

# 导电平板上任意孔缝的 TM 波散射及传输特性分析<sup>1</sup>

聂小春 葛德彪 袁宁

(西安电子科技大学物理系 西安 710071)

**摘 要** 该文利用边界积分法分析导电平板上任意孔缝的 TM 波散射及传输特性, 并引入了一种基于微波网络原理的连接算法以缓解计算机内存对所计算孔缝尺寸的限制。首先将孔缝内腔分为几段, 用积分方程法分别计算每段的广义导纳矩阵, 然后利用连接算法将各段连接起来得到整个孔缝的口径导纳矩阵, 最后由广义网络原理求解孔缝的等效磁流, 后向散射场以及传输系数。

**关键词** 边界积分法, 连接算法, 孔缝, 电磁散射

**中图分类号** TN011

## 1 引言

在任何实用飞行目标的表面均存在着许多缝隙结构, 如焊缝、窗缝以及用于控制和导航的缝隙天线等。随着当今雷达散射截面缩减技术的发展, 它们已日益成为影响目标散射特性的重要因素, 因此研究不同形状和介质填充缝隙的影响, 并寻求计算其散射的有效方法无疑对目标雷达截面的理论预估具有重要意义。其次, 对于许多电子系统而言, 孔缝耦合是电磁波进入系统的主要途径之一, 即所谓的“后门”耦合, 所以在军事领域, 孔缝耦合问题的研究也是武器系统抗干扰加固技术的关键环节。

有关这一方面的研究, 早期的方法主要是基于模型简化的近似解<sup>[1]</sup>, 随后出现了模式匹配法<sup>[2]</sup>和矩量法<sup>[3]</sup>等, 然而所有这些方法均仅限于分析矩形截面孔缝或均匀填充的任意孔缝。近年来, 傅里叶变换法<sup>[4]</sup>以及有限元-积分方程法<sup>[5,6]</sup>也已见诸报道, 其中前者以级数的形式给出了矩形孔缝在高频情况下的近似解; 后者将孔缝内部的场以有限元的变分方程描述, 将外部场以辐射积分方程表示, 然后通过口径场连续条件建立内、外场解的耦合方程组, 因此它可用于分析具有任意形状和填充介质的孔缝。

本文利用边界积分方程法以及广义网络原理处理上述问题, 其中后者是 Harrington 和 Mautz 等人于 1976 年提出的一种可用于分析任意口径耦合问题的通用频域方法, 目前已广泛地应用于腔体和孔缝结构的散射分析<sup>[2,7,8]</sup>。边界积分方程法又称边界元法, 常见于波导不连续问题的分析中<sup>[9]</sup>。另外, 为了使本文方法具有广泛的适用性, 减小内存需求, 提高分析效率, 文中还给出了一种基于微波网络原理的连接算法。

本文方法的突出点是在孔缝内部使用了边界积分方程。边界积分方程的离散处理仅涉及边界, 整个解域内部不再出现待求参数。由于问题维数的降低, 本文方法可用较少数目的未知数分析同样问题, 从而使方程组规模缩小。

## 2 基本原理

### 2.1 广义网络原理

本文的分析模型如图 1(a) 所示。一厚度为  $d$  的理想导电平板将整个空间分隔为上、下两个半空间区域, 即区域  $a$ , 区域  $b$ , 两区域中均为自由空间。导电平板上开有一任意截面的孔缝, TM 平面波 ( $H_z^i = 0$ ) 从区域  $a$  中照射口径  $\Gamma_1$ , 然后通过孔缝耦合到区域  $c$  中。

<sup>1</sup> 1998-11-23 收到, 2000-01-13 定稿  
国家部级预研基金资助课题

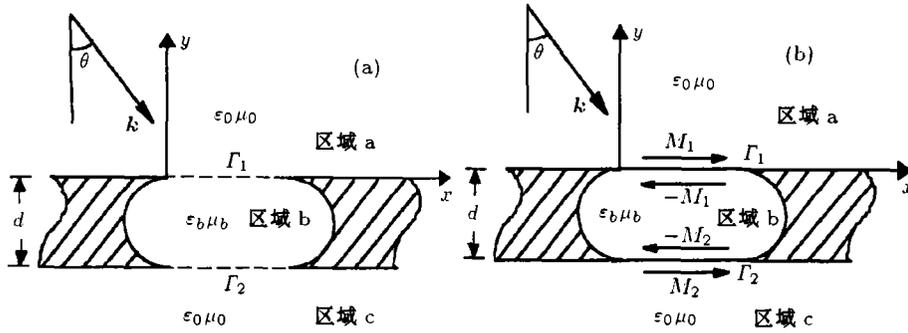


图 1 原问题的分解

孔缝区域  $b$  中可填充非均匀材料。首先根据等效原理引入理想导体平面将孔缝的口径  $\Gamma_1$  和  $\Gamma_2$  封闭, 并在两口径面的外侧分别设置等效磁流  $M_1$  和  $M_2$ , 其中

$$M_1 = E_1 \times \hat{y} \quad (1a)$$

$$M_2 = E_2 \times (-\hat{y}) \quad (1b)$$

式中  $E_1$  和  $E_2$  分别为孔缝口径  $\Gamma_1$  和  $\Gamma_2$  处的总电场。因此区域  $a$  中的孔缝散射场即等效为磁流  $M_1$  的辐射场, 而区域  $c$  中的透射场也可视为磁流  $M_2$  在该区域中的辐射场。

由于在孔缝两口径面上的切向电场连续, 因此在孔缝口径  $\Gamma_1$  和  $\Gamma_2$  的内表面处还需分别引入反向的磁流  $-M_1$  和  $-M_2$ 。区域  $b$  中的场可看做两磁流共同激励的结果, 如图 1(b) 所示。

根据孔缝口径  $\Gamma_1$  和  $\Gamma_2$  上的磁场连续条件, 可得下列耦合方程:

$$H_{t1}^a(M_1) + H_{t1}^b(M_1) + H_{t1}^b(M_2) = -H_t^i, \quad \Gamma_1 \quad (2a)$$

$$H_{t2}^b(M_1) + H_{t2}^b(M_2) + H_{t2}^c(M_2) = 0, \quad \Gamma_2 \quad (2b)$$

式中  $H_t^i$  为入射波切向分量,  $H_{t1}^a(M_1)$  表示位于区域  $a$ (上标) 中的磁流  $M_1$  在口径  $\Gamma_1$ (下标) 上的辐射场切向分量, 其余可依次类推。

将磁流  $M_1$  和  $M_2$  以脉冲矢量基函数展开, 利用点匹配方法将 (2) 式化为矩阵方程的形式, 并在这一过程中引入导纳矩阵的概念<sup>[2,7,8]</sup>

$$([Y^{ha}] + [Y^{a1}])[V_1] + [Y^{a2}][V_2] = [I], \quad \Gamma_1 \quad (3a)$$

$$[Y^{b1}][V_1] + ([Y^{b2}] + [Y^{bc}])[V_2] = [0], \quad \Gamma_2 \quad (3b)$$

式中  $[Y^{ha}]$  和  $[Y^{hc}]$  分别为半空间区域  $a$  和  $c$  的广义导纳矩阵,  $[I]$  为与入射波有关的广义电流矢量,  $[V_1]$  和  $[V_2]$  为由磁流展开系数组成的待求广义电压矢量。另外, 孔缝区域  $b$  的广义口径导纳矩阵  $[Y^b]$  可由四个子矩阵表示, 即

$$[Y^b] = \begin{bmatrix} [Y^{a1}] & [Y^{a2}] \\ [Y^{b1}] & [Y^{b2}] \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中  $[Y^{11}]$  和  $[Y^{22}]$  分别为口径  $\Gamma_1$  和  $\Gamma_2$  的自作用导纳矩阵,  $[Y^{12}]$  和  $[Y^{21}]$  为两者间的传输导纳矩阵.

$[Y^{1a}]$  和  $[Y^{1c}]$  可由镜像原理直接求得, 因此本文只需再求得导纳矩阵  $[Y^b]$ , 将它们一起代入 (3) 式便可确定等效磁流  $M_1$  和  $M_2$ . 在本文中  $[Y^b]$  将由边界积分法结合连接算法计算.

## 2.2 边界积分方程法

利用柱面波的 Weber 解及格林定理, 可推得闭合边界  $C$  上的电场 (磁流) 及表面电流 (磁场) 所满足的积分方程<sup>[9]</sup>:

$$E_z(P) = \oint_C \left\{ -\frac{jk}{2} \cos\theta H_1^{(2)}(kr) E_z(r') - \frac{\omega\mu}{2} H_0^{(2)}(kr) J_z(r') \right\} dl' \quad (5)$$

其中  $r$  为从源点指向观察点  $P$  的矢量,  $\theta$  为源点处的内法向单位矢量  $\hat{n}$  与  $r$  间的夹角. 同样利用脉冲基函数展开和点匹配方法可将上式化为一矩阵方程:

$$[A][E_z] = [B][J_z] \quad (6)$$

上式可进一步写为

$$\begin{bmatrix} [A_{aa}] & [A_{ac}] \\ [A_{ca}] & [A_{cc}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [E_a] \\ [E_c] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [B_{aa}] & [B_{ac}] \\ [B_{ca}] & [B_{cc}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [J_a] \\ [J_c] \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中下标  $a$  和  $c$  分别表示对应孔缝口径和内壁的矩阵元素或场值. 由于孔缝内壁为理想导体, 有  $[E_c] = 0$ , 将其代入上式, 并消去  $[J_c]$  即可得到孔缝的口径导纳矩阵:

$$[J_a] = [Y^b][E_a] \quad (8)$$

其中

$$[Y^b] = ([B_{aa}] - [B_{ac}][B_{cc}]^{-1}[B_{ca}])^{-1}([A_{aa}] - [B_{ac}][B_{cc}]^{-1}[A_{ca}])$$

## 2.3 连接算法

如图 2 所示通过一公共口径面相连通的两段孔缝内腔  $A$  和  $B$ , 其中  $A$  段的口径分别为口径 1 和口径 2,  $B$  段为口径 3 和口径 4. 连接算法的目的就是利用  $A$  段和  $B$  段的口径导纳矩阵  $[Y_A]$  和  $[Y_B]$  求二者连接后的总导纳矩阵  $[Y_{AB}]$ .

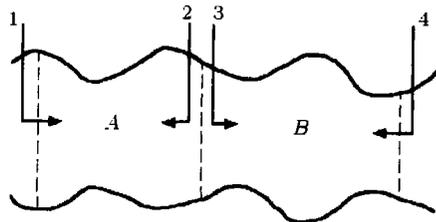


图 2 两相邻缝隙段间的连接算法

根据导纳矩阵的定义,  $A$  段的口径电场及等效电流的关系为

$$\begin{bmatrix} J_{A1} \\ J_{A2} \end{bmatrix} = [Y_A] \begin{bmatrix} E_{A1} \\ E_{A2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{A11}^{11} & Y_{A12}^{12} \\ Y_{A21}^{21} & Y_{A22}^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{A1} \\ E_{A2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$B$  段的口径磁流也可以类似的形式给出. 在两孔缝段的公共口径面上, 场满足连续条件:

$$[\mathbf{E}_{A2}] = [\mathbf{E}_{B3}] \quad (10a)$$

$$[\mathbf{J}_{A2}] = -[\mathbf{J}_{B3}] \quad (10b)$$

将 (10) 式代入 (9) 式, 可求得连接后的总导纳矩阵  $[\mathbf{Y}_{AB}]$ , 该矩阵同样包括四个子矩阵, 其中

$$[\mathbf{Y}_{AB}^{11}] = [\mathbf{Y}_A^{11}] - [\mathbf{Y}_A^{12}]([\mathbf{Y}_A^{22}] + [\mathbf{Y}_B^{33}])^{-1}[\mathbf{Y}_A^{21}] \quad (11a)$$

$$[\mathbf{Y}_{AB}^{14}] = -[\mathbf{Y}_A^{12}]([\mathbf{Y}_A^{22}] + [\mathbf{Y}_B^{33}])^{-1}[\mathbf{Y}_B^{34}] \quad (11b)$$

$$[\mathbf{Y}_{AB}^{41}] = -[\mathbf{Y}_B^{43}]([\mathbf{Y}_A^{22}] + [\mathbf{Y}_B^{33}])^{-1}[\mathbf{Y}_A^{21}] \quad (11c)$$

$$[\mathbf{Y}_{AB}^{44}] = [\mathbf{Y}_B^{44}] - [\mathbf{Y}_B^{43}]([\mathbf{Y}_A^{22}] + [\mathbf{Y}_B^{33}])^{-1}[\mathbf{Y}_B^{34}] \quad (11d)$$

因此我们可以从孔缝的任意一端为起始点, 利用迭代的方法重复 (11) 式的步骤, 直推至孔缝的另一端便可求得整个孔缝的口径导纳矩阵  $[\mathbf{Y}^b]$ .

#### 2.4 传输系数

本文选取 RCS 和传输系数两个参数来描述孔缝特性, 其中后者定义为单位长度 (对应于  $z$  轴) 内传输过孔缝的时间平均功率  $P_{\text{trans}}$  与单位长度内孔缝所接收的入射波时间平均功率  $P_{\text{inc}}$  之比. 传输系数与孔缝结构、入射波的极化方向以及入射角有关.

传输功率  $P_{\text{trans}}$  的表示式是为

$$P_{\text{trans}} = -\frac{1}{2} \text{Re} \int_{\Gamma_2} H_x^*(x) M_2(x) dx \quad (12)$$

将其改写为矩阵形式

$$P_{\text{trans}} = \frac{1}{2} \Delta \cdot \text{Re}[\tilde{\mathbf{V}}_2][\mathbf{Y}^{hc}]^*[\mathbf{V}_2]^* \quad (13)$$

上式中 “ $\sim$ ” 表示矩阵转置, “ $*$ ” 表示复数共轭,  $\Delta$  为脉冲基函数的宽度. 对于平面波入射  $P_{\text{inc}} = (1/2)\eta_0 \cdot |\mathbf{H}^i|^2 \cdot a \cdot \cos\theta$ , 传输系数可由下式计算.

$$t = \frac{P_{\text{trans}}}{P_{\text{inc}}} = \frac{\eta_0 \cdot \Delta \cdot \text{Re}[\tilde{\mathbf{V}}_2][\mathbf{Y}^{hc}]^*[\mathbf{V}_2]^*}{a \cdot \cos\theta} \quad (14)$$

式中  $\eta_0$  为自由空间的特征阻抗,  $a$  为口径  $\Gamma_1$  的宽度. 本文假定  $|E_2^i| = 1$ .

### 3 结果与讨论

矩形孔缝模型如图 3 所示, 口径宽度  $a = 1.6\lambda_0$ , 深度  $d = 0.25\lambda_0$ , 孔缝中填充均匀有耗介质,  $\varepsilon_b = 2.56(1 - j0.1)\varepsilon_0$ ,  $\mu_b = \mu_0$ . 图 4 为正入射 ( $\theta = 0^\circ$ ) 情况下的等效磁流幅度曲线. 图中还给出了文献 [5] 中的有限元法结果, 其中实线和虚线为本文结果, 圆点和方块为文献结果, 可以看出二者具有很好的一致性.

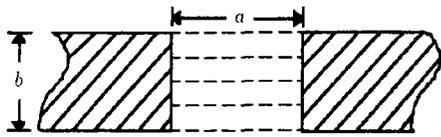


图3 矩形孔缝模型

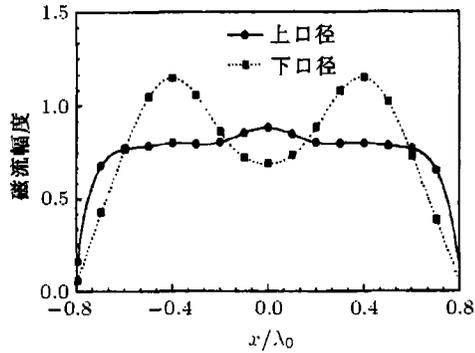


图4 等效磁流幅度分布曲线

为了验证连接算法，我们分析了另一矩形孔缝，其中  $a = 5\lambda_0$ ， $d = 8\lambda_0$ ，孔缝中没有填充。在计算中沿孔缝纵向将其均匀分段，如图3中虚线所示。首先用边界积分方程法计算每段的导纳矩阵，然后再由连接算法将它们连接起来。实际上由于各段的结构完全一致，因此只需计算其中任意一段即可。利用以上方法考察了孔缝在不同分段数下的 RCS 结果，如图5所示。由图中可以看出，连接算法本身不会带来任何误差，而且能使计算效率大大提高；此外，连接算法的引入使本文方法可用于处理尺寸相对较大的孔缝结构。

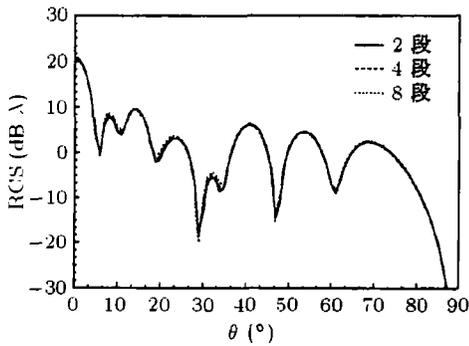


图5 后向 RCS 随入射角变化曲线

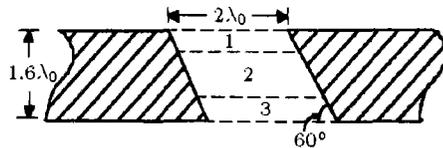


图6 倾斜分段填充孔缝模型

图6为一倾斜孔缝模型的示意图，孔缝口径  $a = 2\lambda_0$ ，深  $d = 1.6\lambda_0$ ，缝中填充三层有耗介质，其中顶层介质的厚度  $d_1 = 0.4\lambda_0$ ， $\epsilon_r = 7.0 - j1.5$ ， $\mu_r = 1.8 - j0.1$ ；中间层介质的厚度  $d_2 = 0.8\lambda_0$ ， $\epsilon_r = 3.0 - j0.05$ ， $\mu_r = 2$ ；底层介质的厚度  $d_3 = 0.4\lambda_0$ ， $\epsilon_r = 5.0 - j0.03$ ， $\mu_r = 1$ 。沿各填充层的自然边界进行分段，如图中虚线所示，这样每一段内均为均匀填充，它们的导纳矩阵计算不需特殊处理。图7为本例的 RCS 计算结果，图中虚线为空缝结果，实线为分段填充的结果。由图可见，填充孔缝的曲线大致以  $\theta = 0^\circ$  为中心左右对称，这是由于有耗介质填充造成孔缝内壁的散射场衰减，因此外部（后向）散射场将主要是口径  $\Gamma_1$  处的直接反射场。图8为相应的传输系数曲线，为了与一般文献结果相一致，图中纵坐标取为  $t \cos \theta$ 。在本例中，连接算法的引入使一较为复杂的问题大大简化。

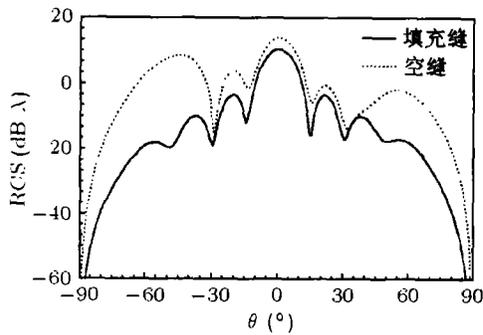


图 7 后向 RCS 随入射角变化曲线

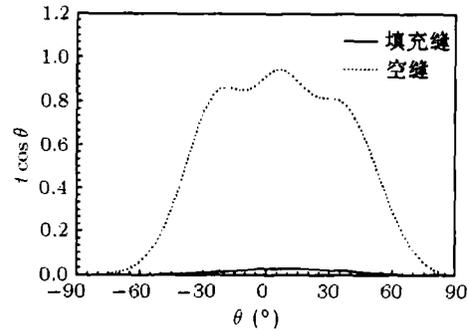


图 8 传输系数随入射角变化曲线

在本文中, 各孔缝段间的连接均采用了首尾相接的方式, 从广义网络的角度, 它可形象地描述为“串联”。但如果孔缝的横向尺寸远大于纵向, 同样可沿其横向进行分段, 各段间相互“并联”, 利用本文方法仍可将他们连接起来。

#### 4 结 束 语

本文利用边界积分法及连接算法分析二维孔缝的 TM 波散射和传输问题。该方法具有以下特点: 首先, 边界积分方程的使用, 使问题的维数下降, 因此可以较少的未知量描述同样的问题, 从而节约了内存, 提高了分析效率; 其次, 连接算法的引入使其可用于处理尺寸相对较大的孔缝, 还可使复杂孔缝的分析问题得到简化; 最后, 由于在计算中可对孔缝进行任意拆解和组合, 部分数据结果可以保存下来以重复调用, 因此该方法可作为一种孔缝的机辅设计算法服务于工程应用。另外, 本文方法也同样适用于入射波为 TE 平面波的情况。

#### 参 考 文 献

- [1] S. C. Kashyap, M. A. K. Hamid, Diffraction characteristics of a slit in a thick conducting screen, *IEEE Trans. on AP*, 1971, 19(4), 499-507.
- [2] D. T. Auckland, R. F. Harrington, Electromagnetic transmission through a filled slit in a conducting plane of finite thickness, TE case. *IEEE Trans. on MTT*, 1978, 26(7), 499-505.
- [3] D. T. Auckland, R. F. Harrington, A nonmodal formulation for electromagnetic transmission through a filled slit of arbitrary cross section in a thick conducting screen, *IEEE Trans. on MTT*, 1980, 28(6), 548-555.
- [4] S. H. Kang, H. J. Eom, T. J. Park, TM Scattering from a slit in a thick conducting screen: Revisited, *IEEE Trans. on MTT*, 1993, 41(5), 895-899.
- [5] J. M. Jin, J. L. Volakis, TM Scattering by an inhomogeneously filled aperture in a thick conducting plane, *IEE Proc.-H*, 1990, 137(3), 153-159.
- [6] 金建铭(美)著, 王建国译, 葛德彪校, 电磁场有限元方法, 西安, 西安电子科技大学出版社, 1998, 第九章.
- [7] R. F. Harrington, J. R. Mautz, A Generalized network formulation for aperture problem, *IEEE Trans. on AP*, 1976, 24(6), 870-873.
- [8] S. K. Jeng, S. T. Tzeng, Scattering from a cavity-backed slit in a ground plane—TM case. *IEEE Trans. on AP*, 1991, 39(5), 661-663.
- [9] 大越孝敬, 三好旦六(日)著, 王积勤, 杨逢春译, 平面电路, 北京, 科学出版社, 1982, 第三章.

## TM SCATTERING AND TRANSMISSION PROPERTIES OF AN ARBITRARY SLIT IN A CONDUCTING PLATE

Nie Xiaochun    Ge Debiao    Yuan Ning

*(Department of Physics, Xidian University, Xi'an 710071, China)*

**Abstract** This paper deals with the electromagnetic characterization of the transmission and scattering properties of a slit in a conducting plate for TM polarization. To alleviate computational constraints for the problem, a connection algorithm is developed based on microwave network theory. In this paper, the slit can be divided into sections and the generalized admittance matrix of each section can be computed by the boundary integral method. Using the connection algorithm, the aperture admittance matrix of the slit can be derived by cascading the admittance matrices of individual sections. Once the slit aperture admittance matrix is obtained, equivalent magnetic currents, the backscattered field, and the transmission coefficient are found by the generalized network principle.

**Key words** Boundary integral method, Connection algorithm, Slit, Electromagnetic scattering

聂小春: 男, 1967年生, 讲师, 博士生, 研究兴趣为电磁散射与逆散射、电法测井数值方法.

葛德彪: 男, 1938年生, 教授、博士生导师, 长期从事电磁散射与逆散射、电磁理论和数值方法的研究.

袁宁: 女, 1972年生, 澳大利亚CSIRO博士后, 从事微波技术与天线、非均匀介质中位场分析研究.