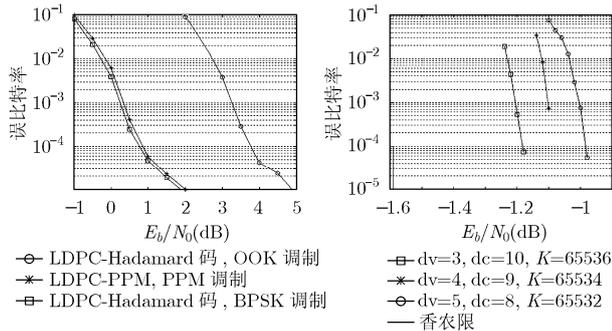


图 3 采用不同调制方式时的性能比较( $dv=3$ ,  $dc=7$ , 码率约是 0.02)

图 4 LDPC-PPM 的长码性能比较

用阶数更高的 PPM 将会改善系统的性能,但是系统复杂度也会随之上升。但是在给定 PPM 调制阶数的情况下,适当的调整变量节点的度数  $dv$ ,同样可以改善系统性能。仿真发现,当采用的 PPM 阶数为 9, 8 和 7 时,最佳的变量节点的度数分别是 3, 4 和 5,如图 4 中所示,它们的性能相差不超过 0.2dB,所以在实际系统应用时,可以根据对 PPM 调制阶数的实际要求,选择不同的变量节点的度数而得到差不多的性能。

## 6 结束语

本文提出了一种低码率的 LDPC-PPM 编译码方案,这种编码方案是基于单极性的 PPM 调制设计的,适用于 UWB 无线通信系统中。在译码过程中,把接收信号的信道观测值通过 Hadamard 变换转化为 LDPC 编码比特的对数似然比,从而可以应用 FHT 和 APP-FHT 来降低译码复杂度。仿真结果表明,当采用具有线性编码复杂度的伪随机 LDPC 码时,这种采用单极性调制方式的编译码方案在 AWGN 信道下的性能可以达到 -1.18dB,仅比采用 BPSK 调制的 Turbo-Hadamard 码差 0.02dB,距离码率趋向于 0 时的香农限 -1.59dB 仅有 0.41dB。

## 参考文献

[1] Komulainen P and Pehkonen K. Performance evaluation of super-orthogonal turbo codes in AWGN and flat Rayleigh

fading channel. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 1998, 16(2): 196-205.

- [2] Li Ping, Leung W K, and Wu K Y. Low-rate turbo-Hadamard codes. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 2003, 49(12): 3213-3224.
- [3] Yue Guosen, Li Ping, and Wang Xiaodong. Low-rate generalized low-density parity-check codes with Hadamard constraints. Proc. IEEE Int. Symp. Inform. Theory (ISIT), Australia, 2005: 1377-1381.
- [4] Yue Guosen, Li Ping, and Wang Xiaodong. Generalized low-density parity-check codes based on Hadamard constraints. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 2007, 53(3): 1058-1079.
- [5] Zhang Hao and Gulliver T Aaron. Bi-orthogonal pulse position modulation for time-hopping multiple access UWB communications. *IEEE Trans. on Wireless Commun.*, 2005, 4(3): 1154-1162.
- [6] Wilson Stephen G. Digital Modulation and Coding. Prentice-Hall, Inc., 1996, Section 3.3.
- [7] Lentmaier L and Zigangirov K. Iterative decoding of generalized low-density parity-check codes. Proc. IEEE Int. Symp. Inform. Theory (ISIT), Cambridge, 1999: 149.
- [8] Lentmaier M and Zigangirov K Sh. On generalized low-density parity-check codes based on hamming component codes. *IEEE Commun. Lett.*, 1999, 3(8): 248-250.
- [9] Mckay D J C and Neal R M. Near Shannon limit performance of low-density parity check codes. *IEE Electron. Lett.*, 1997, 33(6): 457-458.
- [10] Li Ping, Leung W K, and Phamdo Nam. Low density parity check codes with semi-random parity check matrix. *IEE Electron. Lett.*, 1999, 35(1): 38-39.

车书玲: 女, 1979 年生, 博士生, 研究方向为信道编码与调制。  
李 坪: 男, 1957 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为移动通信、无线通信、编码与调制以及多用户检测等。  
王新梅: 男, 1937 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为信息论、信道编码以及密码等。