

基于测量 S 参数的有源器件 FDTD 建模方法

陈智慧^① 褚庆昕^②

^①(西安电子科技大学电子工程学院 西安 710071)

^②(华南理工大学电子与信息学院 广州 510640)

摘要: 该文提出了一种新的基于测量 s 参数的有源器件 FDTD 建模方法。该方法借助于矢量拟合技术(VF)和分段递推卷积技术(PLRC)完成建模,不必知道器件的等效电路,并保留了传统 FDTD 算法显式差分的特点,得到了一般性的 FDTD 迭代公式。另外,该方法的数据处理过程主要在所需频段内操作,避免了传统方法中由直接逆傅里叶变换所引起的非因果时域误差。对于全波分析包含实际有源器件的微波电路具有一定的实用价值。

关键词: FDTD; S 参数; 矢量拟合技术; 分段递推卷积技术

中图分类号: O441

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)11-2767-04

FDTD Modeling of Active Devices Characterized by Measured S-Parameters

Chen Zhi-hui^① Chu Qing-xin^②

^①(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

^②(College of Electronic and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: A novel FDTD modeling approach for active devices characterized by measured S-parameters is presented. This approach applies Vector Fitting (VF) technique and Piecewise Linear Recursive Convolution (PLRC) technique to complete modeling process, and does not need to know the equivalent circuits of active devices. It preserves the explicit nature of the conventional FDTD method, and obtains a general updated formula. Furthermore, the main data-processing procedure is directly handled over the frequency band of interest, which avoids the time-domain non-causal error in traditional techniques. It is useful to full-wave analyze hybrid microwave circuits including practical active devices.

Key words: FDTD; S-parameters; Vector Fitting (VF); Piecewise Linear Recursive Convolution (PLRC) technique

1 引言

近年来 FDTD 发展迅速,得到了广泛应用,其中 FDTD 在微波有源电路领域的应用尤为人们所关注。因为常用的电磁软件不能直接将器件方程与电磁场方程结合起来,器件通常由其散射参数单独表示,然后利用 ABCD 矩阵法求得整个电路的散射参数。这种方法忽略了器件间的相互作用,不能精确描述电路的实际物理结构。而 FDTD 能够对微波有源电路进行全波分析,从而精确地考虑了器件间的相互作用。

十多年来国内外一些学者就如何将集总器件引入到 FDTD 网格中的问题上做了大量研究,其中包括等效电流源/电压源方法^[1-3]、结合 Spice 软件建模方法^[4]等,这些方法都是基于器件的等效电路模型。但是在实际应用中复杂器件尤其是有源器件的等效电路很难获得,生产商通常仅提供器件在特定偏置下的测量 S 参数,则上面的建模方法不再适用。

为了将器件的有限带宽网络参数引入到 FDTD 算法中,传统方法首先利用外推和共轭技术将网络参数扩展至全频带,然后直接利用逆傅里叶变换技术(IFT)将其转换成时域参数,最后通过卷积技术代入到 FDTD 迭代中^[5]。由于这种方法直接利用 IFT 技术,可能产生非因果的时域数据,造成一定的误差。

本文基于 VF 技术和 PLRC 技术提出了一种基于器件 S 参数的 FDTD 建模新方法。该方法主要分两步: (1)利用 VF 技术将已知的频域测量导纳参数拟合成有理分式之和的形式,再将各有理分式变换为时域形式; (2)利用 PLRC 技术将各时域表达式代入到 FDTD 迭代中,最终完成器件建模。由于 VF 技术与其它拟合技术相比具有较高的精度,可用于高阶或宽频范围有理函数的逼近,因此在所需带宽内可以通过调整有理函数的阶数获得满意的拟合精度^[6]。另外,PLRC 技术将繁琐的卷积运算简化为递推运算,保留了传统 FDTD 方法显式差分的特点,提高了计算效率^[7]。

2 理论分析

本文着重考察了双端口器件的建模过程，但提出的方法同样适用于多端口器件。假设器件的两个端口分别加在FDTD网格中 E_{z1} 和 E_{z2} 的位置，如图1所示。加载位置电场迭代方程如下：

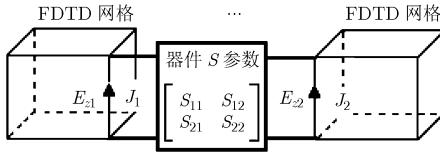


图1 双端口集总器件在FDTD网格中的位置

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varepsilon}{\Delta t} (E_{z1}^{n+1} - E_{z1}^n) &= [\nabla \times \vec{H}]_{z1}^{n+1/2} - J_1^{n+1/2} \\ \frac{\varepsilon}{\Delta t} (E_{z2}^{n+1} - E_{z2}^n) &= [\nabla \times \vec{H}]_{z2}^{n+1/2} - J_2^{n+1/2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

根据网络理论， s 域各端口电流可表示为

$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & Y_{12}(s) \\ Y_{21}(s) & Y_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix} \quad (2)$$

I_p 和 V_p ($p = 1, 2$) 分别为第 p 端口的电压和电流。假设已知器件在 $[f_{\min}, f_{\max}]$ 频带内 $s_k = j2\pi f_k$ ($k = 1, \dots, M$) 频点上的测量 S 参数，首先将其转变为 Y 参数，得到 $Y_{pq}(s_k)$ ($p, q = 1, 2$)。下面利用 VF 技术将各 Y 参数拟合成有理函数。

2.1 基于 VF 技术的数据拟合

利用 VF 技术可以将 Y 参数数据拟合成下面形式的有理分式：

$$Y_{pq}(s) = \sum_{i=1}^{N^{(p,q)}} \frac{c_i^{(p,q)}}{s - a_i^{(p,q)}} + g^{(p,q)} + sh^{(p,q)}, \quad p = 1, 2 \quad (3)$$

极点 $a_i^{(p,q)}$ 、留数 $c_i^{(p,q)}$ 、 $g^{(p,q)}$ 和 $h^{(p,q)}$ 是拟合量。 $g^{(p,q)}$ 和 $h^{(p,q)}$ 是实数， $a_i^{(p,q)}$ 和 $c_i^{(p,q)}$ 为实数或共轭复数。拟合方法是用一组修正的极点代替初始极点，修正极点的获得是基于线性最小二乘的极点重定位方法。拟合的阶数等于初始极点数。初始极点的选择应该覆盖所需的频率范围。因为各 Y 参数拟合过程相同，为了简单起见，略去上标 (p, q) 。另外，为了避免出现病态方程组，采用归一化频率 $\bar{s}_k = j2\pi \bar{f}_k$ ， $\bar{f}_k = f_k/f_{\text{ave}}$ ，其中 $f_{\text{ave}} = (f_{\min} + f_{\max})/2$ 。归一化频带为 $[\bar{f}_{\min}, \bar{f}_{\max}]$ 。各参数的上标 “-” 代表归一化。主要拟合过程如下：

(1) 设定一组初始极点 \bar{a}_i ，覆盖所需的频带。引入一个未知的加权函数 $\sigma(\bar{s})$ ，并对 $Y(\bar{s})$ 引入一个有理近似：

$$\sigma(\bar{s}) = 1 + \sum_{i=1}^N \frac{\tilde{c}_i}{\bar{s} - \bar{a}_i} \quad (4)$$

$$\sigma(\bar{s})Y(\bar{s}) \approx \sum_{i=1}^N \frac{\bar{c}_i}{\bar{s} - \bar{a}_i} + g + \bar{sh} \quad (5)$$

其中 $\bar{a}_i = a_i/f_{\text{ave}}$ ， $\bar{c}_i = c_i/f_{\text{ave}}$ ， $\bar{h} = h f_{\text{ave}}$ 。注意上面两式具有相同极点 \bar{a}_i ， $\sigma(\bar{s})$ 的零点就是 $Y(\bar{s})$ 的极点。

(2) 将式(4)代入式(5)，得到

$$\left(1 + \sum_{i=1}^N \frac{\tilde{c}_i}{\bar{s} - \bar{a}_i} \right) Y(\bar{s}) \approx \sum_{i=1}^N \frac{\bar{c}_i}{\bar{s} - \bar{a}_i} + g + \bar{sh} \quad (6)$$

将已知的 Y 参数数据 $Y(\bar{s}_k)$ ，代入上式可得到一个关于未知数 $(\bar{c}_i, g, h, \tilde{c}_i)$ 的超定线形方程组

$$\mathbf{A}_k \mathbf{x} = \mathbf{b}_k \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (7)$$

$$\text{其 中 } \mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 & -Y(\bar{s}_k) & -Y(\bar{s}_k) \\ \bar{s}_k - \bar{a}_1 & \dots & \bar{s}_k - \bar{a}_N & \bar{s}_k - \bar{a}_1 & \bar{s}_k - \bar{a}_N \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{x} = [\bar{c}_1 \dots \bar{c}_N, g, \bar{h}, \tilde{c}_1 \dots \tilde{c}_N]^T, \quad \mathbf{b}_k = Y(\bar{s}_k).$$

(3) 最小二乘意义下求解式(7)，得到加权函数 $\sigma(\bar{s})$ 的留数 $\{\tilde{c}_i\}$ 。然后求解 $\sigma(\bar{s})$ 的零点，将得到的零点代替初始极点 \bar{a}_i 作为新的修正极点。重复第(2)步计算过程，经过几次迭代后即可得到原函数 $Y(\bar{s})$ 的极点 \bar{a}_i 。

(4) 最后，根据最终的极点 \bar{a}_i ，将 Y 参数数据代入式(3)，就可得到 \bar{c}_i ， g 和 \bar{h} 。

必须注意的是为了保证 FDTD 算法稳定， $Y(\bar{s})$ 的极点 \bar{a}_i 必须全在 s 平面的右边。因此，必须存在检验纠正的过程，使 s 平面左边的极点镜像到右边。一旦得到各 Y 参数有理式，我们利用 PLRC 技术将其引入到 FDTD 算法中。

2.2 基于 PLRC 技术的 FDTD 建模

首先在离散域定义一个卷积运算：

$$I^n = \int_0^{n\Delta t} V(n\Delta t - \tau) Y(\tau) d\tau \quad (8)$$

根据 PLRC 技术，定义两个变量：

$$\begin{aligned} \chi_m &= \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} Y(\tau) d\tau \\ \xi_m &= \frac{1}{\Delta t} \int_{m\Delta t}^{(m-1)\Delta t} (\tau - m\Delta t) Y(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (9)$$

如果变量满足：

$$\rho = \frac{\chi_m}{\chi_{m-1}} = \frac{\xi_m}{\xi_{m-1}} \quad (10)$$

则时域电流 I^n 可以写成递归迭代形式：

$$I^{n+1} = (\chi_0 - \xi_0)V^{n+1} + \xi_0 V^n + \rho I^n \quad (11)$$

为了得到式(2)中各端口时域电流，首先定义 4 个辅助电流，各端口电流可表示为

$$I_p(s) = \sum_{q=1,2} I_{pq}(s), \quad I_{pq}(s) = Y_{pq}(s)V_q(s), \quad p = 1, 2 \quad (12)$$

将各导纳参数有理式分成两部分，即

$$\begin{aligned} Y_{pq}(s) &= \sum_{i=1}^{N^{(p,q)}} \frac{c_i^{(p,q)}}{s - a_i^{(p,q)}} + g^{(p,q)} + sh^{(p,q)} \\ &= \sum_{i=1}^{N^{(p,q)}} Y_{pq,i}(s) + Y_{pq,o}(s) \end{aligned} \quad (13)$$

由式(12)，时域电流 $I_{pq}^{n+1/2}$ 可表示为

$$I_{pq}^{n+1/2} = \sum_{i=0}^{N_r^{(p,q)}} I_{pq,i}^{n+1/2} + I_{pq,o}^{n+1/2} \quad (14)$$

下面分别讨论式(14)右边两项。

(1)若 $a_i^{(p,q)}$ 和 $c_i^{(p,q)}$ 为实数, 将 $Y_{pq,i}(s) = \frac{c_i^{(p,q)}}{s - a_i^{(p,q)}}$ 代入式(12), 可得 $I_{pq,i}(s) = Y_{pq,i}(s)V_q(s)$ 。 $Y_{pq,i}(s)$ 由逆拉普拉斯变换到时域为

$$Y_{pq,i}(t) = c_i^{(p,q)} e^{a_i^{(p,q)} \Delta t} u(t) \quad (15)$$

$u(t)$ 代表单位阶跃函数。将式(15)代入式(9), 可得到

$$\left. \begin{aligned} \chi_{m,i}^{(p,q)} &= -\frac{c_i^{(p,q)}}{a_i^{(p,q)}} \left(1 - e^{a_i^{(p,q)} \Delta t} \right) e^{ma_i^{(p,q)} \Delta t} \\ \xi_{m,i}^{(p,q)} &= -\frac{c_i^{(p,q)}}{(a_i^{(p,q)})^2 \Delta t} \left[\left(1 - a_i^{(p,q)} \Delta t \right) e^{a_i^{(p,q)} \Delta t} - 1 \right] e^{ma_i^{(p,q)} \Delta t} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

显然下式成立:

$$\rho_i^{(p,q)} = \frac{\chi_{m,i}^{(p,q)}}{\chi_{m-1,i}^{(p,q)}} = \frac{\xi_{m,i}^{(p,q)}}{\xi_{m-1,i}^{(p,q)}} = e^{a_i^{(p,q)} \Delta t} \quad (17)$$

所以时域电流 $I_{pq,i}^n$ 可以写成递推迭代形式:

$$I_{pq,i}^{n+1} = \left(\chi_{0,i}^{(p,q)} - \xi_{0,i}^{(p,q)} \right) V_q^{n+1} + \xi_{0,i}^{(p,q)} V_q^n + \rho_i^{(p,q)} I_{pq,i}^n \quad (18)$$

(2)若 $a_i^{(p,q)}$ 和 $a_{i+1}^{(p,q)}$, $c_i^{(p,q)}$ 和 $c_{i+1}^{(p,q)}$ 为共轭复数, 式(16)–式(18)仍然成立, 但可以简化。可以证明此时 $\chi_{m,i}^{(p,q)}$ 和 $\chi_{m,i+1}^{(p,q)}$, $\xi_{m,i}^{(p,q)}$ 和 $\xi_{m,i+1}^{(p,q)}$, $\rho_i^{(p,q)}$ 和 $\rho_{i+1}^{(p,q)}$ 均为共轭复数, 因此 $I_{pq,i}^{n+1}$ 和 $I_{pq,i+1}^{n+1}$ 也是共轭复数, 两者之和为纯实数:

$$\begin{aligned} I_{pq,i}^{n+1} + I_{pq,i+1}^{n+1} &= 2 \operatorname{Re}(I_{pq,i}^{n+1}) \\ &= 2 \left\{ \operatorname{Re}(\chi_{0,i}^{(p,q)} - \xi_{0,i}^{(p,q)}) V_q^{n+1} \right. \\ &\quad \left. + \operatorname{Re}(\xi_{0,i}^{(p,q)}) V_q^n + \operatorname{Re}(\rho_i^{(p,q)} I_{pq,i}^n) \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

因此, 只需将共轭复数对中的一个复数代入迭代式即可。换言之, 如果式(13)中 $a_i^{(p,q)}$ 和 $c_i^{(p,q)}$ 含 $2N_g^{(p,q)}$ 个共轭复数, 则计算机只需存储 $N_g^{(p,q)}$ 个变量。

(3) 将 $Y_{pq,o}(s) = g^{(p,q)} + sh^{(p,q)}$ 代入式(12), 可得 $I_{pq,o}(s) = (g^{(p,q)} + sh^{(p,q)})V_q(s)$, 由 $s \rightarrow \partial/\partial t$, 将其写成中心差分形式为

$$\begin{aligned} I_{pq,o}^{n+1/2} &= \left(g^{(p,q)} / 2 + h^{(p,q)} / \Delta t \right) V_q^{n+1} \\ &\quad + \left(g^{(p,q)} / 2 - h^{(p,q)} / \Delta t \right) V_q^n \end{aligned} \quad (20)$$

最后, 将式(18)–式(20)代入式(14), 可以得到电流 $I_{pq}^{n+1/2}$ 的递归表达式。假设 $a_i^{(p,q)}$ 和 $c_i^{(p,q)}$ 包含 $N_r^{(p,q)}$ 个实数和 $N_g^{(p,q)}$ 对共轭复数, 则 $N^{(p,q)} = N_r^{(p,q)} + 2N_g^{(p,q)}$ 。则最终的电流 $I_{pq}^{n+1/2}$ 递归关系式为

$$I_{pq}^{n+1/2} = A_{pq} V_q^{n+1} + B_{pq} V_q^n + I_{pq,t}^n \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} A_{pq} &= \left(\chi_{0,t}^{(p,q)} - \xi_{0,t}^{(p,q)} + g^{(p,q)} / 2 + h^{(p,q)} / \Delta t \right) \\ B_{pq} &= \left(\xi_{0,t}^{(p,q)} + g^{(p,q)} / 2 - h^{(p,q)} / \Delta t \right) \\ \chi_{0,t}^{(p,q)} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_r^{(p,q)}} \chi_{0,i}^{(p,q)} + \sum_{i=N_r^{(p,q)}+1}^{N_r^{(p,q)}+N_g^{(p,q)}} \operatorname{Re}(\chi_{0,i}^{(p,q)}) \\ \xi_{0,t}^{(p,q)} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_r^{(p,q)}} \xi_{0,i}^{(p,q)} + \sum_{i=N_r^{(p,q)}+1}^{N_r^{(p,q)}+N_g^{(p,q)}} \operatorname{Re}(\xi_{0,i}^{(p,q)}) \\ I_{pq,t}^n &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_r^{(p,q)}} (\rho_i^{(p,q)} + 1) I_{pq,i}^n + \sum_{i=N_r^{(p,q)}+1}^{N_r^{(p,q)}+N_g^{(p,q)}} \operatorname{Re}[(\rho_i^{(p,q)} + 1) I_{pq,i}^n] \\ I_{pq,i}^{n+1} &= \left(\chi_{0,i}^{(p,q)} - \xi_{0,i}^{(p,q)} \right) V_q^{n+1} + \xi_{0,i}^{(p,q)} V_q^n + \rho_i^{(p,q)} I_{pq,i}^n \end{aligned}$$

电压与电场、电流与电流密度的关系式如下:

$$\left. \begin{aligned} V_q^n &= \int E_{zq}^n dz \approx E_{zq}^n \Delta z \\ I_p^{n+1/2} &= \iint J_p^{n+1/2} dx dy \approx J_p^{n+1/2} \Delta x \Delta y \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

由式(12), 各端口的时域电流为

$$I_p^{n+1/2} = \sum_{q=1,2} I_{pq}^{n+1/2}, \quad p = 1, 2 \quad (23)$$

将式(21)–式(23)代入式(1)可得加载端口处电场的 FDTD 迭代方程:

$$\begin{bmatrix} E_{z1}^{n+1} \\ E_{z2}^{n+1} \end{bmatrix} = \frac{1}{\alpha} \begin{bmatrix} A_{11} + \varepsilon / \alpha \Delta t & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} + \varepsilon / \alpha \Delta t \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} T_1^n \\ T_2^n \end{bmatrix} \quad (24)$$

其中

$$\alpha = \frac{\Delta z}{\Delta x \Delta y}$$

$$T_p^n = \frac{\varepsilon}{\Delta t} E_{zp}^n + [\nabla \times \vec{H}]_{zp}^{n+1/2} - \sum_{q=1,2} \left(\alpha B_{pq} E_{zq}^n + \frac{1}{\Delta x \Delta y} I_{pq,t}^n \right)$$

得到的电场迭代式(24)和传统 FDTD 算法一样是显式的。

3 数值验证

为了验证本文方法的有效性和精度, 下面分析了一个微波 FET 放大器电路, 利用本文方法对集总器件 FET 的有限带宽模型进行建模, 最终计算微波放大器的散射参数, 其计算结果与文献[8]的结果进行了比较。

微波放大器的结构如图 2 所示, 详细结构尺寸参见文献[8]。FDTD 计算域为 $44\Delta x \times 102\Delta y \times 25\Delta z$, 其中空间步长 $\Delta x = 0.4\text{mm}$, $\Delta y = 0.4\text{mm}$, $\Delta z = 0.265\text{mm}$, 时间步长 $\Delta t = 0.53\text{ps}$ 。

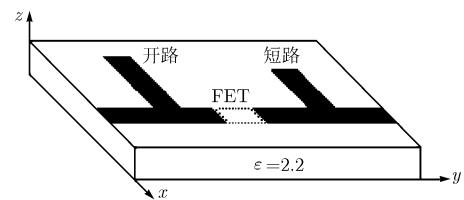


图 2 微波 FET 放大器结构图

放大器包含一个集总器件 FET。文献[8]中提供了 FET 的等效电路，我们根据其等效电路计算出 FET 在(4GHz – 8GHz)之间的 S 参数，S 参数的实部和虚部如图 3 所示。然后将该频带内的 S 参数利用本文方法引入到 FDTD 算法中。利用 VF 技术拟合时，取最高阶数 $N = 4$ ，起始极点设为($4e9, 5.33e9, 6.67e9, 8e9$)，覆盖了所需频带。FDTD 计算总时间步为 1600 步。提取放大器散射参数，其计算结果如图 4 所示，其中虚线为本文方法计算结果，而实线为文献结果，从图中的比较结果可以看出：本文方法得到放大器 S 参数在所考虑的有限频带内与文献中的结果吻合良好，从而验证了本文方法的精度和有效性。

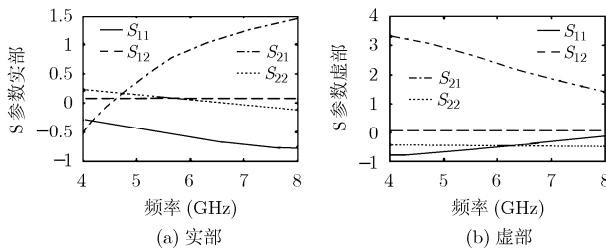


图 3 FET 的 S 参数

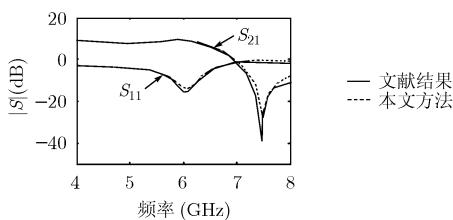


图 4 微波放大器 S 参数

4 结束语

本文提出了一种根据 S 参数对器件进行 FDTD 建模的新方法。该方法的优点在于：(1)完全在所需频带内操作，VF 技术的应用可以获得较高的拟合精度，降低了传统共轭外推方法所带来的误差；(2)PLRC 技术的应用提高了计算效率，

并保留了传统 FDTD 算法显式迭代的特点，得到了一般性的 FDTD 迭代式；(3)利用本文方法对器件建模不需要知道器件的等效电路，只需通过测量等手段获得器件在有限频带内的网络参数即可。

参 考 文 献

- [1] Kuo C N, Houshmand B, and Itoh T. FDTD analysis of active circuits with equivalent current source approach. *IEEE AP-S Int. Symp. Dig.*, 1995, 3: 1510–1513.
- [2] Kuo C N, Wu R B, Houshmand B, and Itoh T. Modeling of microwave active devices using the voltage-source approach. *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, 1996, 6(5): 199–201.
- [3] Chu Q X, Hu X J, and Chan K T. Models of small microwave devices in FDTD simulation. *IEICE Trans. on Electron.*, 2003, E86-C(2): 120–125.
- [4] Thomas V A, Jones M E, and May M P. The use of spice lumped circuits as sub-grid models for FDTD analysis. *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, 1994, 4(5): 141–143.
- [5] Zhang J Z and Wang Y Y. FDTD analysis of active circuits based on the S-parameters. *Asia Pacific Microwave Conference*, Hong Kong, 1997: 1049–1053.
- [6] Gustavsen B and Semlyen A. Rational approximation of frequency responses by vector fitting. *IEEE Trans. on Power Delivery*, 1999, 14(3): 1052–1061.
- [7] Lee J Y, Lee J H, and Jung H K. Linear lumped loads in the FDTD method using piecewise linear recursive convolution method. *IEEE Microwave Wireless Compon. Lett.*, 2006, 16(4): 158–160.
- [8] Reddy V S and Garg R. An improved extended FDTD formulation for active microstrip circuits. *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.*, 1999, 47(9): 1603–1608.

陈智慧：男，1980 年生，博士生，研究方向为时域计算电磁学。
褚庆昕：男，1958 年生，教授、博士生导师，研究方向包括射频与微波电路、有源集成天线与空间功率合成和时域计算电磁学。