

地下水渗流系统灰色数值仿真模拟研究*

武 强

(中国矿业大学, 北京 100083)

李树文

(河北建筑科技学院, 邯郸 056038)

摘要 根据灰集合、灰数及灰色运算规则, 建立了地下水渗流系统的灰色数值模型, 提出了求解这类模型的一整套灰色数值算法, 并从灰色数学的理论上证明, 普通灰色解法仅仅是灰色数值算法的一个特例. 同时, 对灰色数值算法、普通灰色解法和经典数值方法进行了全面比较, 论证了灰色数值算法较好地刻画了地下水系统的灰信息传递过程. 在理论分析基础上, 选择了矿井涌水量预测和水源地供水资源评价的两个基本地下水渗流实例, 分别就水文地质条件概化与灰化、灰色数值模型建立、模型识别和预测评价等进行了比较系统的分析研究. 提出运用灰色数值模型预测矿井涌水量时, 需保证疏降水位“灰带”的上界低于矿井安全生产的设计水位; 而在水源地可采资源评价时, 应保证地下水水位“灰带”的下界不低于临界控制水位.

关键词 灰集合 渗流系统 灰色数值模型 灰色算法 概化与灰化

1 问题的提出

多年来, 人们为了准确预测富集于地下的水、油、气资源以及科学地对资源进行管理与生态环境保护, 投入了大量的人力和物力开展渗流系统的数值模拟方法研究, 取得了大量的研究成果. 但也不得不承认, 渗流客体——实际渗流系统的复杂性以及人们对它认识的局限性, 给普通数值模拟方法的进一步发展带来了不少具体困难, 如系统内部结构、水文地质参数、边界条件和含水层系统空间变化等不确定性信息. 这些问题的存在, 导致了传统渗流数值模拟方法在不少情况下难以获得令人满意的模拟效果. 尽管研究人员不断改进这些数值方法, 但未能从根本上脱离经典数值的思维方法. 因此, 本文以灰色数学理论为基础, 提出了地下水渗流系统模拟的一种新方法——灰色数值模拟方法, 并根据灰色数学运算规则, 推导证明了普通数值模拟方法仅仅是灰色数值模拟方法的一个特例. 通过具体应用实例分析, 验证了灰色数值模拟方法实际应用的可行性和有效性以及解决实际问题的合理性. 与普通数值方法相比, 灰色数值方法可把输入和输出信息全部视为灰色量, 按照灰色数学规定的灰色运算法则进行计算, 较好地解决了系统内部结构、参数、边界条件等原始信息的“不确定性”和“不齐全性”问题, 使水资源开发决策更加科学合理.

地下水渗流系统的灰色模拟研究始于上世纪 80 年代后期, 当时人们已开始注意到地下水渗流系统中的灰色信息问题, 但主要是针对集中参数的灰色模拟研究^[1,2]. 与集中参数相比,

2001-05-28 收稿

*国土资源部西部专项课题(20010301-06)、国家自然科学基金(批准号: 49872080)和教育部博士点和优秀骨干教师基金资助项目

分布参数模型在刻画地下水渗流场的时空分布特征方面更具优势. 因此, 进入 90 年代, 人们开始研究渗流系统的灰色分布参数模拟问题^[3,4], 但研究的数量和规模却十分有限. 文献[3]和文献[4]研究成果标志了渗流系统灰色分布参数模拟研究的开始. 这两项研究的主要成果是: 前者探讨了当灰色数值模拟的参数值和输入信息全部为灰量时模型输出量的基本特点以及灰色分布参数模拟应用的可行性; 后者却研究了在灰色数值模拟输入信息中仅考虑参数为灰量而把其他输入信息仍视为确定量时的情况, 研究重点放在了灰参数方面. 但这两项研究成果均未依据灰色数学的基本算法规则去建立离散结点的灰色有限元方程, 而是在灰色数值模型中采用了传统算法, 这就不可避免地导致由输入到输出过程中的信息遗漏, 使模型的进一步应用受到了限制. 因此, 本文直接运用灰集合和灰色数学的基本理论与算法规则, 提出了地下水渗流系统的灰色数值模拟理论和具体模拟方法, 为地下水资源的科学合理评价开辟了一个新的领域.

2 灰集合的概念与灰数运算性质

2.1 灰集合的概念

在文献[5]中曾经指出, 对于只知其大致范围的“部分已知, 部分未知”的灰色信息可以用如下定义的 Grey 集合来描述:

定义 1 所谓 G 是论域 U 上的一个 Grey 子集, 指给定了从 U 到区间 $[0,1]$ 上的两个映射:

$$\bar{m}_G: U \rightarrow [0, 1], u \rightarrow \bar{m}_G(u) \in [0, 1],$$

$$\underline{m}_G: U \rightarrow [0, 1], u \rightarrow \underline{m}_G(u) \in [0, 1],$$

其中 $\bar{m}_G(u) \geq \underline{m}_G(u)$, 且称 \bar{m}_G 与 \underline{m}_G 分别为 G 的上、下隶属度函数; $\bar{m}_G(u)$ 与 $\underline{m}_G(u)$ 分别为 u 相对于 G 的上、下隶属度.

此定义告诉我们, 所谓灰集合就是由定义域为 U 值域在 $[0,1]$ 中的两个特征函数 \bar{m}_G 与 \underline{m}_G 所确定的集合. $\forall u \in U$, 其可信度在由 $\bar{m}_G(u)$ 与 $\underline{m}_G(u)$ 为端点的区间 $[\underline{m}_G(u), \bar{m}_G(u)]$ 之中.

2.2 灰数的定义

定义 2 当灰集 G 的论域 $U=R$ 时, 称 G 为灰数^[6], 也常表示为 $\otimes G$.

定义 3 设 $a, b \in R$ 且 $a \leq b$,

$$\bar{m}_G(x) = \begin{cases} 1 & \text{当 } x \in [a, b] \\ 0 & \text{当 } x \notin [a, b] \end{cases}, \underline{m}_G(x) = 0, x \in R,$$

则称灰数 G 为信息型灰数, 也称为邓氏灰数或区间型灰数, 记为 $[a, b]$.

在此定义中, 因为 $\bar{m}_G(x) \neq \underline{m}_G(x)$, $x \in [a, b]$, 所以灰数 G 的灰域为 $[a, b]$. 这样的灰数在实践中很常见.

2.3 灰数的运算规则及性质

(1) 加法运算规则:

$$[a, b] + [c, d] \triangleq [a+c, b+d];$$

(2) 减法运算规则:

$$[a, b] - [c, d] \triangleq [a-d, b-c];$$

(3) 乘法运算规则:

$$[a, b] \times [c, d] \triangleq [\min \{ac, ad, bc, bd\}, \max \{ac, ad, bc, bd\}];$$

(4) 除法运算规则: 当 $0 \notin [c, d]$ 时, 规定

$$[a, b] \div [c, d] \triangleq [a, b] \times \left[\frac{1}{d}, \frac{1}{c} \right].$$

定义 4 设 $G_1, G_2 \in g(I)$, 若存在实数 k , 使 $G_1 = [k, k]G_2$, 则称 G_1 是 G_2 的 k 倍. 区间型灰数的运算具有以下性质:

设 $G_1, G_2, G_3 \in g(I), G^0 = [0, 0], G^1 = [1, 1]$, 则有

- 性质 1 $G_1 + G_2 = G_2 + G_1$;
- 性质 2 $(G_1 + G_2) + G_3 = G_1 + (G_2 + G_3)$;
- 性质 3 $G_1 + G^0 = G_1$;
- 性质 4 $G_1 \times G_2 = G_2 \times G_1$;
- 性质 5 $(G_1 \times G_2) \times G_3 = G_1 \times (G_2 \times G_3)$;
- 性质 6 $G_1 \div G^1 = G_1$.

注 1 乘法对加法的分配律不成立.

例如: $[-2, 2] \times \{[-1, 2] + [-2, 1]\} = [-6, 6]$,
 $[-2, 2] \times [-1, 2] + [-2, 2] \times [-2, 1] = [-8, 3]$.

但当所论灰数均为正区间型灰数时, 有

定义 5 设 G_1, G_2, G_3 为正区间型灰数, 则 $G_1 \times (G_2 + G_3) = G_1 \times G_2 + G_1 \times G_3$.

证明 (略)

注 2 消去律不成立.

例如: $[-2, 2] \times [-1, 2] = [-2, 2] \times [-2, 1]$, 但 $[-1, 2] \neq [-2, 1]$.

3 地下水渗流系统灰色数值模型与灰色算法

3.1 基本灰色数值模型

基于灰信息分析的地下水渗流系统的偏微分方程^[3,4]可表示为:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\otimes T_x \frac{\partial(\otimes H)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\otimes T_y \frac{\partial(\otimes H)}{\partial y} \right] - [(\otimes Q_w) \mathbf{d}(x - x_w, y - y_w) + \otimes \mathbf{e}] - (\otimes \mathbf{m}) \frac{\partial(\otimes H)}{\partial t} = 0. \quad (1)$$

根据 Galerkin 有限元方法, 对于方程(1)乘以基函数 $\mathbf{j}_i(x, y)$, 然后积分, 得到如下方程:

$$\begin{aligned} & \iint_{D_i} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left[\otimes T_x \frac{\partial(\otimes H)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\otimes T_y \frac{\partial(\otimes H)}{\partial y} \right] \right] \mathbf{j}_i(x, y) dx dy + \iint_{D_i} (\otimes \mathbf{e}) \mathbf{j}_i(x, y) dx dy - \\ & \iint_{D_i} [(\otimes Q_w) \mathbf{d}(x - x_w, y - y_w)] \mathbf{j}_i(x, y) dx dy - \iint_{D_i} \left[(\otimes \mathbf{m}) \frac{\partial(\otimes H)}{\partial t} \right] \mathbf{j}_i(x, y) dx dy \\ & = \begin{cases} - \int_{G_i} \otimes q_l \cdot \mathbf{j}_i(x, y) dl, & \text{在第二类边界上;} \\ 0, & \text{其他边界上.} \end{cases} \quad (2) \end{aligned}$$

对以上方程进一步离散, 并把所有灰数表示成区间灰数的形式, 便可得到任一结点 i 的灰色有限元方程:

$$\begin{aligned} & \sum_b \frac{[T_a, T_b]}{4\Delta_b} \{ \mathbf{a}_i [H_{ia}, H_{ib}] + \mathbf{a}_j [H_{ja}, H_{jb}] + \mathbf{a}_k [H_{ka}, H_{kb}] \} + [Q_a, Q_b] - \sum_b \frac{\Delta_b}{3} [\mathbf{e}_a, \mathbf{e}_b] \\ & + \sum_b \Delta_b [\mathbf{m}_a, \mathbf{m}_b] \frac{\Delta H}{\Delta t} = \begin{cases} \frac{1}{2} \{ l_{iu} [q_{ua}, q_{ub}] + l_{iv} [q_{va}, q_{vb}] \}, & \text{在第二类外结点上,} \\ 0, & \text{其他结点上,} \end{cases} \\ & i = 1, 2, \dots, m, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j, \mathbf{a}_k$ 是关于座标的量^[3]. 方程(3)即为基本灰色数值模型.

3.2 灰色数值模型的算法分析

以上基本灰色数值模型中包含了不少区间型灰数, 因此对于基本灰色数值模型的求解, 应当从灰集合理论出发, 运用灰数的运算性质, 以获得真正的“灰结果”. 前人的同类研究中, 借用了求解“白化”方程(组)的方法来求解基本灰色数值模型(本文称之为普通算法). 作者认为这种算法缺乏必要的理论基础. 为此, 本文深入研究了灰色数值模型的灰色算法, 并将灰色数值模型的灰色算法与普通算法进行了系统的比较.

3.2.1 灰色数值模型的灰色算法 将方程(3)简记为:

$$I_1 + I_2 - I_3 + I_4 = I_5.$$

运用灰数运算法则, 可以将方程(3)逐项计算. 对于 I_1 项计算, 要特别注意其中的 $\mathbf{a}_j, \mathbf{a}_k$ 和 \mathbf{a}_i 的符号问题, \mathbf{a}_i 总是大于零的, 而 \mathbf{a}_j 和 \mathbf{a}_k 符号有正有负, 因此应据不同情况讨论, 即:

$$I_1 = I_{1-1} = \sum_b \frac{[T_a, T_b]}{4\Delta_b} [\mathbf{a}_i H_{ia} + \mathbf{a}_j H_{ja} + \mathbf{a}_k H_{ka}, \mathbf{a}_i H_{ib} + \mathbf{a}_j H_{jb} + \mathbf{a}_k H_{kb}], \text{ 当 } \mathbf{a}_j, \mathbf{a}_k > 0 \text{ 时}; \quad (4)$$

$$I_1 = I_{1-2} = \sum_b \frac{[T_a, T_b]}{4\Delta_b} [\mathbf{a}_i H_{ia} + \mathbf{a}_j H_{jb} + \mathbf{a}_k H_{kb}, \mathbf{a}_i H_{ib} + \mathbf{a}_j H_{ja} + \mathbf{a}_k H_{ka}], \text{ 当 } \mathbf{a}_j, \mathbf{a}_k < 0 \text{ 时}; \quad (5)$$

$$I_1 = I_{1-3} = \sum_b \frac{[T_a, T_b]}{4\Delta_b} [\mathbf{a}_i H_{ia} + \mathbf{a}_j H_{ja} + \mathbf{a}_k H_{kb}, \mathbf{a}_i H_{ib} + \mathbf{a}_j H_{jb} + \mathbf{a}_k H_{ka}], \text{ 当 } \mathbf{a}_j > 0, \mathbf{a}_k < 0 \text{ 时}; \quad (6)$$

$$I_1 = I_{1-4} = \sum_b \frac{[T_a, T_b]}{4\Delta_b} [\mathbf{a}_i H_{ia} + \mathbf{a}_j H_{jb} + \mathbf{a}_k H_{ka}, \mathbf{a}_i H_{ib} + \mathbf{a}_j H_{ja} + \mathbf{a}_k H_{kb}], \text{ 当 } \mathbf{a}_j < 0, \mathbf{a}_k > 0 \text{ 时}. \quad (7)$$

其他各项分别为:

$$I_2 = [Q_a, Q_b]; \quad (8)$$

$$I_3 = \sum_b \frac{\Delta_b}{3} [\mathbf{e}_a, \mathbf{e}_b]; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} I_4 &= \sum_b \frac{\Delta_b}{3\Delta_t} [\mathbf{m}_a, \mathbf{m}_b] \{ [H_{ia}^{t+1}, H_{ib}^{t+1}] - [H_{ia}^t, H_{ib}^t] \} \\ &= \sum_b \frac{\Delta_b}{3\Delta_t} [\mathbf{m}_a (H_{ia}^{t+1} - H_{ib}^t), \mathbf{m}_b (H_{ib}^{t+1} - H_{ia}^t)]; \end{aligned} \quad (10)$$

$$I_5 = \begin{cases} \frac{1}{2} [l_{iu} q_{ua} + l_{iv} q_{va}, l_{iu} q_{ub} + l_{iv} q_{vb}], \\ 0. \end{cases} \quad (11)$$

将(4)~(11)式代入方程(3)中, 得到四种情况下结点 i 的灰色有限元方程.

第一种情况: 当 $\mathbf{a}_j, \mathbf{a}_k > 0$ 时, 结点灰色有限元方程具有如下形式:

$$\sum_b \left[\frac{T_a}{4\Delta_b} (\mathbf{a}_i H_{ia}^{t+1} + \mathbf{a}_j H_{ja}^{t+1} + \mathbf{a}_k H_{ka}^{t+1}) + Q_a - \frac{\Delta_b \mathbf{e}_b}{3} + \frac{\Delta_b \mathbf{m}}{3\Delta_t} (H_{ia}^{t+1} - H_{ib}^t), \right. \\ \left. \frac{T_b}{4\Delta_b} (\mathbf{a}_i H_{ib}^{t+1} + \mathbf{a}_j H_{jb}^{t+1} + \mathbf{a}_k H_{kb}^{t+1}) + Q_b - \frac{\Delta_b \mathbf{e}_a}{3} + \frac{\Delta_b \mathbf{m}}{3\Delta_t} (H_{ib}^{t+1} - H_{ia}^t) \right] \\ = \begin{cases} \frac{1}{2} [l_{iu} q_{ua} + l_{iv} q_{va}, l_{iu} q_{ub} + l_{iv} q_{vb}], & i = 1, 2, \dots, m. \\ 0, & \end{cases} \quad (12)$$

依次可以写出 $\mathbf{a}_j, \mathbf{a}_k < 0, \mathbf{a}_j > 0, \mathbf{a}_k < 0$ 和 $\mathbf{a}_j < 0, \mathbf{a}_k > 0$ 其他三种情况下的结点灰色有限元方程。

对于实际的渗流数值计算问题, 可以证明只要剖分时使三角形的三个角不尖不钝, 那么围绕任一结点 i 的各个三角形形成的三个有关坐标的量 $\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j$ 和 \mathbf{a}_k 中, \mathbf{a}_i 是大于零的, 其他两项 $\mathbf{a}_j, \mathbf{a}_k$ 是小于零的。因此方程组(12)可以进一步整理成如下的距阵形式:

$$\begin{matrix} \left[\begin{array}{cccccc} a_{11} H_{1b} & a_{12} H_{2a} & a_{13} H_{3a} & \dots & a_{1m} H_{ma} \\ a_{21} H_{1a} & a_{22} H_{2b} & a_{23} H_{3a} & \dots & a_{2m} H_{ma} \\ a_{31} H_{1a} & a_{32} H_{2a} & a_{33} H_{3b} & \dots & a_{3m} H_{ma} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} H_{1a} & a_{m2} H_{2a} & a_{m3} H_{3a} & \dots & a_{mm} H_{mb} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} f_{1a} \\ f_{2a} \\ f_{3a} \\ \dots \\ f_{ma} \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{cccccc} a_{11} H_{1a} & a_{12} H_{2b} & a_{13} H_{3b} & \dots & a_{1m} H_{mb} \\ a_{21} H_{1b} & a_{22} H_{2a} & a_{23} H_{3b} & \dots & a_{2m} H_{mb} \\ a_{31} H_{3b} & a_{32} H_{2b} & a_{33} H_{3a} & \dots & a_{3m} H_{mb} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} H_{1b} & a_{m2} H_{2b} & a_{m3} H_{3b} & \dots & a_{mm} H_{ma} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} f_{1b} \\ f_{2b} \\ f_{3b} \\ \dots \\ f_{mb} \end{array} \right] \end{matrix} \quad (13)$$

以上方程组具有特殊的结构, 可以运用特殊的方法求解。求解的思路是: 先从前 m 个方程(第 1~ m)中解出 H_{ib} , 然后代入后 m 个方程中并求解, 得到灰水位的下限值 H_{ia} 。之后对前 m 个方程回代直接计算出 H_{ib} 值。

3.2.2 灰色数值模型的普通算法 这种算法是把模型中的灰参数、灰变量以及灰水位函数的诸下限值对应起来, 构成一个白化的线性方程组, 从而求得灰水位的下限值($H_{ia}, i=1,2,\dots,m$); 然后再把模型中的灰参数、灰变量以及灰水位函数的诸上限值对应起来, 构成一个白化的线性方程组, 从而求得灰水位的上限值($H_{ib}, i=1,2,\dots,m$)。简而言之, 它是“下对下, 上对上”的算法^[3,4], 即通过解两个独立的线性方程组来求得灰水位函数的上、下限。

3.3 计算结果的对比与分析

假定一个符合泰斯条件的承压含水层, 含水层被剖分成 30 个三角形单元, 23 个结点, 其中待求水位的结点 11 个。在数值结果比较时, 考虑灰色数值模型灰色算法计算结果和普通算法计算结果两种方法的比较。同时把经典数值模型计算结果也列举出来, 以便把灰色数值模型与经典数值模型作比较。在输入信息方面, 暂时考虑了导水系数 T , $[T_a, T_b]$ 取值与输出值水位 H , $[H_a, H_b]$ 的关系, 因为导水系数是灰色算法中较为难处理的一个参数, 也是建立灰色数值模型解算方法的核心问题。以下选择 4 和 8 号两个结点的灰水位过程曲线进行比较(见图 1, 2)。

其中 4 号点为计算时段内水位降落较小的点, 8 号点为计算时段内水位降落较大的点(抽水井结点), 它们各有一定的代表性. 在具体计算时, 经典数值模型中采用 $T = 1000 \text{ m}^2/\text{d}$, 灰色数值模型中均采用 $[T_a, T_b] = [800, 1000] \text{ m}^2/\text{d}$.

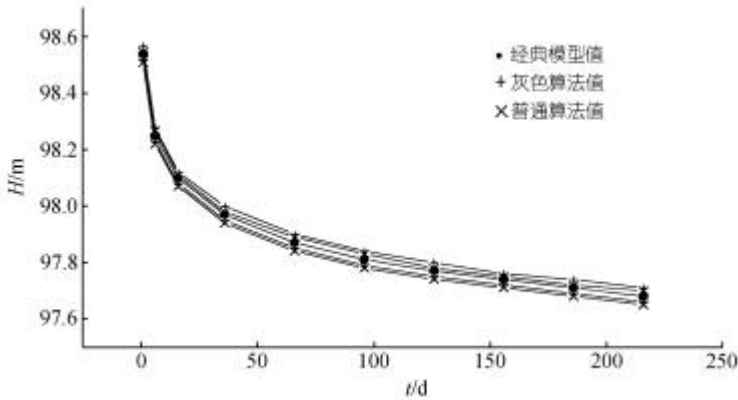


图 1 4号结点不同算法的过程对比曲线

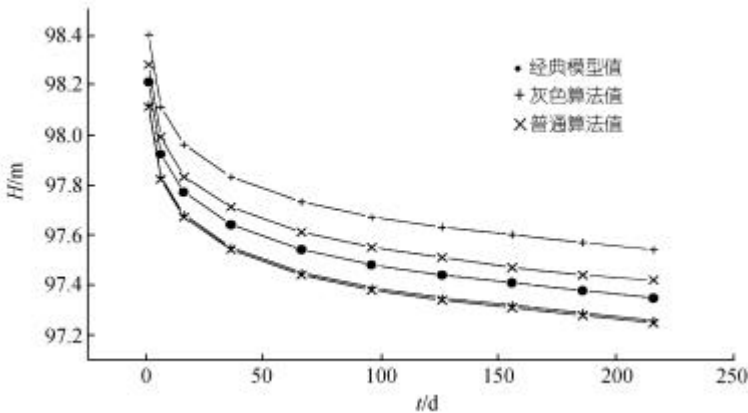


图 2 8号结点不同算法的过程对比曲线

通过以上对灰色数值模型两种算法的输出过程曲线——“灰带”的比较可以看出, 灰色算法输出结果的灰度^[3]与普通算法的输出结果灰度相比, 在选定的模拟时段内水位降落大的点上, 两者相差大, 即灰色算法输出结果的灰度比普通算法输出结果的灰度明显大, 可以粗略地说前者包含了后者; 在选定的模拟时段内水位降落小的点上, 两者相差小, 在有些点上甚至很相近. 这是因为水位降落深值越大, 系统的未知程度就越大. 因此说明, 灰色算法对于灰信息的传递是比较完备和正确的.

4 实例分析

4.1 灰色数值模型在矿井涌水量预测中的应用

4.1.1 井田概况 选择河北高台煤矿为例进行研究. 为了解决下三组煤的开采问题, 人们进

行了大量的钻探和放水试验. 在矿井放水试验的基础上, 基于对矿井涌水系统中大量灰信息的分析, 建立灰色数值模型, 模拟放水试验过程, 预测在下一步矿井生产中大青灰岩充水含水层的矿井涌水量.

高台井田大青含水层除其北部有一狭窄的定水头补给边界外, 其余均为隔水边界, 是一个相对独立的地下水系统, 具有相对独自的补给、径流和排泄条件. 充水含水层以岩溶裂隙为主, 井田内径流排泄条件较差, 其渗透性可近似概化为非均质、各向同性. 井田内部有一隔水断层, 将高台井田分为两个径流带. 井田整体上呈条带状(见图 3).

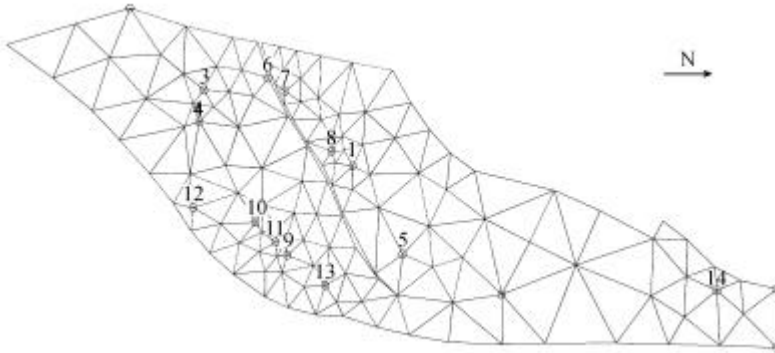


图 3 模拟区域剖分图

4.1.2 灰色数值模型的建立与验证 据井田水文地质条件, 其充水含水系统的灰色数学模型^[7,8]可描述为:

$$\frac{\partial^2(\otimes H)}{\partial X^2} + \frac{\partial^2(\otimes H)}{\partial Y^2} + (\otimes Q)\mathbf{d}(x - x_0, y - y_0) = \frac{(\otimes u^*)}{(\otimes KM)} \frac{\partial(\otimes H)}{\partial t}, \quad (x, y, t > 0);$$

$$H(x, y, 0) = H^0(x, y), \quad (x, y);$$

$$\frac{\partial H}{\partial n} \Big|_r = 0, \quad (t > 0);$$

$$\otimes H|_{t_1} = [120, 123], \quad (t > 0).$$

灰色数值模型的反演识别不同于经典数值模型, 经典数值模型的识别是将模型输出曲线与实际观测曲线进行拟合, 而灰色数值模型是将模型输出的“灰带”与实际观测曲线进行对比分析. 前者的拟合是把模型输出的较为光滑的曲线与实际观测到的且往往是波动跳跃的曲线“相重合”; 而后者的对比分析是把实际观测曲线包含在模型输出的“灰带”内. 根据信息组合原则, 灰色系统理论认为, 系统中促使负熵增加的信息组合为系统动态发展的上限, 促使负熵减少的信息组合为系统动态发展的下限, 由于它们组成一个灰闭区间, 这个灰闭区间必然使得所有灰因素的影响全部落于其间. 基于这种观点, 对于灰色数值模型的反演识别, 就是适当调整模型中的灰色变量(包括灰色参数、灰色边界值以及灰色补给排泄量等), 使得灰色数值模型输出的“灰带”能够把实际观测系列数据包含于其中, 达到这个目标时所取的灰色参数、灰色边界值以及灰色补给排泄量等即为所确定的值.

依据上述原则, 将研究区域剖分为 219 个单元, 140 个结点, 其中 14 个结点为观测孔结点(见图 3). 5 号和 12 号观测孔的拟合对比结果见图 4 和图 5.

从图中可看出, 灰色数值模型的灰水位曲线, 即“灰带”, 较好地包含了实测水位过程曲

线, 这个“灰带”是渗流系统“已知信息和未知信息”综合作用的结果. 由此确定出模型参数的灰区间(表 1).

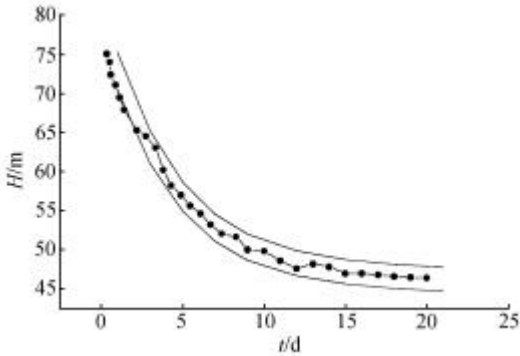


图 4 5号孔水位过程拟合曲线

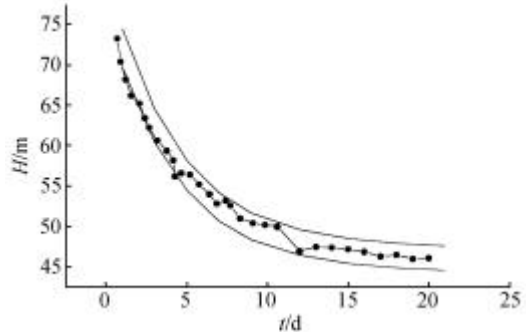


图 5 12号孔水位过程拟合曲线

表 1 灰色模型的灰参数表

分区号		1	2	3	4	5	6	7	8
K 值/m · d ⁻¹	<i>K_b</i>	35	41	46	52	62	114	98	145
	<i>K_a</i>	30	37	42	44	56	102	90	133
m 值	<i>m_b</i>	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
	<i>m_a</i>	0.00005	0.00005	0.00005	0.00005	0.00005	0.00005	0.00005	0.00005

4.1.3 矿井涌水量预测 运用灰色数值模型预测矿井涌水量, 是利用前述已识别好的模型反复调整各排水孔的排水量, 直至研究区各孔(点)的地下水位低于矿井设计安全水位, 此时即为所求的矿井涌水量. 这里需要注意的是, 对于计算的灰水位来说, 应当保证疏降水位“灰带”的上界低于预定的设计安全水位. 只要水位“灰带”的上限低于这个水位, 那么它的“灰带”一定会全部落在设计安全水位以下.

按照上述原则运行模型, 当各排水孔排水总量达 17566 m³/d, 疏降 35 天后的地下水渗流场灰水位上界等值线见图 6. 在计算过程中, 除参数取灰区间值外, 水位边界据多年的观测数据和放水试验资料也给出一定的范围:

$$[H_a, H_b] |_{t=1} = [120, 123]m, (t > 0).$$

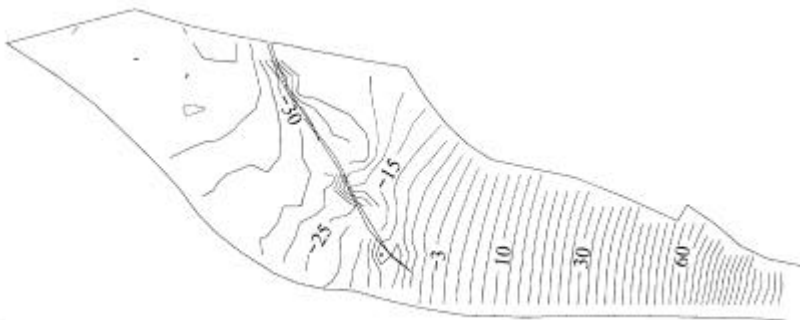


图 6 疏降 35 天的灰水位上界等值线图

4.2 灰色数值模型在水源地供水资源评价中的应用

4.2.1 研究区概况 选择河北康陶水源地作为本次研究对象. 该水源地第四系含水层结构复

杂, 渗流性极不均一. 同时, 已知水文地质信息较少, 已有的资料不够完整, 且有些资料准确性欠佳. 为了充分利用有限的资料, 对水源地的可开采资源量做出一个合理的评价, 为当地供水规划提供科学依据, 本文选用了灰色数值模拟分析方法.

模拟评价的含水层是由第四系上更新统及全新统河流冲洪积物组成的含水岩组, 含水岩组呈明显的多层结构. 各含水层之间水力联系密切, 可视为一个统一的含水系统. 含水层岩性由砂卵石组成, 其底板为第三系中更新统粘土、粉质粘土和含砾粘土, 厚度大, 分布连续, 构成区域隔水层. 含水层顶板为上更新统粉土或含砾粘土, 地下水呈微承压或半承压状态. 在河漫滩地段含水层具有自由水面, 地下水为无压水. 由于第四系沉积物岩相与岩性变化较大, 使含水层组具有明显的非均质性. 模拟计算时据含水层中地下水水动力特征、导储水性质和入渗条件等, 将计算区剖分为 9 个参数分区. 并将实际的含水层系统概化为非均质各向同性的承压-无压含水系统, 且含水岩组近似水平, 厚度不等.

4.2.2 灰色数值模型的建立与识别 根据上述概化的水文地质概念模型, 研究区的灰色数学模型可表示为:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[(\otimes K_x h) \frac{\partial (\otimes H)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\otimes K_y h) \frac{\partial (\otimes H)}{\partial y} \right] - [(\otimes Q_w) \mathbf{d}(x - x_w, y - y_w) + (\otimes \mathbf{e})] - (\otimes \mathbf{m}) \frac{\partial (\otimes H)}{\partial t} = 0, \quad (x, y \in \Omega, t > 0);$$

$$H(x, y, 0) = H^0(x, y), \quad (x, y \in \Omega);$$

$$\left. \frac{\partial (\otimes H)}{\partial n} \right|_{\Gamma_2} = [q_a, q_b], \quad (t > 0).$$

本次计算将研究区剖分为 479 个三角形单元, 结点 300 个, 其中内结点 184 个, 第一类外结点 78 个, 第二类外结点 38 个(见图 7). 并依据含水层渗透基本特征, 将研究区剖分为 9 个参数分区.

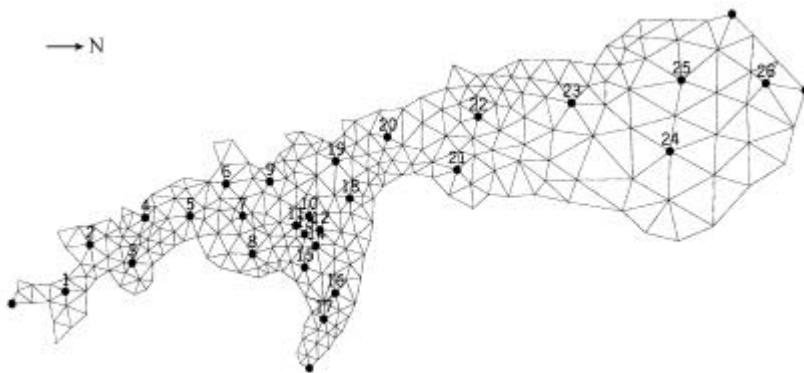


图 7 水源地计算区域剖分图

模型拟合过程是不断调整系统参数等输入量直到得到较好的拟合效果的过程. 值得注意的是, 对于灰色数值模型而言, “较好的拟合效果”就是指灰色数值模型输出的“灰带”能够把实际观测数据系列恰当地包含在其中. 5 号孔和 13 号孔的地下水水位对比分析结果见图 8 和图 9, 确定的灰色模型的灰色水文地质参数见表 2.

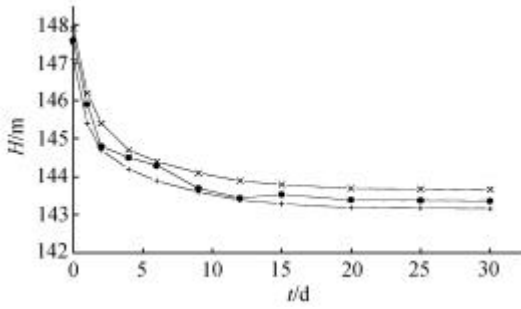


图 8 5号孔水位过程对比曲线

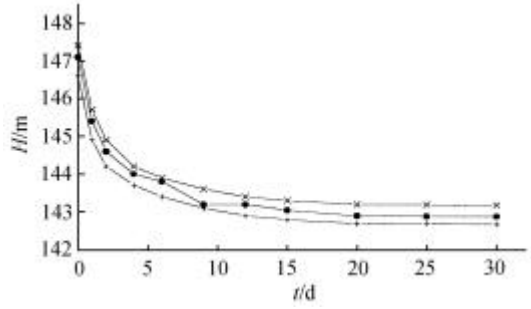


图 9 13号孔水位过程对比曲线

表 2 确定的灰色模型参数表

分区号		1	2	3	4	5	6	7	8	9
K 值/m d ⁻¹	K_a	50	114	202	35	90	56	12	23	22
	K_b	62	141	222	44	113	66	17	28	28
m 值	m_a	0.26	0.10	0.33	0.10	0.30	0.10	0.23	0.24	0.23
	m_b	0.30	0.12	0.37	0.12	0.34	0.12	0.27	0.28	0.27

4.2.3 水源地可开采资源量的灰色数值评价 该水源地地下水的动态与大气降水密切相关, 为此采用“枯水典型年”的方法对可开采量进行评价. 由于计算区的边界条件、大气降水补给量等难以取得准确而全面的数据, 故在量化模型中采用区间灰量.

运用灰色数值模型评价水源地可采资源, 就是反复调整各抽水井的抽水量, 直至各孔(点)的水位不低于预定的临界控制水位, 即不超过“允许降深”, 从而反求出可开采量. 这里需要注意的是, 各孔(点)的水位不低于设计的临界控制水位, 对于灰水位来说, 就意味着使水位“灰带”的下界不低于预定的临界控制水位. 只要水位“灰带”的下界不低于临界控制水位, 那么它的“灰带”一定会全部落在控制水位以上. 这一点正好与矿井排水问题相反.

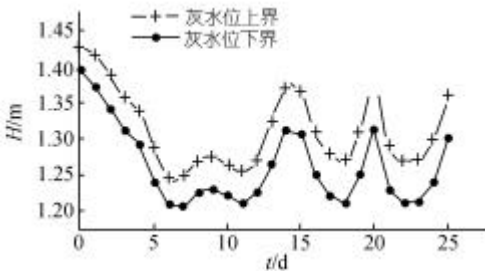


图 10 预测典型年开采灰水位过程曲线

从评价的开采过程曲线“水位灰带”来看(见图 10), 曲线首段为低水位槽的形成阶段, 然后为低水位槽基本稳定阶段, 再往后为水位回升阶段. 曲线的波动是降水补给、农田开采等多种因素作用的结果. 整个曲线反映了调节均衡型开采动态的特点.

从评价的枯水期流场图来看(见图 11), 预测水源地中心位置的最大水位降深为 2.21 m, 对已有供水井影响不大. 地下水水力坡度 $J = 3/1000$, 符合设计要求, 附近河流污水在此水力梯度下, 对水源地的污染是有限的, 不会超出环境容量值.

5 结论

(1) 灰色性的实质就是“部分已知, 部分未知”, 就系统而言是如此, 就数量而言也是如此.

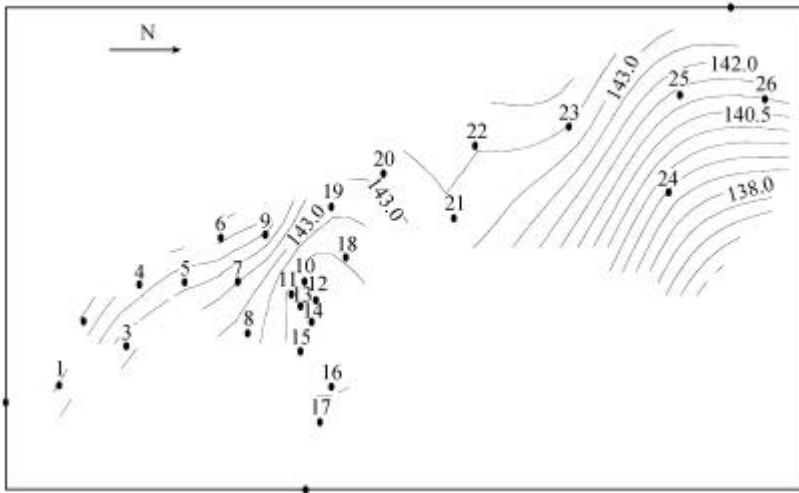


图 11 预测开采条件下灰水位下界等值线图

(2) 对于渗流系统基本灰色数值模型的解算, 必须以灰集合和灰色数学理论为基础, 才能保证灰信息传递的正确性, 才能得到真正的“灰解”。

(3) 与经典模型相比, 灰色数值模型对渗流计算中一些难以给出确定数据的量, 如含水层参数、边界条件值、补给排泄量等, 可以给出它们的一个灰范围, 模型的运算结果也是一个具有一定区间范围的“灰带”, 这个灰带是渗流系统多种灰信息综合作用影响的结果。

(4) 运用灰色数值模型预测矿井涌水量时, 就是反复调整各排水孔的排水量, 使水位“灰带”的上界低于预定的矿井设计安全水位。只要水位“灰带”的上界低于设计安全水位, 那么它的“灰带”一定会全部落在设计安全水位以下。

(5) 运用灰色数值模型预测水源地可采资源时, 就是反复调整各抽水井的抽水量, 直至水位“灰带”的下界不低于预定的控制水位, 即不超过“允许降深”。只要水位“灰带”的下界不低于控制水位, 那么它的“灰带”一定会全部落在控制水位以上。

(4)、(5)两点正好是经典数值模型处理此类问题的局限所在。

参 考 文 献

- 1 焦纠纠. 灰色水文地质系统分析与时间序列建模. 勘查科学技术, 1987, 10(2): 39~43
- 2 李树文, 王宝来, 肖国强. 灰色与周期残差叠加模型及其在地下水动态预测中的应用. 河北建筑科技学院学报, 1992, 45(3): 246~251
- 3 王清印, 李树文. 灰色分布参数模型与地下水模拟. 河北建筑科技学院学报, 1992, 45(3): 66~70
- 4 郭纯青, 夏日元, 刘正林, 等. 岩溶地下水水资源评价灰色系统理论与方法研究. 北京: 地质出版社, 1993. 3~60
- 5 王清印, 刘开第. 灰色系统理论的数学方法及其应用. 成都: 西南交通大学出版社, 1990. 23~27
- 6 Wang Qingyin, Wu Heqing. The concept of grey number and its property. In: Proceedings of NAFIPS' 98. USA, 1998. 45~49
- 7 Givoli D, Doukhovni I. Finite element programming approach for contact problems with geometrical nonlinearity. Computers and Structures, 1996, 43(8): 31~41
- 8 李树文, 王志强, 武 强, 等. 储量集中有限元方法在渗流计算中的优点. 煤田地质与勘探, 1999, 27(5): 46~49