

Verhulst 模型在预测软基路堤沉降中的应用

常方强^{1, 2}, 涂帆³, 贾永刚^{1, 2}

(1. 中国海洋大学 海洋环境与生态教育部重点实验室, 山东 青岛 266100;

2. 中国海洋大学 环境科学与工程学院, 山东 青岛 266100; 3. 华侨大学 土木工程学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 通过分析软基路堤沉降和 Verhulst 模型的特征发现, 软基路堤沉降随时间的变化曲线与 Verhulst 模型曲线相似。根据泉州安吉路软基试验段路堤沉降观测值, 采用 Verhulst 模型对其进行沉降预测, 尽管施工期的预测值与实测值有一定差距, 但随着时间的增长, 二者逐步接近, 因此该模型可用于最终沉降的预测。Verhulst 模型能有效削弱原始数据中不规则数据随机性的影响, 具有很强的适应性。同时, 还对预测值与实测值的差异、观测历时对预测值的影响以及最终沉降量的推算等问题进行探讨。高压缩性软基上的路堤, 至少需要 4~6 个月填土放置期的观测数据, 才能得到较准确的最终沉降预测值。路堤最终沉降可以通过考虑预测值与实测值的差异以及观测历时的影响这两个系数, 对预测值进行修正, 所归纳的系数对类似工程有一定参考价值。

关键词: 土力学; Verhulst 模型; 预测值; 最终沉降

中图分类号: TU 447

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2007)增 1 - 3122 - 05

APPLICATION OF VERHULST MODEL TO PREDICTION OF ROADBED SETTLEMENT ON SOFT SOIL

CHANG Fangqiang^{1, 2}, TU Fan³, JIA Yonggang^{1, 2}

(1. *Key Laboratory of Marine Environmental Science and Ecology, Ministry of Education, Ocean University of China, Qingdao, Shandong 266100, China*; 2. *College of Environmental Science and Engineering, Ocean University of China, Qingdao, Shandong 266100, China*; 3. *College of Civil Engineering, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China*)

Abstract: After analyzing the characters of roadbed settlement and Verhulst model, it is found that the observed curve of roadbed settlement with time is quite similar with that calculated from Verhulst model. The prediction of settlement of Anji roadbed on soil base in Quanzhou City by using Verhulst model gradually approaches to the observed values although there are some differences between predicted values and observed ones during construction period. Therefore, Verhulst model can be used to predict the ultimate settlement. This model has good adaptability because the influence of randomness of irregular original data can be weakened efficiently. The difference between predicted values and observed ones, the influence of observation period on predicted values and the calculation of ultimate settlement are also discussed. The more precise predicted values of ultimate settlement need values observed for at least four to six months for soft roadbed. The ultimate settlement predicted by observed values can be modified by two coefficients, i.e. the ratio between observed values and predicted ones and the influence coefficient of observation period. These two coefficients can be also used in the similar projects.

Key words: soil mechanics; Verhulst model; predicted values; ultimate settlement

收稿日期: 2006 - 06 - 26; **修回日期:** 2006 - 10 - 16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40472137); 山东省交通厅课题资助项目(A109)

作者简介: 常方强(1980 -), 男, 2003 年毕业于长安大学地质工程专业, 现为博士研究生, 主要从事岩土环境灾害方面的研究工作。E-mail: malcme@126.com

1 引言

软基路段上高等级公路路堤沉降是公路工程的重要研究课题, 由于软黏土的渗透系数小, 沉降速率慢, 路堤达到所要求的工后沉降往往需要较长时间, 因此, 软基路段沉降往往是影响全线工期长短和造价高低的主要因素。由于沉降及固结问题的复杂性, 以及地基土、施工及荷载等计算参数的不确定性, 沉降计算值与实测值往往差距较大。通常根据路堤施工和放置期的沉降观测值预测其后的沉降随时间的变化及最终沉降量。软基路堤沉降的预测方法很多, 例如, 双曲线法、指数法、Asaoka 法、遗传算法、人工神经网络法和灰色理论 GM(1, 1) 法^[1~8]等, 这些方法各有其优点及适用范围, 但难以反映路堤沉降与时间全过程的关系。

灰色理论法已在许多学科领域得到广泛应用, 该法是一种研究既含有已知又含有未知信息的系统, 由已知信息预测未知信息, 常用的预测模型有 GM(1, 1)、Verhulst 模型等。夏江等^[4]采用 GM(1, 1) 模型预测路基沉降, 该模型是增长指数型, 具有无限增长的特性, 预测软基路堤沉降效果欠佳; 徐新跃等^[7~11]采用 Verhulst 模型预测建筑物基础沉降, 效果较好。软基路堤与建筑物的基础, 无论是荷载的范围, 基础的形式和地基种类, 都有很大的差别。本文通过对路堤沉降及 Verhulst 模型特性的分析, 探讨采用 Verhulst 模型预测软基路堤沉降的可行性及其效果。

2 路堤沉降的特征

荷载作用下软基路堤沉降随时间的变化关系曲线如图 1 所示, 沉降经历 3 个发展阶段, 或者说总沉降 s 由 3 个部分组成, 即瞬时沉降 s_d ($a \sim b$ 段)、固结沉降 s_c ($b \sim c$ 段) 和次固结沉降 s_s ($c \sim d$ 段)。瞬时沉降是路基在荷载作用下发生剪切变形的沉降; 固结沉降是孔隙水排出、孔隙体积减小以及土体压密所致, 占总沉降量的大部分; 次固结沉降是土中孔隙水消散后, 土粒骨架在持续荷载下发生蠕变引起的。另一方面, 从施工的角度讲, 路堤荷载是逐级施加上去的, 施工初期, 荷载小, 沉降缓慢; 随着荷载的加大, 路堤沉降速率加快; 路堤填至设计标高后处于放置期, 沉降速率逐步减小。根据上述两方面的分析, 路堤沉降与时间的关系曲线呈两头平缓、中间较陡的 S 状。

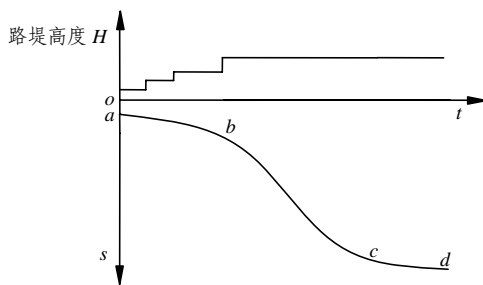


图 1 软基沉降、路堤高度随时间的变化关系曲线
Fig.1 Relation curves of roadbed settlement and embankment height with time

3 Verhulst 模型

3.1 模型特征

Verhulst 模型源于 Malthasia 模型, Malthasia 模型适用于生物繁殖的预测, 具有无限增长的特征。1937 年, 德国生物学家 Verhulst 对 Malthasia 模型进行修正, 添加一个阻尼项, 使得增长到达一定程度后趋于缓和。该模型的表达式为

$$\frac{dp(t)}{t} = ap(t) - bp^2(t) \quad (1)$$

式中: a, b 均为参数; $p^2(t)$ 为阻尼项。

Verhulst 模型的 $p(t)-t$ 曲线呈 S 状, 开始和末端处的 $p(t)$ 随 t 缓慢增长, 中间段增长较快(见图 2)。该曲线与路堤沉降随时间的变化曲线相近。

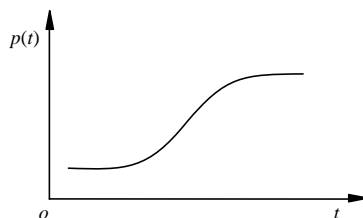


图 2 Verhulst 模型几何形状
Fig.2 Geometric shape of Verhulst model

3.2 Verhulst 模型的建立

Verhulst 模型的基本思想是将离散的随机数列 $x_i^{(0)}$ 进行一次累加 $(1 - AGO)$, 生成序列 $x_i^{(1)}$, 然后再对序列 $x_i^{(1)}$ 建模计算, 得到预测值^[7]。进行 $1 - AGO$ 的目的是削弱原始数据中随机项的影响, 这是灰色理论不同于需要大量样本进行数据分析研究的统计理论的特点。

设有 n 个沉降增量 $x_i^{(0)} (i=1, 2, \dots, n)$, 经过 $1 - AGO$ 产生新的数列:

$$x_i^{(1)} = \sum_{k=1}^i x_k^{(0)} (i=1, 2, \dots, n; k=1, 2, \dots, i) \quad (2)$$

将式(2)代入式(1), 可得

$$\frac{dx^{(1)}}{t} = ax^{(1)} - b(x^{(1)})^2 \quad (3)$$

根据最小二乘法, 有

$$\{a, b\}^T = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Y}_n \quad (4)$$

其中,

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(x_1^{(1)} + x_2^{(1)}) & -\frac{1}{4}(x_1^{(1)} + x_2^{(1)})^2 \\ \frac{1}{2}(x_2^{(1)} + x_3^{(1)}) & -\frac{1}{4}(x_2^{(1)} + x_3^{(1)})^2 \\ \vdots & \vdots \\ \frac{1}{2}(x_{n-1}^{(1)} + x_n^{(1)}) & -\frac{1}{4}(x_{n-1}^{(1)} + x_n^{(1)})^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_n = \{x_2^{(0)}, x_3^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}\}^T$$

将参数 a, b 代入式(3), 可得

$$\hat{x}_i^{(1)}(t+1) = \frac{a/b}{1 + \left(\frac{a}{bx_1^{(0)}} + 1\right)e^{-at}} \quad (5)$$

当 $t=1, 2, \dots, n$ 时, $\hat{x}_i^{(1)}$ 计算值为相应时间的沉降值; 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\hat{x}_i^{(1)}$ 计算值等于极限值 a/b , 该值可以认为是路堤的最终沉降量。

Verhulst 模型要求已知数据是等时间段 Δt 的 $p(t)$ 值, 对于本文问题, 即为等时段的沉降增量或沉降速率, 原始数据往往不满足这一要求, 可以采用 spline 三次样条插值^[5]等方法进行处理; 如果原始数据是累计量, 还必须对其进行累减处理。

3.3 预测值的精度检验

常用的检验预测精度的方法有关联度分析法和后验差法等, 本文仅对后验差法进行简单介绍。

设 $e(i)$ 为原始数据列 $x_i^{(0)}$ 和预测数据列 $\hat{x}_i^{(1)}$ 的残差, 即 $e(i) = x_i^{(0)} - \hat{x}_i^{(1)}$ 。

(1) 后验差比 C :

$$C = S_2 / S_1 \quad (6)$$

式中: S_1, S_2 分别为原始数据和残差的均方差。

(2) 小误差概率 P :

$$P = P\{|e(i) - \bar{e}| < 0.674 5S_1\} \quad (7)$$

式中: \bar{e} 为残差的均值。

依据后验差比 C 和小误差概率 P 判定预测值的精度, 表 1 给出了精度标准^[7]。其中, C 和 P 中只要有一个符合标准, 就认为满足相应的精度要求。如果不满足精度要求, 可根据残差序列建立带有残差的 Verhulst 模型进一步修正, 直至满足精度要求为止。

表 1 精度标准^[7]

Table 1 Standard for accuracy test of model^[7]

精度等级	后验差比 C	小误差概率 P
好	<0.35	>0.95
合格	0.35~0.50	0.95~0.80
勉强合格	0.50~0.65	0.80~0.70
不合格	>0.65	<0.70

4 工程实例

福建泉州大坪山隧道连接线道路工程(又称安吉路), 为城市一级主干道, 路面标准宽度 50 m, 软基路段占全长的一半以上, 软基淤泥厚 10 m 以上, 含水量和压缩模量的均值分别为 62.1% 和 1.62 MPa。试验路段分为 I 区(K5+620~K5+700)和 II 区(K5+880~K5+940), I 区的路基处理方案是断面中间 30 m 为袋装砂井、两侧为粉喷桩; II 区的路基全断面采用粉喷桩处理。为确定路堤反开槽和路面的施工时间及检验沉降计算值, 该工程进行路堤施工期和放置期的沉降观测, 观测历时 17 个月。

本文根据 I 区 K5+640 断面路中心和左路肩(袋装砂井与粉喷桩交界处)及 II 区 K5+920 断面路中心的沉降观测值^[12], 利用 Verhulst 模型预测最终沉降。K5+640 断面填土高度 4.70 m, 施工历时 6 个月; K5+920 断面填土高度 3.10 m, 施工历时 5 个月。

4.1 预测结果及分析

分别采用 12, 13, 15 和 17 个月的观测值预测沉降, 3 个测试点(K5+640 断面路中心、K5+640 断面左路肩和 K5+920 断面路中心)的预测值和实测值随时间变化曲线如图 3~5 所示, 从图中可以看出: (1) 路堤填土完毕后, 沉降一直持续, 经过 4~5 个月, 沉降达稳定状态。(2) 虽然 3 个测试点的路堤沉降初期预测误差较大, 但 10 个月后, 预测与实测曲线非常接近。由于道路工程一般不注重填土施工和放置初期的沉降, 而注重路堤放置一段时间后的工后沉降, 因此利用 Verhulst 模型预测路堤最终沉降是可行的。(3) 实测值比预测值略偏大。以 K5+640 断面路中心为例, 观测历时 12, 13, 15, 17 个月的实测值与预测值的比值分别为 1.013, 1.010, 1.012 和 1.017(见表 2)。(4) 对于 K5+640 断面, 左路肩 17 个月的沉降预测值 926.2 mm 和实测值 945.0 mm, 分别为路中相应预测值 1 266 mm 和实测值 1 246 mm 的 74.4% 和 74.6%, 即约为 3/4。(5) 采用粉喷桩处理的 K5+920 断面路中心 17 个月

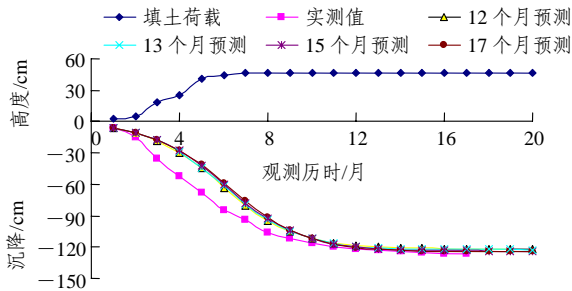


图 3 K5+640 断面路中心的预测值与实测值随时间变化曲线

Fig.3 Variation curves of predicted and measured values at center line of section K5+640

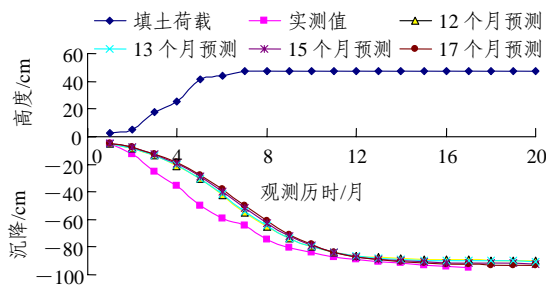


图 4 K5+640 断面左路肩的预测值和实测值随时间变化曲线

Fig.4 Variation curves of predicted and measured values at left shoulder of section K5+640

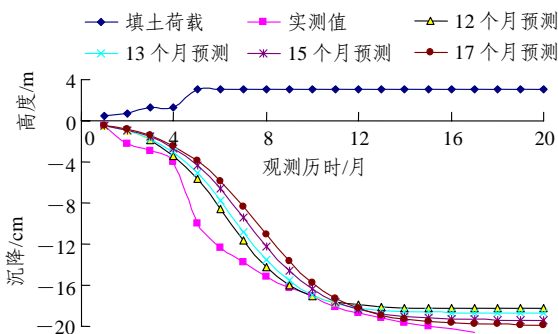


图 5 K5+920 断面路中心的预测值和实测值随时间变化曲线

Fig.5 Variation curves of predicted and measured values at center line of section K5+920

表 2 不同观测历时的预测值与实测值(K5+640 断面路中心)

Table 2 Predicted and measured values in different periods of observation(at center line of section K5+640)

观测历时/月	预测值/mm	实测值/mm	实测值/预测值
12	1 203.5	1 218.8	1.013
13	1 222.2	1 233.9	1.010
15	1 239.2	1 253.8	1.012
17	1 244.7	1 266.0	1.017

的沉降实测值为 205.9 mm, 换算为单位填土高度的

沉降量, 为袋装砂井处理方案 K5+640 断面的 24.6%, 即约为 1/4。

4.2 预测精度

3 组沉降预测精度归纳于表 3, 从表 3 中可以看出, 其预测精度均属好。K5+920 断面路中心测试点在填土和放置期遭破坏, 导致实测数据很不规则, 但预测值精度亦属好。由此可见, Verhulst 模型累加生成新数列的方法能有效削弱原始数据中随机项的影响, 使得该法有较强的适应性。

表 3 预测精度

Table 3 Precision of prediction

测试点	观测历时/月	C	P
K5+640 断面路中心	13	0.213	
	15	0.227	1
	17	0.238	
K5+640 断面左路肩	13	0.211	
	15	0.233	1
	17	0.248	
K5+920 断面路中心	13	0.302	
	15	0.273	1
	17	0.233	

4.3 最终沉降预测值与观测历时的关系

为了研究最终沉降预测值与观测历时的关系, 计算了不同观测历时 t 的最终沉降预测值 $S_{\infty t}$, 其结果见表 4, 图 6, 由此可以看出, 观测历时大于 10 个月时, 预测值趋于稳定。对于本工程, 填土施工完毕后, 至少要有 4~6 个月的填土放置期的观测数据, 才能得到较准确的沉降预测值。

表 4 不同观测历时的最终沉降预测值

Table 4 Terminal prediction values in different periods of observation

测试点	观测历时/月	预测值/mm	$S_{\infty t} / S_{\infty}$
K5+640 断面路中心	17	1 247.3	1.000
	16	1 243.3	1.003
	14	1 232.7	1.012
	12	1 216.5	1.025
K5+640 断面左路肩	17	931.5	1.000
	16	927.1	1.005
	14	912.3	1.021
	12	894.5	1.041
K5+920 断面路中心	17	198.6	1.000
	16	196.5	1.011
	14	190.5	1.043
	12	180.4	1.101

4.4 路堤最终沉降量的估算

路堤工后沉降是时间趋于无穷的最终沉降与施工完毕时的沉降之差。最终沉降是根据有限的数

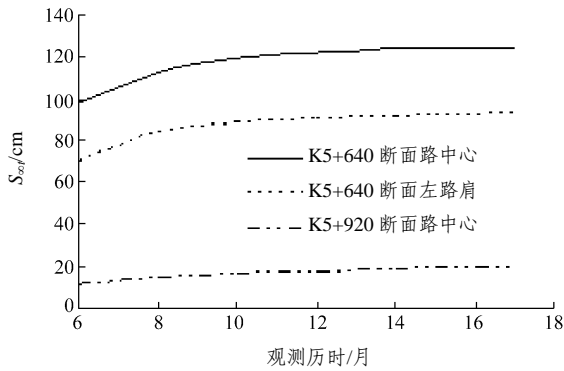


图6 不同观测历时的最终沉降预测值

Fig.6 Predicted terminal settlement in different periods of observation

推测出来的,因此,有必要考虑观测历时对预测最终沉降的影响,以及实际值与推测值的差异。最终沉降 S_{∞} 可表示为

$$S_{\infty} = f_1 f_2 S_{\infty t} \quad (8)$$

式中: f_1 为实测值与预测值之比, f_2 为观测历时对预测值的影响系数。

本文根据 12 个月观测数据的最终沉降预测值 $S_{\infty 12}$ 推测最终沉降 S_{∞} , 由表 2, 4 可得: $f_1 \approx 1.02$, $f_2 = 1.03 \sim 1.10$, 故有

$$S_{\infty} = (1.05 \sim 1.12) S_{\infty 12} \quad (9)$$

式(9)对于类似工程有一定的参考价值,对于不同的地基和荷载,估算最终沉降的系数会有所不同,这方面还有待更多工程实践的验证。

5 结 论

(1) 根据 Verhulst 模型模拟的路堤沉降随时间变化曲线,尽管在施工期和实测曲线有一定差距,但随着时间的增长,二者逐步接近。因此,该模型可用于路堤最终沉降的预测。

(2) Verhulst 模型能有效削弱原始数据中随机项的影响,因而有较强的适应性。本文根据 Verhulst 模型预测路堤沉降,预测精度均属好。

(3) 对于高压缩性软基路堤,至少要有 4~6 个月的填土放置期的观测数据,才能得到较准确的最终沉降预测值,预测值比实测值偏小的幅度小于 2%。

(4) 路肩沉降约为路中沉降的 3/4。

(5) 粉喷桩路基的单位填土高度的路堤沉降约为袋装砂井路基沉降的 1/4。

(6) 路堤最终沉降可以通过考虑实测值与预测值的误差以及观测历时的影响这 2 个系数,对推算值进行修正,本文归纳的系数对类似工程有一定的

参考价值。

参考文献(References):

- [1] ASAOKA A. Observational procedure of settlement prediction[J]. Soils and Foundations, 1978, 18(4): 87 - 101.
- [2] 顾晓鲁. 地基与基础[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993: 189 - 191.(GU Xiaolu. Ground and foundations[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1993: 189 - 191.(in Chinese))
- [3] 潘林有, 罗 昕. 饱和软黏土地基沉降拟合研究[J]. 武汉理工大学学报, 2003, 25(9): 53 - 55.(PAN Linyou, LUO Xin. Research on curve fitting methods for settlement analysis of soft ground[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2003, 25(9): 53 - 55.(in Chinese))
- [4] 夏 江, 严 平, 庄一舟, 等. 基于遗传算法的软土地基沉降预测[J]. 岩土力学, 2004, 25(7): 1 131 - 1 135.(XIA Jiang, YAN Ping, ZHUANG Yizhou, et al. Predictions of soft ground settlements based on genetic algorithm[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(7): 1 131 - 1 135.(in Chinese))
- [5] 吴 剑, 张迎春. 软基路堤最终沉降量的灰色预测[J]. 西部探矿工程, 2003, 15(7): 30 - 33.(WU Jian, ZHANG Yingchun. Gray forecast of final settlement of soft ground[J]. West-China Exploration Engineering, 2003, 15(7): 30 - 33.(in Chinese))
- [6] 刘 宏, 李攀峰, 张倬元. 用人工神经网络模型预测高填方地基工后沉降[J]. 成都理工大学学报(自然科学版), 2005, 3(6): 284 - 287.(LIU Hong, LI Panfeng, ZHANG Zhuoyuan. The post-load settlement prediction of high embankment by artificial neural network[J]. Journal of Chengdu University of Technology(Science and Technology), 2005, 3(6): 284 - 287.(in Chinese))
- [7] 徐新跃, 方德胜. 灰色 Verhulst 模型预测软土地基建筑物的沉降[J]. 地下空间, 2001, 21(5): 515 - 520.(XU Xinyue, FANG Desheng. Gray Verhulst model for prediction settlement of building with soft ground[J]. Underground Space, 2001, 21(5): 515 - 520.(in Chinese))
- [8] 宋彦辉, 聂德新. 基础沉降预测的 Verhulst 模型[J]. 岩土力学, 2003, 24(1): 123 - 126.(SONG Yanhui, NIE Dexin. Verhulst model for predicting foundation settlement[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(1): 123 - 126.(in Chinese))
- [9] 偶昌宝, 俞亚南, 王站国. 不等时距灰色 Verhulst 模型及其在沉降预测中的应用[J]. 江南大学学报(自然科学版), 2005, 1(2): 63 - 65.(OU Changbao, YU Ya'nian, WANG Zhanguo. Unequal interval gray Verhulst model and its application to settlement prediction[J]. Journal of Southern Yangtze University(Natural Science), 2005, 1(2): 63 - 65.(in Chinese))
- [10] 左其亭, 马军霞, 张能奎. 建筑物沉降量预测和最终沉降量早期确定的灰色 Verhulst 模型[J]. 岩土工程技术, 1998, (1): 59 - 63.(ZUO Qiting, MA Junxia, ZHANG Nengui. The Verhulst grey model which determine the building settlement[J]. Geotechnical Engineering Technique, 1998, (1): 59 - 63.(in Chinese))
- [11] 郭广猛. 用 GM(1, 1)模型和 Verhulst 模型进行建筑物沉降预测[J]. 岩土工程界, 2000, 3(10): 36 - 37.(GUO Guangmeng. The settlement prediction of building by GM(1, 1) model and Verhulst model[J]. Geotechnical Engineering World, 2000, 3(10): 36 - 37.(in Chinese))
- [12] 华侨大学土木工程检测中心. 大坪山隧道连接线道路工程软基处理试验段现场测试研究[R]. 泉州: 华侨大学土木工程检测中心, 2004.(Inspection Center of Civil Engineering, Huaqiao University. The research on site inspection of soft soil treatment of roadbed[R]. Quanzhou: Inspection Center of Civil Engineering, Huaqiao University, 2004.(in Chinese))