

## 基于不规则树的一类随机过程多尺度建模方法

文成林<sup>①②</sup> 史军杰<sup>②③</sup> 张延锋<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(杭州电子科技大学信息与控制研究所 杭州 310018)

<sup>②</sup>(河南大学计算机与信息工程学院 开封 475001)

<sup>③</sup>(南通航运职业技术学院信息技术系 南通 226010)

**摘要:** 该文针对一类异步采样的多传感器动态系统,在已有的规则树建模基础上,基于现象或过程所具有的Markov性,给出了过程基于不规则树的多尺度表示方法和多尺度动态建模过程,并通过计算机仿真验证了新方法的有效性。

**关键词:** 不规则树; 多尺度表示; 多尺度模型; Markov过程; 数据融合

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)01-0163-05

## A Method of Multiscale Modeling Based on the Irregular Tree for a Stochastic Process

Wen Cheng-lin<sup>①②</sup> Shi Jun-jie<sup>②③</sup> Zhang Yan-feng<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(Institute of Information and Control, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

<sup>②</sup>(Department of Computer and Information Engineering, Henan University, Kaifeng 475001, China)

<sup>③</sup>(Department of Information and Technology, Nantong Shipping College, Nantong 226010, China)

**Abstract:** Based on the modeling methods with the regular tree-structured model, and the Markov characteristics in most phenomena or processes, the multiscale representation with one kind of stochastic processes are presented, and the corresponding multiscale models are also proposed by the introducing irregular tree structure, and some good functions from these new models are illustrated by numerical examples together with computer simulations.

**Key words:** Irregular tree; Multiscale representation; Multiscale model; Markov process; Data fusion

### 1 引言

在自然界和工程实践中,许多现象或过程都具有多尺度特征或多尺度效应,同时,人们对现象或过程的观察及测量往往也是在不同尺度或分辨级上进行的,因此,用多尺度系统理论来描述和分析这些现象或过程是十分自然的,它能很好地表征这些现象或过程的本质特性<sup>[1-4]</sup>。

多尺度系统理论是在利用小波变换对随机信号进行多尺度表示的基础上建立的<sup>[5]</sup>,而其中的关键问题就是如何描述现象或过程随尺度变化的动态模型。由于许多现象或过程都具有Markov性,若利用这一个特性并结合小波理论中的多尺度分析思想,就可以建立描述现象或过程随尺度变化的多尺度动态模型;若再结合时间动态系统中已有的估计理论和方法,就可以推导出能融合多速率多传感器采样数据的多尺度估计算法。

近几年来,多传感器多尺度信息融合技术已受到普遍重视<sup>[2,4,6,7]</sup>,但是,大都是假定各个传感器的采样率之间呈确

定的整数倍关系,并以一类规则的树状数据结构为基础,建立对应的多尺度动态模型,进而开展相应的数据融合算法研究。而实际工程中,所使用的各个传感器的采样率之间通常呈现出比例关系,这种情况下,利用已有的方法将不再能建立起现象或过程的多尺度模型。因此,为解决这类情况的多传感器多尺度信息融合问题,拓展已有的建模思想,进而能建立更为一般的多尺度动态模型,就显得尤为重要。

为此,本文在先引入一类不规则树的概念的基础上,通过给出随机过程或随机信号在不规则树状数据结构上的多尺度表示,进一步建立过程或信号随尺度变化的动态模型,为有效地解决多速率采样系统的多传感器多尺度信息融合问题奠定基础。

### 2 多尺度随机模型

#### 2.1 多尺度模型的建立

在图1所示的 $q$ 阶树上,用 $s = (m(s), k(s))$ 表示树上的一个节点,而其中的 $m(s)$ 表示对应节点 $s$ 所在的尺度, $k(s)$ 表示在尺度 $m(s)$ 上节点 $s$ 所处的位置;每个节点处的随机变量用向量 $\mathbf{X}(s)$ 表示(也称为此点处状态向量),不失一般性,也用它表示对应随机变量在节点 $s$ 处的实现。这样,树上的

2006-04-05 收到, 2007-11-19 改回

国家自然科学基金(60434020、60572051), 浙江省自然科学基金(R106745)和教育厅科技计划项目(20050530)资助课题

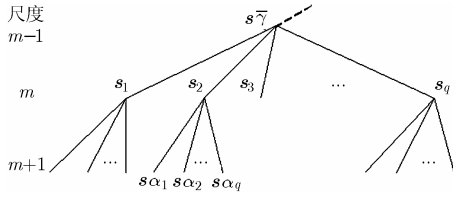


图1 一般规则  $q$  阶树

每一层都对应一个尺度，而每层上各节点处的状态向量构成的集合就是对相应随机过程在此尺度上的表示，也称为多尺度表示。

定义  $\bar{\gamma}$  为树上节点  $s$  处的一个向上平移算子， $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q$  为  $q$  个相应的向下平移算子；对应的  $s\bar{\gamma}$  表示节点  $s$  的父节点，而  $s\alpha_1, s\alpha_2, \dots, s\alpha_q$  就表示对应于节点  $s$  的  $q$  个子节点；用  $\mathbf{X}_0$  表示树上根节点处的状态向量。那么，定义在  $q$  阶树上节点  $s$  处的状态向量  $\mathbf{X}(s)$  与它的父节点  $s\bar{\gamma}$  处的状态向量  $\mathbf{X}(s\bar{\gamma})$  之间以尺度为变量的多尺度动态模型就通常表示为<sup>[2]</sup>

$$\mathbf{X}(s) = \Phi(s)\mathbf{X}(s\bar{\gamma}) + \Gamma(s)\mathbf{w}(s) \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(s) &= [\mathbf{X}^T(s_1), \mathbf{X}^T(s_2), \dots, \mathbf{X}^T(s_q)]^T \\ \Phi(s) &= [\Phi_1^T(s_1), \Phi_2^T(s_2), \dots, \Phi_q^T(s_q)]^T \end{aligned}$$

在式(1)中， $\Phi(s)$  是用来描述父节点  $s\bar{\gamma}$  处的状态向量与他的所有子节点处的状态向量之间动态关系的状态转移阵，而其中的每个  $\Phi_i(s_i)$  就是父节点与对应节点  $s_i (i = 1, 2, \dots, q)$  之间的状态转移阵， $\Gamma(s)$  是扰动矩阵， $\mathbf{w}(s)$  是多尺度建模噪声，具有统计特性

$$E\{\mathbf{w}(s)\} = 0, E\{\mathbf{w}(s)\mathbf{w}^T(s')\} = \delta_{ss'}\mathbf{Q}(s) \quad (2)$$

其中  $\mathbf{Q}(s)$  是一个半正定矩阵。

初始状态  $\mathbf{X}_0$  是一随机变量，具有统计特性

$$\mathbf{X}_0 \sim N[0, \mathbf{P}_0], E\{\mathbf{X}_0\mathbf{w}^T(s)\} = 0 \quad (3)$$

当建模误差  $\mathbf{w}(s)$  是高斯白噪声时，就称多尺度动态模型式(1)是线性高斯模型<sup>[1]</sup>。

### 2.2 多尺度模型的分

考虑一类由  $M$  个传感器组成的观测系统

$$\mathbf{z}_m(kT_m) = \mathbf{H}_m(kT_m)\mathbf{x}(kT_m) + \mathbf{v}(kT_m), m = 0, 1, \dots, M \quad (4)$$

其中下标  $m$  是传感器的标识， $T_m$  是传感器  $m$  的采样周期， $kT_m$  是传感器  $m$  的第  $k$  个采样时刻， $\mathbf{x}(kT_m) \in R^{p \times 1}$  是目标在采样时刻  $kT_m$  时的状态向量， $\mathbf{z}_m(kT_m) \in R^{p_m \times 1} (p_m \leq n)$  是对应的观测向量， $\mathbf{H}_m(kT_m) \in R^{p_m \times n}$  是观测矩阵， $\mathbf{v}(kT_m) \in R^{p_m \times 1}$  是观测噪声，且满足

$$E\{\mathbf{v}(k)\mathbf{v}^T(j)\} = \mathbf{R}(k)\delta_{kj}, k, j = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

由式(4)给出的多传感器观测系统，可看作是利用不同尺度对同一目标进行多尺度度量的观测系统。根据这些传感器的采样周期之间的关系，可将对这个多尺度观测系统要进行的多尺度建模进行如下分类

$$\text{多尺度建模} \begin{cases} \text{进行规则建模, } T_{m+1}/T_m = \text{const} \\ \text{进行不规则建模, } T_{m+1}/T_m \neq \text{const} \end{cases}$$

在不发生混淆的情况下，简称为规则建模与不规则建模。

### 3 基于不规则树的多尺度表示方法与建模

本节主要讲述基于不规则树的多尺度表示方法和模型的建立过程，并基于随机过程对多尺度观测系统或多传感器采样系统，构造相应的树状结构，并在此树上建立能描述随机过程以尺度为变量的多尺度建模。其基本思想是：首先，在多尺度观测系统或多传感器采样系统的一个共同的采样周期  $T$  内，将所有传感器在周期  $T$  内的采样数按其大小顺序排列成一个数列  $\{N_m\}_{m=0}^M$ ，而数列中元素  $N_m$  就是传感器  $m$  在周期  $T$  内的采样个数；其次，若将其放在多尺度框架进行考虑，那么  $m$  就是尺度；再次，根据采样系统中各传感器的采样结构，就可以建立相应树状结构；然后，利用随机过程独立特性，在此树状结构上给出过程或信号的多尺度描述；最后，再根据过程或信号在树上的多尺度表示，确定描述相邻层上目标状态之间关系的状态转移矩阵，建立以尺度为变量的动态模型。

对于式(4)所描述的多速率采样系统，考虑  $T_{m+1}/T_m \neq \text{const}$  的情况。令  $T = \text{最小公倍数}(T_1, \dots, T_m, \dots, T_N)$ ， $N_m = T/T_m$  表示在一个共同周期  $T$  内传感器  $m$  的采样数。在此周期内，传感器  $m$  的各个采样时刻为  $t_{m,i} (i = 0, 1, \dots, N_m)$ ，而在相应采样时刻  $t_{m,i}$ ，描述目标变化的状态向量和相应观测值分别为  $\mathbf{x}_m(t_{m,i})$  和  $z_m(t_{m,i})$ 。

#### 3.1 一类不规则树的描述

3.1.1 一个采样系统的描述 图2给出了一个由  $(M+1)$  个传感器组成的多尺度观测系统或多速率采样系统在一个公共采样周期  $T$  内的采样结果示意图。假定它们分别是在  $(M+1)$  个尺度上以不同的采样率  $1/T_m$  进行采样，在同一个公共采样周期  $T$  内，各个传感器得到的采样数据的个数分别为  $N_0, N_1, \dots, N_5, \dots, N_M$ ，并假定每个尺度上的采样数目满足

$$q^{m+1} \leq N_m \leq q^{m+2}, m = 0, 1, \dots, M, q = 2, 3, \dots$$

此时，各尺度上不同的采样点对应的是目标过程在此时刻的状态向量  $\mathbf{x}_m(t_{m,i})$ ，相应传感器将在此点处获得对其状态向

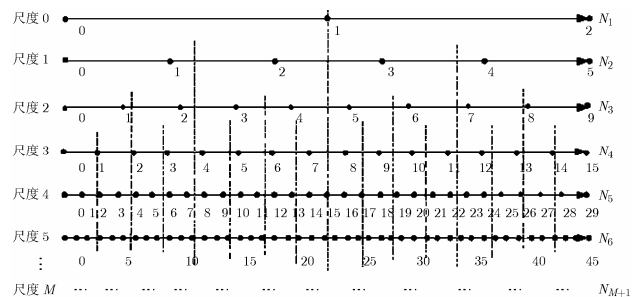


图2 不同尺度上的各传感器采样数目

量的观测值  $z_m(t_{m,i})$

**3.1.2 一个二阶不规则树的描述** 在上述采样系统中, 若要基于来自不同传感器上的观测信息, 在最细尺度上获得对目标状态在各个时刻状态的融合估计值, 就要先能建立起描述目标状态随尺度变化的动态模型。下面将以图 2 为例, 给出构造二阶不规则树的过程, 其基本思想是中点分离<sup>[5]</sup>。首先从尺度 0 开始, 将过程在区间  $[0, T]$  中所有采样点上的状态向量按照序组合成向量  $\mathbf{X}_0 \equiv X(0)$ ; 然后将时间区间  $[0, T]$  进行二等分, 并将过程子区间  $[0, T/2]$  中所有采样点上的状态向量按照序组合成向量  $\mathbf{X}(1,1)$ ; 将过程子区间  $(T/2, T]$  中所有采样点上的状态向量按照序组合成向量  $\mathbf{X}(1,2)$ ; 最后, 依次在各子区间重复上述的处理过程, 这样就可以得到如图 3 所示的不规则二阶树和过程在此树上的多尺度表示。

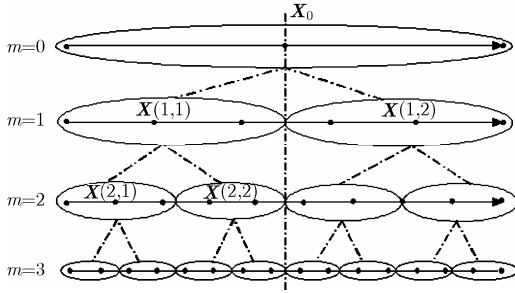


图 3 不规则二阶树多尺度模型前四尺度上的表示

注释 1 从图 3 可以看出, 虽然树上相邻的层与层之间的节点数目之比都是两倍关系, 但同一层中每个节点上所所包含的信息量或数据量的数目却不完全相同, 因此, 它是一个不规则的二阶树。

注释 2 树上的节点不同于各尺度上的采样点, 图 3 中每一个椭圆就代表树上的一个节点, 每个节点处的状态向量(集合)是由过程在多个采样点处状态向量组成。因此说, 每个节点处的状态向量也不再表示目标过程在各时刻的状态, 而是几个采样点的状态向量的集合; 而同一个尺度上各个节点处的状态向量按序组合在一起, 就是过程在此尺度上的一个表示。

**3.2 基于不规则树的多尺度表示**

**3.2.1 多尺度表示方法的基本思想** 基于不规则树的多尺度表示方法主要由两步组成: (1)确定树中最粗尺度上或根节点处的状态, 将它作为要表示的随机过程在该尺度上的表示, 同时也是我们要建立的多尺度动态模型的初始值; (2)计算从父节点到各子节点的转移概率, 即确定父子节点间的状态转移阵, 进而利用父节点处的状态向量通过状态转移阵来生成相应子节点处的状态向量。

在不规则树中, 由于各节点所包含的采样点数目不再相同, 相应的状态向量的维数也不再相同, 那么, 此时如何来计算尺度间的状态转移阵呢? 下面就来具体描述父子节点间转移概率的确定方法。按中点分离规则, 在尺度  $(m+1)$

上, 假定对应时刻  $t_{m+1,j}$  处过程的状态向量  $\mathbf{x}(t_{m+1,j})$  是由过程在时刻  $t_{m,i}$  和  $t_{m,i+1}$  处的状态向量  $\mathbf{x}_m(t_{m,i})$  和  $\mathbf{x}_m(t_{m,i+1})$  确定的, 那么随机向量  $\mathbf{x}_{m+1}(t_{m+1,j})$  的联合条件分布为

$$p_{\mathbf{x}_{m+1}(t_{m+1,j})|\mathbf{x}_m(t_{m,i}),\mathbf{x}_m(t_{m,i+1})}(\mathbf{x}_{m+1}(t_{m+1,j}) | \mathbf{x}_m(t_{m,i}), \mathbf{x}_m(t_{m,i+1})) \quad (6)$$

下面按照时刻点间隔大小来进行概率加权并选取联合分布。

(1)判定最短距离 对于尺度  $(m+1)$  上的时刻  $t_{m+1,j}$ , 在尺度  $m$  上选取两个时刻  $t_{m,i}$  和  $t_{m,i+1}$ , 使得它们是距时刻  $t_{m+1,j}$  最近的两个点, 如图 4 所示。若用

$$d(t_{m,i}, t_{m+1,j}) = |t_{m+1,j} - t_{m,i}| = \frac{jN_m - iN_{m+1}}{N_m N_{m+1}} T$$

表示相邻两尺度上两个时刻  $t_{m,i}$  和  $t_{m+1,j}$  间的距离, 则满足  $[d(t_{m,i}, t_{m+1,j}) + d(t_{m+1,j}, t_{m,i+1})]/2 \leq \min_{0 \leq l \leq N_m, l \neq i, i+1} d(t_{m,l}, t_{m+1,j})$

$$(7)$$

的时刻  $t_{m,i}$  和  $t_{m,i+1}$  就是与时刻  $t_{m+1,j}$  距离最短的两个点。

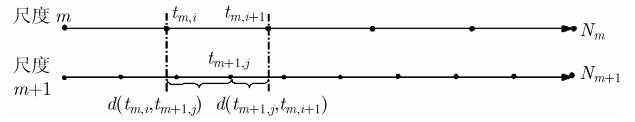


图 4 尺度  $(m+1)$  上的  $t_{m+1,j}$  时刻与尺度  $m$  上  $t_{m,i}$  和  $t_{m,i+1}$  时刻间的距离

(2)确定联合概率分布 依据概率准则进行加权, 可得到

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{m+1}(t_{m+1,j}) = & \alpha_{m+1}(t_{m+1,j}, t_{m,i})\mathbf{x}_m(t_{m,i}) \\ & + \beta_{m+1}(t_{m+1,j}, t_{m,i+1})\mathbf{x}_m(t_{m,i+1}) + \mathbf{w}_{m+1}(t_{m+1,j}) \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \alpha_{m+1}(t_{m+1,j}, t_{m,i}) &= \frac{d(t_{m+1,i}, t_{m,i+1})}{d(t_{m,i}, t_{m+1,j}) + d(t_{m+1,i}, t_{m,i+1})} = \frac{d(t_{m+1,i}, t_{m,i+1})}{T/N_m} \\ \beta_{m+1}(t_{m+1,j}, t_{m,i+1}) &= \frac{d(t_{m,i}, t_{m+1,j})}{d(t_{m,i}, t_{m+1,j}) + d(t_{m+1,i}, t_{m,i+1})} = \frac{d(t_{m,i}, t_{m+1,j})}{T/N_m} \end{aligned}$$

而式(8)中的  $\mathbf{w}_{m+1}(t_{m+1,j})$  是高斯白噪声序列

$$\mathbf{w}_{m+1}(t_{m+1,j}) \sim N[0, Q(t_{m+1,j})]$$

**3.2.2 基于不规则  $q$  阶树的多尺度表示方法** 针对 3.1 节中所描述的采样系统, 下面仍采用区间上中点分离的思想<sup>[5]</sup>, 给出过程基于不规则  $q$  阶树的多尺度表示。但此时父子节点间的条件转移概率密度函数需要利用上节所描述的加权系数的确定方法来得到。

(1)尺度 0 上的(多尺度)表示 在不规则  $q$  阶树的根节点上, 即在最粗尺度上, 初始状态  $\mathbf{X}_0$  是一个由  $N_0$  个采样点处过程状态向量组成的向量

$$\mathbf{X}_0 = [\mathbf{x}_0^T(t_{0,0}), \mathbf{x}_0^T(t_{0,1}), \dots, \mathbf{x}_0^T(t_{0,N_0})]^T \quad (9)$$

在该尺度上, 过程  $\mathbf{x}_0(t)$  在各时刻点处的概率分布是根据公

共周期 $[0, T]$ 上边界点处数据 $\mathbf{x}_0(t_{0,0})$ 和 $\mathbf{x}_0(t_{0,N_0})$ 的条件分布函数确定的,即

$$P_{0,i|t_{0,0},t_{0,2}}(\mathbf{x}_0(t_{0,i}) | \mathbf{x}_0(t_{0,0}), \mathbf{x}_0(t_{0,N_0})), i = 1, \dots, N_0 - 1 \quad (10)$$

(2) 尺度1上的多尺度表示 将该尺度上的采样时刻“等分”为 $q$ 份,公共周期 $T$ 被分为 $q$ 个子区间,分别为 $[0, T/q], \dots, [(q-1)T/q, T]$ ,相应地生成 $q$ 个状态向量 $\mathbf{X}(1,1), \mathbf{X}(1,2), \dots, \mathbf{X}(1,q)$ ,则1尺度上的多尺度表示为

$$\mathbf{X}_1 = [\mathbf{X}^T(1,1), \mathbf{X}^T(1,2), \dots, \mathbf{X}^T(1,q)]^T \quad (11)$$

其中各分量分别是不规则 $q$ 阶树中尺度1上 $q$ 个节点 $(1,1), (1,2), \dots, (1,q)$ 处的状态,即对应于0尺度上节点 $(0,1)$ 的 $q$ 个子节点。

(3) 尺度 $m$ 上的多尺度表示 同样,将 $(m-1)$ 尺度上等分共同周期 $T$ 的 $q^{m-1}$ 个子区间 $\left[\frac{(i-1)T}{q^{m-1}}, \frac{iT}{q^{m-1}}\right] (i=1,2, \dots, q^{m-1})$ 后,分别再将其等分为 $q$ 个子区间 $\left[\frac{(j-1)T}{q^m}, \frac{jT}{q^m}\right] \subset \left[\frac{(i-1)T}{q^{m-1}}, \frac{iT}{q^{m-1}}\right] (i,j=1,2, \dots, q^{m-1})$ 。亦即,将共同周期 $T$ 等分为 $q^m$ 个子区间 $\left[\frac{(i-1)T}{q^m}, \frac{iT}{q^m}\right] (i=1,2, \dots, q^m)$ 。相应地,在每个子区间 $\left[\frac{(i-1)T}{q^{m-1}}, \frac{iT}{q^{m-1}}\right], (i=1,2, \dots, q^{m-1})$ 中的全体采样点处过程的状态向量也就组成了 $q$ 阶不规则树的一个状态向量 $\mathbf{X}(m,i) (i=1,2, \dots, q^m)$ 。

因此,相应的过程或信号尺度 $m$ 的多尺度表示为

$$\mathbf{X}_m = [\mathbf{X}^T(m,1), \mathbf{X}^T(m,2), \dots, \mathbf{X}^T(m,q^m)]^T \quad (12)$$

注释3 在 $q$ 阶不规则树中,尺度 $m$ 上的节点 $(m, (j-1)q+r) (r=1,2, \dots, q; j=1,2, \dots, q^{m-1})$ 是尺度 $(m-1)$ 上节点 $(m-1, j) (j=1,2, \dots, q^{m-1})$ 的 $q$ 个子节点。

通过以上的多尺度表示方法可以看出,与规则树相比,尺度间过程的随机向量个数仍具有相同的倍数关系,但各尺度上所产生的过程的状态的维数不一定再相同,也就是说,各尺度上各节点处状态向量中分量个数却不一定总相同。下面将根据具体的采样系统来说明不规则多尺度模型的建立过程。

### 3.3 基于不规则树的多尺度模型

本节将主要描述不规则模型的参数确定方法。建立多尺度模型的关键就是确定式(1)中的状态转移阵 $\Phi(s)$ 、扰动阵 $\Gamma(s)$ 、初始状态 $\mathbf{X}_0$ 和相应的协方差矩阵 $\mathbf{P}_0$ 。若令尺度 $m$ 上第 $k$ 个状态 $\mathbf{X}(m,k)$ 包含的过程采样点数为 $k_m$ ,  $m_1^{k-1}$ 为前 $(k-1)$ 个状态变量所包含的采样点数之和,则

$$\mathbf{X}(m,k) = [\mathbf{x}_m(t_{m,m_1^{k-1}+1}), \mathbf{x}_m(t_{m,m_1^{k-1}+2}), \dots, \mathbf{x}_m(t_{m,m_1^{k-1}+k_m})]^T \quad (13)$$

根据3.2节中给出的多尺度表示方法,在尺度 $(m+1)$ 上对应于节点 $(m,k)$ 的子节点应为 $(m+1, 2k-1)$ 和 $(m+1, 2k)$ ,即对应状态 $\mathbf{X}(m,k)$ 有两个子状态 $\mathbf{X}(m+1, 2k-1)$ 和

$\mathbf{X}(m+1, 2k)$ ,若记 $s=(m,k)$ ,则有 $s\alpha_1=(m+1, 2k-1)$ 和 $s\alpha_2=(m+1, 2k)$ ,因此,式(1)中的多尺度动态关系可改写为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}(m+1, 2k-1) \\ \mathbf{X}(m+1, 2k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi(m+1, 2k-1) \\ \Phi(m+1, 2k) \end{bmatrix} \mathbf{X}(m,k) + \begin{bmatrix} \Gamma(m+1, 2k-1) \\ \Gamma(m+1, 2k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}(m+1, 2k-1) \\ \mathbf{w}(m+1, 2k) \end{bmatrix} \quad (14)$$

即

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}(s\alpha_1) \\ \mathbf{X}(s\alpha_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi(s\alpha_1) \\ \Phi(s\alpha_2) \end{bmatrix} \mathbf{X}(m,k) + \begin{bmatrix} \Gamma(s\alpha_1) \\ \Gamma(s\alpha_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}(s\alpha_1) \\ \mathbf{w}(s\alpha_2) \end{bmatrix} \quad (15)$$

为了方便起见,可将以上方程改写成

$$\mathbf{X}_{m+1} = \Phi_{m+1,m} \mathbf{X}_m + \mathbf{X}_{m+1,m} \mathbf{w}_m \quad (16)$$

其中

$$\mathbf{X}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{X}(m,1) \\ \mathbf{X}(m,2) \\ \vdots \\ \mathbf{X}(m,2^m) \end{bmatrix}, \quad \Phi_{m+1,m} = \begin{bmatrix} \Phi(m+1,1) \\ \Phi(m+1,2) \\ \vdots \\ \Phi(m+1,2^{m+1}) \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{m+1,m} = \begin{bmatrix} \Gamma(m+1,1) \\ \Gamma(m+1,2) \\ \vdots \\ \Gamma(m+1,2^{m+1}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{w}(m,1) \\ \mathbf{w}(m,2) \\ \vdots \\ \mathbf{w}(m,2^m) \end{bmatrix}$$

3.3.1 确定状态转移阵 $\Phi_m$  按照3.2.1节中的联合概率分布确定方法,可计算出尺度间的状态转移阵。

(1) 尺度0到尺度1的状态转移阵为

$$\Phi_{1,0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \alpha_1(t_{1,1}, t_{0,0}) & \beta_1(t_{1,1}, t_{0,1}) & 0 \\ 0 & \alpha_1(t_{1,2}, t_{0,0}) & \beta_1(t_{1,2}, t_{0,1}) \\ 0 & \alpha_1(t_{1,3}, t_{0,1}) & \beta_1(t_{1,3}, t_{0,2}) \\ 0 & \alpha_1(t_{1,4}, t_{0,1}) & \beta_1(t_{1,4}, t_{0,2}) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

(2) 确定从尺度 $m$ 到尺度 $(m+1)$ 的状态转移阵 若设 $m$ 尺度上有 $N_m$ 个采样点, $(m+1)$ 尺度有 $N_{m+1}$ 个采样点,那么尺度 $m$ 上的多尺度表示为

$$\mathbf{X}_m = [\mathbf{X}^T(m,1), \mathbf{X}^T(m,2), \mathbf{X}^T(m,3), \dots, \mathbf{X}^T(m,2^m)]^T \quad (18)$$

尺度 $(m+1)$ 上的多尺度表示为

$$\mathbf{X}_{m+1} = [\mathbf{X}^T(m+1,1), \mathbf{X}^T(m+1,2), \mathbf{X}^T(m+1,3), \dots, \mathbf{X}^T(m+1,2^{m+1})]^T \quad (19)$$

则由多尺度表示 $\mathbf{X}_m$ 到 $\mathbf{X}_{m+1}$ 的状态转移阵 $\Phi_{m+1,m}$ 为

$$\Phi_{m+1,m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2(N_m+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{u1} & b_{u2} & \cdots & b_{u(N_m+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{(N_{m+1}+1) \times (N_m+1)} \quad (20)$$

这里, 第  $u(u = 1, 2, \dots, N_{m+1} + 1)$  行所对应的分量与该尺度中第  $u$  个时刻点的转移概率是对应的, 该分量中, 除了上一尺度与该尺度上第  $u$  个时刻点最近邻的两个时刻点处的元素为间隔大小所确定的权值外, 其它元素均为 0。也就是说, 对于  $(m+1)$  尺度的第  $u$  个时刻点来说, 若  $m$  尺度上任意 3 点  $i$ 、 $j$  和  $l$  满足

$$(d_{u,i} + d_{u,j})/2 \leq \min d_{u,l}, \quad 0 \leq i, j, l \leq N_m \quad (21)$$

则在  $\Phi_{m+1,m}$  中, 有  $b_{ui} = \alpha_{ui}$  且  $b_{uj} = \beta_{uj}$ 。

**3.3.2 确定扰动阵  $\Gamma_m$**  第  $m$  尺度上的扰动阵为

$$\Gamma_m = [0, e_m(1), e_m(2), \dots, e_m(N_m)]^T \quad (22)$$

其中  $e_m(t_{m,i}) \sim [0, T/N_{m+1}]$ ,  $E[e_m(t_{m,i})e_m^T(t_{m,j})] = 0$ 。

**3.3.3 确定初始状态  $X_0$  和相应的协方差矩阵  $P_0$**

$$X_0 = [x_0(t_{0,0}), x_0(t_{0,1}), x_0(t_{0,2})]^T \sim N[0, P_0]$$

$$P_0 = E \left\{ \begin{bmatrix} x_0(t_{0,0}) \\ x_0(t_{0,1}) \\ x_0(t_{0,2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0(t_{0,0}) \\ x_0(t_{0,1}) \\ x_0(t_{0,2}) \end{bmatrix}^T \right\}$$

## 4 计算机仿真

下面给出由 11 个传感器组成的采样系统, 根据上文中所述思想, 来确定基于不规则二阶树的各尺度上的多尺度表示。各尺度上的采样率分别为  $N_1 = 2$ ,  $N_2 = 5$ ,  $N_3 = 9$ ,  $N_4 = 25$ ,  $N_5 = 45$ ,  $N_6 = 90$ ,  $N_7 = 200$ ,  $N_8 = 350$ ,  $N_9 = 600$ ,  $N_{10} = 1500$ ,  $N_{11} = 2500$ 。

按照文中所介绍的联合概率分布确定方法, 可计算出相邻两尺度间不同时刻的距离大小, 得到相应的权系数大小, 从而就可计算出尺度间的状态转移阵  $\Phi_m$ , 进而得到各尺度上的多尺度表示。此过程基于二阶树的仿真结果如图 5 和图 6 所示。

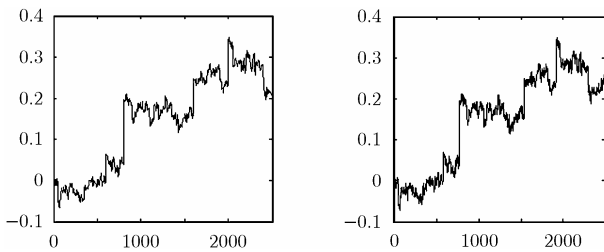


图 5 基于二阶树尺度 9 上的表示 图 6 基于二阶树尺度 11 上的表示

## 5 结束语

本文在随机过程基于规则树的多尺度建模方法的基础上, 针对一类不同采样率的多传感器组成的动态系统来进行不规则树的多尺度表示和建模, 构造出了一类不规则树, 建立了相应的多尺度动态模型, 并给出了多尺度表示方法以及多尺度模型中的参数确定方法。

本文只是对随机过程在其统计特性符合 Markov 性的时候, 建立了基于一般树的多尺度动态模型, 但是对更一般的

随机过程建立起多尺度模型还有待于进一步研究, 主要可从以下几方面进行: (1) 本文所描述的基于不规则树的多尺度表示和建模方法并不唯一, 可以用其他方法来代替基于最近邻两时刻的加权方法来确定多尺度表示及相应的多尺度模型; (2) 本文的方法是尺度上的动态模型, 而在时间上是“静态”的模型, 如何也能使其在时间上也是动态的? (3) 可结合小波变换中小波包的思想或者非正交的思想来建立相应的多尺度近似表示模型; (4) 本文的多尺度动态模型是采用线性插值的, 可以进一步推广到非线性的插值方法。

另外, 所建立的多尺度动态模型与其他学科进行结合仍有广泛的应用前景, 如图像模型、隐马尔可夫模型、逆问题、数据融合、状态空间系统理论、随机实现理论等, 从而可解决更多领域中的实际问题。

## 参考文献

- [1] Willsky A S. Multiresolution Markov models for signal and image processing. *Proc. IEEE*, 2002, 90(7): 1396-1458.
- [2] Luetgen M R. Image Processing with Multiscale Stochastic Models. PhD MIT, 1993.
- [3] Benveniste A, Nikoukhah R, and Willsky A S. Multiscale system theory. *IEEE Trans. on Fundamental Theory and Applications*, 1994, 41(1): 2-15.
- [4] 文成林, 张延峰. 一类随机动态过程基于  $q$  阶树的多尺度建模. *电子与信息学报*, 2005, 25(5): 908-913.  
Wen Cheng-lin and Zhang Yan-feng. A  $q$ th-order tree-based method for multiscale modeling of stochastic dynamic processes. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2005, 25(5): 908-913.
- [5] 史军杰. 随机过程的多尺度建模方法及应用研究. [硕士论文], 河南大学, 2006.6.
- [6] Zhang L, Wu X, Pan Q, and Zhang H C. Multiresolution modeling and estimation of multisensor data. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, 52(11): 3170-3182.
- [7] 文成林, 周东华, 潘泉, 张洪才. 多尺度动态模型单传感器动态系统分布式信息融合. *自动化学报*, 2001, 27(2): 158-165.  
Wen Cheng-lin, Zhou Dong-hua, Pan Quan, and Zhang Hong-cai. Distributed information fusion algorithm for single sensor dynamic system on the basis of multiscale dynamic models. *Acta Automatic Sinica*, 2001, 27(2): 158-165.

文成林: 男, 1963 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为多尺度估计理论与应用、系统多尺度建模与多源信息融合等。

史军杰: 女, 1980 年生, 硕士, 研究方向为多尺度建模理论及在多源信息融合的应用技术。

张延峰: 女, 1978 年生, 硕士, 研究方向为多尺度系统建模与数据融合。