

# 一种高精度的 TOA 估计方法<sup>1</sup>

沈建锋 王宗欣

(复旦大学通信科学与工程系 上海 200433)

**摘要** 提出了一种 CDMA 系统的高精度的信号到达时延 (TOA) 的估计方法。在不提高采样频率的情况下, 使用积分-清除电路对接收信号进行采样, 将离散信号用离散傅里叶变换 (DFT) 转换到频率域中, 然后根据 CDMA 信号模型和多径信道模型以及已知的扩频码的离散频谱, 估计出信号相对于一个码片周期的整数部分 TOA; 再在离散频率域中用最小二乘法估计出信号到达的小数部分 TOA。该方法即使在采样频率不高的情况下, 也有很高的精度, 而且运算量小, 因此是一种有效的高精度 TOA 估计方法。

**关键词** 到达时延 (TOA), 离散傅里叶变换 (DFT), 最小二乘 (LS) 法, 波达方向 (DOA)

**中图分类号** TN911.23

## 1 引言

在无线通信的许多场合都需要进行信道参数估计, 特别是到达时延 (TOA) 的估计。例如在 CDMA 系统中, PN 码同步、干扰抑制、信道均衡等技术, 都需要估计接收信号的 TOA<sup>[1,2]</sup>; 在使用 RAKE 接收机或进行多用户检测时, 也需要知道各条路径信号的 TOA<sup>[3,4]</sup>; 在用蜂窝系统进行无线定位时, 更需要估测信号的 TOA<sup>[5,6]</sup>; 因此近年来发展了许多 TOA 估计方法。其中包括用广义互相关 (GCC) 的方法来估计信号的 TOA<sup>[7,8]</sup>; 用扩展 Kalman 滤波器来估计 CDMA 系统的信道参数<sup>[9]</sup>; 用 Subspace 方法对信道参数进行估计<sup>[10]</sup>; 用 JADE-ESPRIT 方法估计多径信号的 TOA<sup>[11]</sup>, 但是这些方法在估计 TOA 时要么分辨率太低, 只能达到一个码片周期; 要么需要很高的采样频率, 从而增加数模转换器 (DAC) 设计的难度, 而且运算量都很大。

针对上述问题, 本文提出了一种高分辨率 TOA 估计方法。本方法利用积分-清除电路对信号进行采样, 然后根据 CDMA 信号的相关特性用最小二乘法在频率域估计信号的 TOA。本方法即使不提高采样频率, 仍可以有较高的 TOA 的估计精度。

## 2 CDMA 信号模型和多径信道模型

假设有  $K$  个 CDMA 用户, 每个用户各有  $L_k (k = 1, 2, \dots, K)$  条路径, 则第  $k$  个 CDMA 用户发送信号的基带复包络为

$$s_k(t) = \sqrt{2P_k} e^{j\phi_k} \sum_i c_k^{(i)} a_k(t - iT) \quad (1)$$

其中  $a_k(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \Pi_{T_c}(t - nT_c) a_k^{(n)}$ ;  $P_k, \phi_k, \{c_k^{(i)}\}, \{a_k^{(n)}\}$  是第  $k$  个用户的发送功率 (认为已知)、载波初相位、发送符号和扩频码序列;  $T$  是符号宽度,  $T_c$  是码片周期,  $N = T/T_c$  是扩频增益;  $\Pi_{T_c}(t)$  为一个矩形脉冲:  $\Pi_{T_c}(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T_c \\ 0, & t < 0 \text{ 或 } t > T_c \end{cases}$ 。假设用户  $k$  的信道冲激响应为  $h_k(t)$ , 则总的接收信号为

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \int_{-\infty}^{\infty} h_k(t - \tau) s_k(\tau) d\tau + \eta(t) \quad (2)$$

<sup>1</sup> 2002-05-27 收到, 2002-10-23 改回  
国家自然科学基金资助项目 (60172021)

其中  $\eta(t)$  为  $t$  时刻收到的高斯白噪声, 它的均值为 0, 方差为  $\sigma_n^2$ . 用积分周期为  $T_c$  的积分-清除电路对接收信号进行采样, 于是第  $n$  次采样到离散信号为

$$r(n) = \frac{1}{T_c} \int_{nT_c}^{(n+1)T_c} r(t) dt, \quad n = 0, 1, \dots \quad (3)$$

假设用户信道为无频率选择性的慢衰落信道, 则在较短的时隙内信道参数可近似看作线性时不变 (LTI) 的, 则用户  $k$  的信道冲激响应可以设为

$$h_k(t, \tau) = h_k(t) = \sum_{p=1}^{L_k} \alpha_{k,p} \delta(t - \tau_{k,p}) \quad (4)$$

其中  $\alpha_{k,p}$ ,  $\tau_{k,p}$  为第  $k$  个用户的第  $p$  条路径的幅度衰减系数和 TOA, 通常  $\tau_{k,p} \in [0, T)$ , 定义  $\tau_{k,p}/T_c = v_{k,p} + \gamma_{k,p}$ ,  $v_{k,p} \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ ,  $\gamma_{k,p} \in [0, 1)$ , 分别称  $v_{k,p}$ ,  $\gamma_{k,p}$  为第  $k$  个用户的第  $p$  条路径相对于码片周期  $T_c$  的整数 TOA 和小数 TOA. 假设用户发送的信号与接收机载波同步, 即  $\phi_k = 0$ , 则将 (1), (2), (4) 式代入 (3) 式得到

$$r(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^{L_k} \left\{ \sqrt{2P_k} \alpha_{k,p} c_k^{\lfloor (n-v_{k,p})/N \rfloor} \times [(1-\gamma_{k,p}) a_k^{\text{mod}(n-v_{k,p}, N)} + \gamma_{k,p} a_k^{\text{mod}(n-v_{k,p}+1, N)}] \right\} + \eta(n) \quad (5)$$

其中符号  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示取整,  $\text{mod}(\cdot)$  表示取模.

### 3 信号的离散傅里叶变换 DFT

如图 1, 将长度为  $N$  的时间序列  $[i_0N, i_0N+1, \dots, i_0N+N-1]^T$  ( $i_0$  为整数) 内的采样信号组成信号序列  $\mathbf{y}_{i_0} = [r(i_0N), r(i_0N+1), \dots, r(i_0N+N-1)]^T$ , 由 (5) 式得到

$$\mathbf{y}_{i_0} = \sum_{k=1}^K \sqrt{2P_k} (c_k^{(i_0-1)} \mathbf{u}_k^r + c_k^{(i_0)} \mathbf{u}_k^l) + \boldsymbol{\eta}_{i_0} \quad (6)$$

其中  $\boldsymbol{\eta}_{i_0} = [\eta(i_0N), \eta(i_0N+1), \dots, \eta(i_0N+N-1)]^T$  是高斯噪声向量,

$$\mathbf{u}_k^r = \sum_{p=1}^{L_k} \{ \alpha_{k,p} [(1-\gamma_{k,p}) \mathbf{d}_k^r(v_{k,p}) + \gamma_{k,p} \mathbf{d}_k^r(v_{k,p}+1)] \},$$

$$\mathbf{u}_k^l = \sum_{p=1}^{L_k} \{ \alpha_{k,p} [(1-\gamma_{k,p}) \mathbf{d}_k^l(v_{k,p}) + \gamma_{k,p} \mathbf{d}_k^l(v_{k,p}+1)] \},$$

$$\mathbf{d}_k^r(v_{k,p}) \equiv [a_k^{(N-v_{k,p})}, \dots, a_k^{(N-1)}, 0, \dots, 0]^T,$$

$$\mathbf{d}_k^l(v_{k,p}) \equiv [0, \dots, 0, a_k^{(0)}, \dots, a_k^{(N-v_{k,p}-1)}]^T.$$

在用户发送已知符号的训练序列 (如导频信号) 时估计 TOA, 不妨令已知符号为 1, 所以

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_{i_0} = \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^{L_k} \{ \sqrt{2P_k} \alpha_{k,p} [(1-\gamma_{k,p}) \mathbf{d}_k(v_{k,p}) + \gamma_{k,p} \mathbf{d}_k(v_{k,p}+1)] \} + \boldsymbol{\eta}_{i_0} \quad (7)$$

其中  $\mathbf{d}_k(v_{k,p}) = [a_k^{(N-v_{k,p})}, \dots, a_k^{(N-1)}, a_k^{(0)}, \dots, a_k^{(N-v_{k,p}-1)}]^T$ . 将信号序列  $\mathbf{y}$  进行离散傅里叶变换, 得到

$$\mathbf{Y} = [Y(1), Y(2), \dots, Y(N)] \quad (8)$$

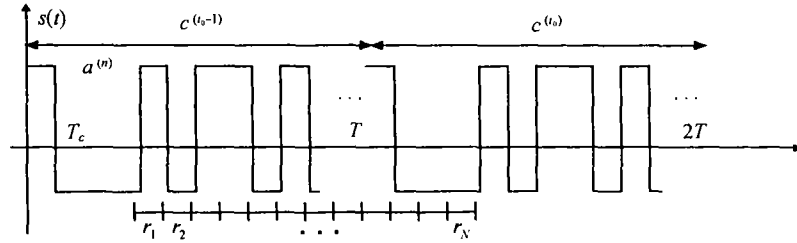


图 1 传输信号和时间序列

其中  $Y(m) = \sum_{n=1}^N y_i(n) e^{-j(m-1)(n-1)\omega_0}$ ,  $m = 1, 2, \dots, N$ ,  $\omega_0 = 2\pi/N$ , 将 (7) 式代入得

$$Y(m) = \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^{L_k} \{ \sqrt{2P_k} \alpha_{k,p} [(1 - \gamma_{k,p}) e^{-jv_{k,p}(m-1)\omega_0} + \gamma_{k,p} e^{-j(v_{k,p}+1)(m-1)\omega_0}] D_k(m) \} + \Lambda(m) \quad (9)$$

其中  $D_k(m) = \sum_{n=1}^N a_k^{(n-1)} e^{-j(m-1)(n-1)\omega_0}$ ,  $m = 1, 2, \dots, N$  是用户  $k$  的扩频码序列  $\mathbf{d}_k(0) = [a_k^{(0)}, a_k^{(1)}, \dots, a_k^{(N-1)}]^T$  的离散傅里叶变换;  $\Lambda(m)$ ,  $m = 1, 2, \dots, N$  是噪声向量  $\boldsymbol{\eta}_{i_0}$  的离散傅里叶变换,  $\Lambda(m)$  均值为 0, 方差为  $N\sigma_n^2$ .

#### 4 频率域上估计信号的 TOA

估计过程分为两步, 先估计信号的整数 TOA, 再估计小数 TOA. 首先估计信号的整数 TOA, 对用户  $k_0 (k_0 \in \{1, 2, \dots, K\})$  的扩频码序列  $\mathbf{d}_{k_0}(0)$  进行离散傅里叶变换

$$\mathbf{D}_{k_0} = [D_{k_0}(1), D_{k_0}(2), \dots, D_{k_0}(N)]^T \quad (10)$$

其中  $D_{k_0}(m) = \sum_{n=1}^N a_{k_0}^{(n-1)} e^{-j(m-1)(n-1)\omega_0}$ ,  $m = 1, 2, \dots, N$ . 定义一个在复平面的单位圆上均匀分布的复数序列

$$\mathbf{F} = [1, e^{j\omega_0}, \dots, e^{j(N-1)\omega_0}]^T \quad (11)$$

然后将 (11), (12) 式的两个序列点乘 “ $\cdot$ ” (即逐个元素相乘), 得到参考序列

$$\mathbf{E}_{k_0} = \mathbf{D}_{k_0} \cdot \mathbf{F} = [D_{k_0}(1), D_{k_0}(2)e^{j\omega_0}, \dots, D_{k_0}(N)e^{j(N-1)\omega_0}]^T \quad (12)$$

定义交叉能量函数

$$f_{k_0}(i) = [(\mathbf{D}_{k_0} + \mathbf{E}_{k_0}) \cdot \mathbf{F}^i]^H \mathbf{Y} \quad (13)$$

其中  $\mathbf{F}^i$  表示对  $\mathbf{F}$  的每个元素进行  $i$  次幂运算. 把 (8), (9), (10), (11), (12) 式代入 (13) 式, 然后根据 CDMA 系统中扩频码良好的相关特性和维纳-辛钦定理可以知道, 当  $i = v_{k_0,p}$ ,  $p = \{1, 2, \dots, L_{k_0}\}$  且用户  $k_0$  的第  $p$  条路径的幅度衰减系数不是很小时,  $|f_{k_0}(i)|$  取最大几个值的其中一个 (证明略). 因此求  $|f_{k_0}(i)|$  的最大几个峰值, 对应的自变量  $i$  便是用户  $k_0$  的几条较大信号路径的整数 TOA, 峰值个数认为是用户  $k_0$  的较大信号的路径数的估计值  $\hat{L}_{k_0}$ .

$$\hat{v}_{k_0, 1-L_{k_0}} = \arg \max_{i \text{ 取 } \hat{L}_{k_0} \text{ 个值}} |f_{k_0}(i)|, \quad i \in \{0, 1, \dots, N-1\} \quad (14)$$

当  $k_0$  取遍  $\{1, 2, \dots, K\}$  内所有值, 便估计到所有用户较大信号的路径数  $\{\hat{L}_k\}$  和整数 TOA  $\{\hat{v}_{k,p}\}$ ,  $p \in \{1, 2, \dots, \hat{L}_k\}$ 。接下来估计较大信号的小数 TOA, 令

$$\mathbf{h}_k = [\sqrt{2P_k}\alpha_{k,1}(1-\gamma_{k,1}), \sqrt{2P_k}\alpha_{k,1}\gamma_{k,1}, \sqrt{2P_k}\alpha_{k,2}(1-\gamma_{k,2}), \sqrt{2P_k}\alpha_{k,2}\gamma_{k,2}, \dots, \sqrt{2P_k}\alpha_{k,\hat{L}_k}(1-\gamma_{k,\hat{L}_k}), \sqrt{2P_k}\alpha_{k,\hat{L}_k}\gamma_{k,\hat{L}_k}]^T$$

$$\mathbf{U}_k =$$

$$\begin{bmatrix} D_k(1) & D_k(1) & D_k(1) & D_k(1) & \dots & D_k(1) \\ e^{-jv_{k,1}\omega_0} D_k(2) & e^{-j(v_{k,1}+1)\omega_0} D_k(2) & e^{-jv_{k,2}\omega_0} D_k(2) & e^{-j(v_{k,2}+1)\omega_0} D_k(2) & \dots & e^{-jv_{k,\hat{L}_k+1}\omega_0} D_k(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-jv_{k,1}\omega} D_k(N) & e^{-j(v_{k,1}+1)\omega} D_k(N) & e^{-jv_{k,2}\omega} D_k(N) & e^{-j(v_{k,2}+1)\omega} D_k(N) & \dots & e^{-jv_{k,\hat{L}_k+1}\omega} D_k(N) \end{bmatrix}$$

式中  $\omega = (N-1)\omega_0$ 。

$\mathbf{h} = [\mathbf{h}_1^T, \mathbf{h}_2^T, \dots, \mathbf{h}_K^T]^T$ ,  $\mathbf{U} = [\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_K]$ , 所以

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U}\mathbf{h} + \mathbf{A} + \mathbf{I} \quad (15)$$

其中  $\mathbf{A} = [\Lambda(1), \Lambda(2), \dots, \Lambda(N)]$ ,  $\mathbf{I}$  为小信号干扰的离散傅里叶变换, 由于  $\mathbf{I}$  远小于  $\mathbf{U}\mathbf{h}$ , 因此仍用最小二乘法近似对  $\mathbf{h}$  进行估计

$$\hat{\mathbf{h}} = (\mathbf{U}^H \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{Y} \quad (16)$$

由向量  $\hat{\mathbf{h}}$  得到各路较大信号路径的小数 TOA 和幅度衰减系数的估计值:

$$\hat{\gamma}_{k,p} = \frac{\hat{h}_k(2p)}{\hat{h}_k(2p-1) + \hat{h}_k(2p)} \quad (17)$$

$$\hat{\alpha}_{k,p} = \frac{\hat{h}_k(2p-1) + \hat{h}_k(2p)}{\sqrt{2P_k}} \quad (18)$$

于是各路较大信号路径的 TOA 的估计值为

$$\hat{\tau}_{k,p} = (\hat{v}_{k,p} + \hat{\gamma}_{k,p}) T_c, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad p = 1, 2, \dots, \hat{L}_k \quad (19)$$

## 5 模拟结果

假设共接收到  $K = 5$  个用户的信号, 每个用户都有  $L_k = 5$  条路径, 其中 3 条路径功率较大; 每个用户的扩频码长度为  $N=255$ , 扩频码片级传输速率为 1 Mbps, 即码片周期为  $T_c = 1\mu\text{s}$ ; 所有用户的发送功率为  $P_1 = P_2 = \dots = P_K = 1\text{mW}$ , 噪声方差  $\sigma_n^2 = 0.1\text{mW}$ ;

(1) 10 路小信号的幅度衰减系数随机选取为  $\alpha = 0.5 \times \text{rand}(10)$ , 15 路较大信号的幅度衰减系数随机选取为  $\alpha = 0.5 + 0.5 \times \text{rand}(15)$ , 见表 1;

(2) 25 路信号的 TOA 在  $[0, 255T_c]$  之间随机选取:  $\tau = 255T_c \times \text{rand}(25)$ , 见表 1;

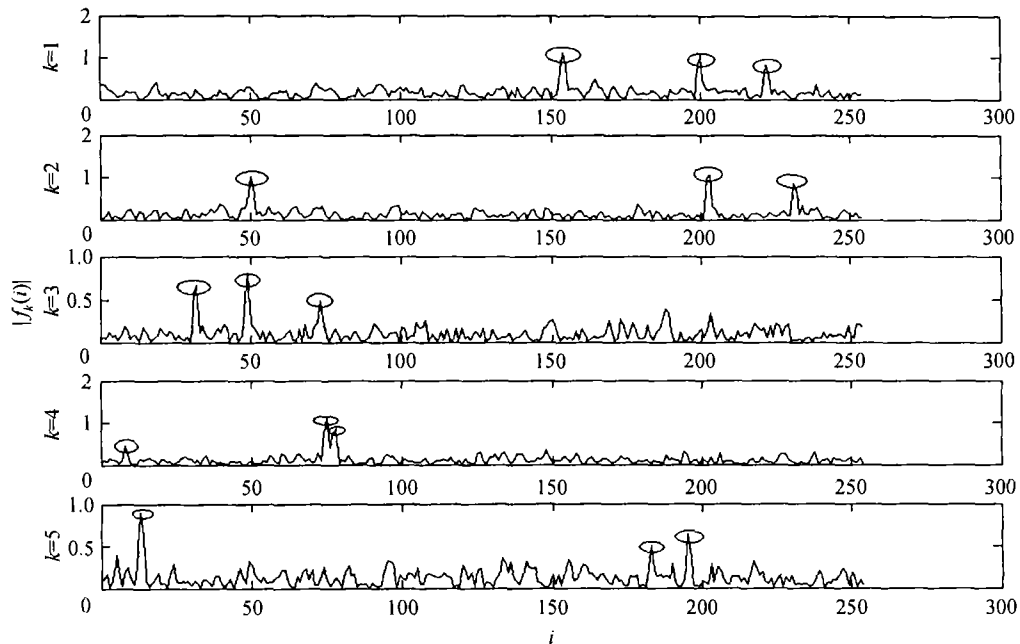
(3) 作离散傅里叶变换时取信号序列  $\mathbf{y} = [r(N), r(N+1), \dots, r(N+N-1)]^T$ 。

模拟结果见图 2 和表 1。

图 2 描述的函数  $|f_k(i)|$  的峰值分布直观的给出了整数 TOA 的大致数值位置, 但只作为估计用户  $k$  的较大信号路径数  $L_k$  的参考图。实际估计时按 (14) 式通过数值比较, 求出函数  $|f_k(i)|$  的最大  $\hat{L}_k$  个值对应的自变量, 这些自变量的值便认为是用户  $k$  的较大信号路径的整数 TOA 的估计值。然后再按 (16), (17), (18) 式估计小数 TOA 和幅度衰减系数。

表 1 TOA 和幅度衰减系数的估计结果

用户	路径	幅度衰减系数			TOA( $\mu\text{s}$ )				
		真实值	估计值	估计误差	真实值	估计整数 TOA	估计小数 TOA	估计值	估计误差
1	1	0.9404	0.9368	-0.0036	154.6590	154	0.6607	154.6607	0.0017
	2	0.9378	0.9308	-0.0070	222.7712	222	0.3125	222.7763	0.0051
	3	0.9008	0.9042	0.0034	200.3169	200	0.7763	200.3125	-0.0044
2	1	0.9683	0.9500	-0.0183	203.0921	203	0.0847	203.0847	-0.0074
	2	0.7998	0.7884	-0.0114	50.7822	50	0.7907	50.7907	0.0085
	3	0.7771	0.7765	-0.0006	231.7718	231	0.7610	231.7610	-0.0108
3	1	0.6791	0.6469	-0.0322	31.9427	32	0.1080	32.0087	0.0660
	2	0.6235	0.6148	-0.0087	49.1216	49	0.0087	49.1080	-0.0136
	3	0.5241	0.5361	0.0120	73.7055	73	0.7021	73.7021	-0.0034
4	1	0.9842	0.9728	-0.0114	75.4964	75	0.4918	75.4918	-0.0046
	2	0.9442	0.9433	-0.0009	78.1183	78	0.1206	78.1206	0.0023
	3	0.5077	0.5118	0.0041	8.5771	8	0.5628	8.5628	-0.0143
5	1	0.9185	0.9299	0.0114	13.8246	13	0.8315	13.8315	0.0069
	2	0.7008	0.7048	0.0040	183.4665	183	0.8036	183.4704	0.0039
	3	0.6316	0.6359	0.0043	195.7914	195	0.4704	195.8036	0.0122

图 2 函数  $|f_k(i)|$  的峰值分布

## 6 结 论

模拟结果表明, 本文提出的针对 CDMA 系统的 TOA 估计方法在不提高采样频率的情况下, 提高了 TOA 估计精度, 至少能精确到 0.1 个码片周期, 对于码片周期为  $0.81\mu\text{s}$  的 CDMA 系统 (IS-95) 来说, 这个 TOA 估计精度带来的定位误差小于  $3 \times 10^8 \times 0.1 \times 0.81 \times 10^{-6} = 23.4 \text{ m}$ , 因此能达到 E-911 规定的定位误差小于 100 m 的要求。

本文提出的高精度 TOA 估计方法可以同时精确估计多个用户的多条路径的 TOA, 还能比较精确地估计各条路径的幅度衰减系数; 而且本方法具有算法简单, 运算量小, 易于实现的优点, 因此是一种有效的高精度 TOA 估计方法。

## 参 考 文 献

- [1] A. J. Viterbi, CDMA: Principles of Spread Spectrum Communication[M], Baltimore, MD, US: Addison-Wesley Publishing Company, 1995, Chapter 3, 4.
- [2] T. S. Rappaport, Wireless Communication Principles and Practice[M], New Jersey, US: Prentice Hall, 1996, Chapter 6.
- [3] 张贤达, 保 铮, 通信信号处理 [M], 北京, 国防工业出版社, 2000, 第 5, 13 章.
- [4] G. Turin, Introduction to spread-spectrum antimultipath techniques and their application to urban digital radio[J], Proc. IEEE, 1980, 68(3), 328-353.
- [5] P. Goud, A. Sesay, M. Fattouche, A spread spectrum radio location technique and its application to cellular radio[A], Proc. IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing[C], Victoria, BC: ACM Press, May 1991, 661-664.
- [6] J. Reed, K. Krizman, B. Woerner, T. S. Rappaport, An overview of the challenges and progress in meeting the E-911 requirement for location service[J], IEEE Communications Magazine, 1998, 36(4), 30-37.
- [7] C. Knapp, G. Carter, The generalized correlation method for estimation of time delay[J], IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1976, 24(8), 320-327.
- [8] G. C. Carter, Time delay estimation for passive sonar signal processing[J], IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1982, 29(3), 463-470.
- [9] 王昕, 王宗欣, 用扩展 Kalman 滤波器计算多径下两路间时延 [J], 复旦学报 (自然科学版), 2000, 39(2), 193-200.
- [10] S. E. Bensley, B. Aazhang, Subspace-based channel estimation for code division multiple access communication systems[J], IEEE Trans. on Comm., 1996, 44(8), 1009-1020.
- [11] M. Max, A. Leshem, Joint estimation of time delays and directions of arrival of multiple reflections of a known signal[J], IEEE Trans. on Signal Proces., 1997, 45(10), 2477-2484.

## A TOA ESTIMATION METHOD WITH HIGH RESOLUTION

Shen Jianfeng      Wang Zongxin

*(Dept. of Comm. Sci. and Eng., Fudan University, Shanghai 200433, China)*

**Abstract** A Time-Of-Arrival(TOA) estimation method for CDMA system with high resolution is proposed. The integrate-dump circuits are used to sample the received signals while the sampling rate is not raised, then the Discrete-Fourier-Transform(DFT) is used to transform the discrete signals to frequency domain. Based upon the CDMA signal model, the multipath channel model and the discrete frequency spectrum of the known spreading codes, the integer part of TOA with multiples of a chip interval is estimated. Then least square method in discrete frequency domain is used to estimate the remainder fractional part of TOA. This method has the high resolution with low operation volume while the sampling rate is not high, so it is an effective and high precise TOA estimation method.

**Key words** Time-Of-Arrival (TOA), Discrete-Fourier-Transform (DFT), Least Square (LS) method, Direction Of Arrival (DOA)

沈建锋: 男, 1978 年生, 硕士生, 研究方向为智能天线中的 DOA 估计、波束形成和蜂窝网的无线定位技术。  
王宗欣: 男, 1940 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事移动通信中蜂窝网用户的无线定位、蜂窝网的优化、智能天线以及微波通信等方面的教学和科研工作。