

刚 - 柔性桩复合地基复合模量的一种解析解

朱奎¹, 魏纲², 徐日庆¹

(1. 浙江大学 软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310027; 2. 浙江大学城市学院 工程学院土木工程系, 浙江 杭州 310015)

摘要: 基于剪切位移法理论, 在一定假设条件下推导刚 - 柔性桩复合地基复合模量的解析解。该解析解考虑刚性桩及柔性桩桩长、刚性桩及柔性桩模量、土模量以及置换率对刚 - 柔性桩复合地基复合模量的影响, 并定量分析以上参数变化对复合模量的影响程度。工程实例表明, 这种方法比传统方法相对要精确, 与实际吻合较好, 可以在实践中应用。

关键词: 桩基工程; 刚 - 柔性桩复合地基; 剪切位移法; 复合模量; 解析解

中图分类号: TU 473

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2008)增1 - 3104 - 06

AN ANALYTICAL SOLUTION TO COMPOSITE MODULUS OF COMPOSITE FOUNDATION WITH RIGID-FLEXIBLE PILES

ZHU Kui¹, WEI Gang², XU Riqing¹

(1. Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Ministry of Education, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang, 310027, China; 2. Department of Civil Engineering, Zhejiang University City College, Hangzhou, Zhejiang 310015, China)

Abstract: Considering the influences of rigid pile length, flexible pile length, rigid pile modulus, flexible pile modulus, soil modulus and replacement ratio on composite modulus of composite foundation with rigid-flexible piles, composite modulus is deduced according to shear displacement method on basis of certain hypotheses. The relationship between parameters and composite modulus is analyzed. Case study shows that the new method is more precise than traditional methods, and there is a reasonable agreement between theoretical solution and measurement result.

Key words: pile foundations; composite foundation with rigid-flexible piles; shear displacement method; composite modulus; analytical solution

1 引言

刚 - 柔性桩复合地基是指通过刚性桩、柔性桩和桩间土体变形协调共同承担荷载作用的复合地基^[1~3]。复合地基的承载力和沉降计算是复合地基设计理论的两大课题, 而刚 - 柔性桩复合地基沉降机制相当复杂, 很难用一种方法给出精确解, 目前工程界通常用复合模量法来计算复合地基的沉降。复合模量法的关键环节在于求解复合地基的复合模量, 复合

模量确定是否合理关系到刚 - 柔性桩复合地基沉降理论计算的成败。

2 研究现状

现有方法主要为以下4种, 具体描述如下。

2.1 面积加权法

面积加权法^[4]是复合模量的传统求解方法, 即在等应变假定的基础上求解复合模量。复合模量计算公式如下:

收稿日期: 2006 - 12 - 31; **修回日期:** 2007 - 02 - 11

基金项目: 浙江省建设厅科研项目(20050568); 温州市科技局资助社会发展项目(S2005A013); 温州市瓯海区科技局资助社会发展软课题(200522)

作者简介: 朱奎(1975 -), 男, 博士, 1998年毕业于浙江大学土木工程岩土工程专业, 现为博士研究生、高级工程师, 主要从事复合地基和桩基方面的研究工作。E-mail: wzzhukui@sina.com

$$E_c = m_1 E_r + m_2 E_f + (1 - m_1 - m_2) E_s \quad (1)$$

式中: E_c 为刚 - 柔性桩复合地基的复合模量, E_r 为刚性桩的变形模量, E_f 为柔性桩的变形模量, E_s 为土的压缩模量, m_1 为刚性桩置换率, m_2 为柔性桩置换率。

式(1)简单实用, 但由于考虑的因素仅有刚性桩和柔性桩的模量、置换率以及土模量, 显得过于粗糙。刚 - 柔性桩复合地基中刚性桩一般较长, 柔性桩较短, 实践表明, 用这种方法计算刚 - 柔性桩复合地基沉降计算误差较大。

2.2 增大系数法

闫明礼等^[5]推荐采用该法计算复合模量:

$$E_{sp} = \xi E_s = (f_{sp, k} / f_{a, k}) E_s \quad (2)$$

式中: $f_{sp, k}$ 为刚 - 柔性桩复合地基的承载力设计值, $f_{a, k}$ 为天然地基承载力特征值, ξ 为模量增大倍数。

该方法存在如下问题: 首先, 刚 - 柔性桩复合地基承载力很难确定, 与承载力发挥系数密切相关, 一般根据地区经验进行估算, 而且设计时为了安全起见, 刚 - 柔性桩复合地基的承载力估算值相对保守, 故模量增大倍数 ξ 的值可能偏大^[6]; 其次, 式(2)在推导时假定桩土应力比等于桩土刚度比^[7], 与实际有差异; 另外, 该方法未顾及下卧层土质的影响, 也会带来一定误差。

2.3 参变量变分法

郑俊杰等^[8]在对桩间土采用双折线弹塑性模型分析的前提下, 利用参变量最小势能原理对多元复合地基的复合模量进行求解。这种方法主要价值在于考虑到应力水平变化会引起复合模量的变化。

2.4 静荷载试验法

复合地基的变形模量可采用半无限空间弹性地基理论^[9]通过下式计算确定:

$$E_0 = \omega(1 - \nu^2) \frac{pb}{s} \quad (3)$$

式中: b 为荷载板宽度; p 为承载力特征值; s 为承载力特征值时沉降; ω 为荷载板形状系数, 方形板取 0.886, 圆形板取 0.785; ν 为土的泊松比。

3 复合模量的理论推导

为了使刚性桩、柔性桩、土体变形协调, 刚 - 柔性桩复合地基与刚性承台之间一般设置褥垫层^[10~12]。假设褥垫层为线性弹性体, 根据虎克定律有

$$S_d = \frac{\sigma_d H_d}{E_d} \quad (4)$$

式中: S_d 为褥垫层压缩量, σ_d 为复合地基平均应力, H_d 为褥垫层厚度, E_d 为褥垫层模量。

假设承台刚度很大且在受荷过程中未出现倾斜, 则承台下各点变形相同, 因此有

$$S = S_{pr} + S_{rd} = S_{pr} + S_{fd} = S_s + S_{sd} \quad (5)$$

式中: S , S_{pr} , S_{pr} , S_s 分别为荷载下复合地基、刚性桩、柔性桩、桩间土的沉降值; S_{rd} , S_{fd} , S_{sd} 分别为刚性桩位置、柔性桩位置、土位置褥垫层压缩量。

对于均质地基有

$$S = \frac{\sigma H}{E_c} \quad (6)$$

式中: H 为桩长。

复合地基平均应力计算公式为

$$\sigma = m_1 \sigma_{pr} + m_2 \sigma_{pf} + (1 - m_1 - m_2) \sigma_s \quad (7)$$

式中: σ_{pr} 为刚性桩桩顶应力, σ_{pf} 为柔性桩桩顶应力; σ_s 为桩间土应力。

为了便于推导, 假设刚 - 柔性桩复合地基中刚性桩和柔性桩等桩长。顺便指出, 即使刚 - 柔性桩复合地基采用不同桩长的刚性桩和柔性桩, 由于刚 - 柔性桩复合地基中刚性桩模量远远大于柔性桩模量和土模量(一般相差 2~4 个数量级), 刚性桩和柔性桩共同加固区域和刚性桩加固区域复合模量相差不远, 因此上述假设对结果影响不大。

将式(4), (7)代入式(6)得

$$E_c = \left[m_1 \left/ \left(\frac{S_{pr}}{\sigma_{pr}} + \frac{H_d}{E_d} \right) + m_2 \left/ \left(\frac{S_{pf}}{\sigma_{pf}} + \frac{H_d}{E_d} \right) + (1 - m_1 - m_2) \left/ \left(\frac{S_s}{\sigma_s} + \frac{H_d}{E_d} \right) \right] H \quad (8)$$

对于均质桩间土体有

$$S_s = \frac{\sigma_s H}{E_s} \quad (9)$$

根据钱玉林^[13]的研究, 桩周土体位移与荷载关系式为

$$W(x) = \frac{\tau_0 r_0}{G_s} \ln \left(\frac{r_m}{r_0} \right) \quad (10)$$

式中: τ_0 为桩侧阻力; r_0 为桩径; $r_m = 2.5H\rho(1 - \nu)$, $\rho = \frac{G(L/2)}{G(L)}$, 根据试验结果 r_m 可简化取 $12r_0$; G_s 为

土体的剪切模量, $G_s = \frac{E_s(1-\nu-2\nu^2)}{2(1-\nu)(1+\nu)}$ 。

桩体荷载传递微分方程为

$$\frac{d^2W(x)}{dx^2} - \frac{U\tau_0}{E_p A} = 0 \quad (11)$$

式中: E_p 为桩变形模量, A 为桩截面面积, U 为桩周长。

由式(10), (11)得

$$\frac{d^2W(x)}{dx^2} - \frac{2\pi G_s}{E_p A \ln(r_m/r_0)} W(x) = 0 \quad (12)$$

令

$$\mu^2 = \frac{2\pi G_s}{E_p A \ln(r_m/r_0)}$$

则式(12)的通解为

$$W(x) = c_1 e^{\mu x} + c_2 e^{-\mu x} \quad (13)$$

$$\frac{dW(x)}{dx} = \frac{-N(x)}{E_p A} \quad (14)$$

由式(13), (14)得

$$E_p A \mu (c_1 e^{\mu x} - c_2 e^{-\mu x}) = -N(x) \quad (15)$$

边界条件为

$$\left. \begin{aligned} E_p A \mu (c_1 - c_2) &= -\sigma_p A & (x=0) \\ N(H) = nW(H) &= n(c_1 e^{\mu H} + c_2 e^{-\mu H}) & (x=H) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中: n 可根据 Boussinesq 理论^[14]确定, $n = \frac{4r_b G_b}{(1-\nu)\eta}$,

r_b 为桩端半径, G_b 为桩端土剪切模量; η 为考虑该处上覆土层对该处位移影响的桩端影响系数, 一般取 0.5~1.0。

由式(15), (16)可得 c_1, c_2 值, 进而可得

$$S_p = W(0) = c_1 + c_2 = \frac{\sigma_p H}{E_p \lambda} \frac{\gamma \operatorname{th} \lambda + \lambda}{\lambda \operatorname{th} \lambda + \gamma} \quad (17)$$

其中,

$$\lambda = \mu H, \quad \gamma = \frac{nH}{AE_p}$$

由式(17)可得

$$\frac{\sigma_p}{S_p} = \frac{E_p \lambda}{H} \frac{\lambda \operatorname{th} \lambda + \gamma}{\gamma \operatorname{th} \lambda + \lambda} \quad (18)$$

式(18)对刚性桩、柔性桩都适用, 由式(8)及(18)

得

$$E_c = \left[m_1 / \left(\frac{H_r}{E_{pr} \lambda_r} \frac{\gamma_r \operatorname{th} \lambda_r + \lambda_r}{\lambda_r \operatorname{th} \lambda_r + \gamma_r} + \frac{H_d}{E_d} \right) + \right.$$

$$\left. m_2 / \left(\frac{H_r}{E_{pr} \lambda_r} \frac{\gamma_r \operatorname{th} \lambda_r + \lambda_r}{\lambda_r \operatorname{th} \lambda_r + \gamma_r} + \frac{H_d}{E_d} \right) \right] + (1-m_1-m_2) / \left(\frac{H_r}{E_s} + \frac{H_d}{E_d} \right) H_r \quad (19)$$

式中: H_r 为刚性桩桩长, H_f 为柔性桩桩长。

从式(15)可发现, 这种方法考虑了刚性桩桩长、柔性桩桩长、桩间土性质、桩端土性质、桩长、桩端形状系数(针对扩底刚性桩而言)等因素的影响。

4 工程实例

温州汇昌河商住楼工程^[2]系6层框架结构, 上部荷载传到基础底面标准值为62 MN, 采用刚-柔性桩复合地基条形基础, 条形基础面积为400 m²。刚性桩采用沉管灌注桩, 设计承载力标准值为370 kN, 有效桩长为36 m, 桩径为 ϕ 426 mm, 桩截面积为0.142 46 m², 桩数为85根, 面积置换率为0.030 3, 桩的变形模量 $E_{pr} = 25\ 500$ MPa。柔性桩采用水泥搅拌桩, 设计承载力标准值为120 kN, 有效桩长为13 m, 桩径为 ϕ 500 mm, 桩截面积为0.196 25 m², 桩数为267根, 面积置换率为0.131, 桩的变形模量 E_{pr} 为250 MPa。桩间土的平均压缩模量 $E_s = 4.5$ MPa, 地基土的物理力学指标见朱奎^[2]的研究。

令

$$\nu = 0.45, \quad \mu_{pr} = \sqrt{\frac{2\pi G_s}{E_{pr} A \ln(r_m/r_0)}} = 0.017$$

$$\mu_{pf} = \sqrt{\frac{2\pi G_s}{E_{pf} A \ln(r_m/r_0)}} = 0.17, \quad \lambda_{pr} = \mu_{pr} H_r = 0.612$$

$$\lambda_{pf} = \mu_{pf} H_f = 2.21, \quad n_r = \frac{4r_{br} G_{br}}{(1-\nu)\eta_r} = 0.845$$

$$n_f = \frac{4r_{bf} G_{bf}}{(1-\nu)\eta_f} = 0.992$$

$$\gamma_r = \frac{n_r H_r}{AE_{pr}} = \frac{0.845 \times 36}{0.142\ 46 \times 25\ 500} = 8.374 \times 10^{-3}$$

$$\gamma_f = \frac{n_f H_f}{AE_{pf}} = \frac{0.992 \times 13}{0.196\ 25 \times 250} = 0.263$$

$$\frac{m_1}{\frac{H_r}{E_{pr} \lambda_r} \frac{\gamma_r \operatorname{th} \lambda_r + \lambda_r}{\lambda_r \operatorname{th} \lambda_r + \gamma_r} + \frac{H_d}{E_d}} = 5.520$$

$$\frac{m_2}{\frac{H_r}{E_{pr} \lambda_r} \frac{\gamma_r \operatorname{th} \lambda_r + \lambda_r}{\lambda_r \operatorname{th} \lambda_r + \gamma_r} + \frac{H_d}{E_d}} = 5.175$$

$$\frac{1 - m_1 - m_2}{\frac{H_r}{E_s} + \frac{H_d}{E_d}} = \frac{1 - 0.030 - 0.131}{\frac{36}{4.5} + \frac{20}{150}} = 0.1048$$

$$E_c = (5.52 + 5.175 + 0.1048) \times 36 = 388.8 \text{ MPa}$$

由面积加权法得到的复合模量为

$$E_c = m_1 E_{pr} + m_2 E_{pf} + (1 - m_1 - m_2) E_s = 809.2 \text{ MPa}$$

表 1 为不同方法复合模量及沉降比较表。从表中可以发现面积加权法计算得到的沉降小于实测值，从工程设计角度偏不安全。本文方法计算得到的沉降略大于实测值，误差可以满足工程要求。

表 1 不同方法复合模量及沉降比较表

Table 1 Comparison of composite modulus and settlement with different method

方法	复合模量/MPa	沉降/mm
面积加权法	809.2	30.7
本文法	388.8	40.2
实测值		38.8

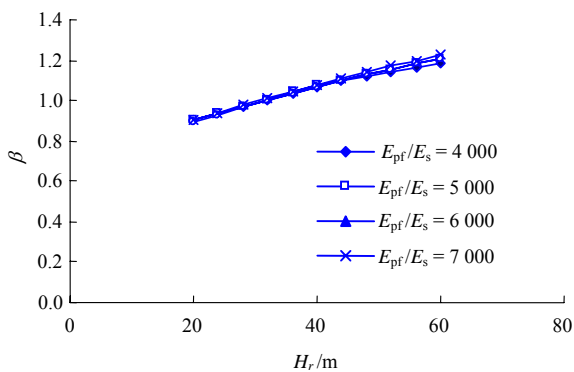
5 不同参数对复合地基复合模量影响的分析

为了直观反映刚性桩桩长、柔性桩桩长、刚性桩模量、柔性桩模量、土模量以及置换率对刚-柔性桩复合地基复合模量的影响，以上述工程实例的土工参数进行比较。为了便于反映影响程度，引进量纲一的参数 β 表示参数变化后数值与基本参数的比值。

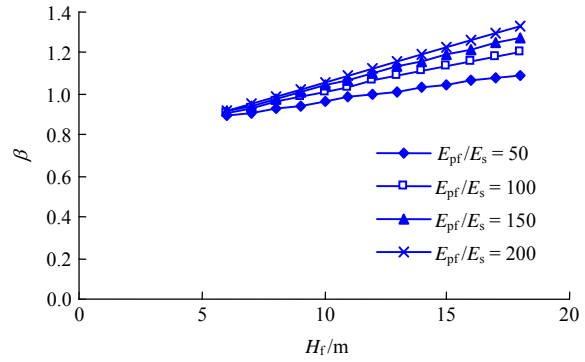
5.1 桩长对复合模量的影响。

图 1(a)为刚性桩桩长和复合模量关系图。图中表明随着桩长增加，复合模量线性增加，刚性桩、土刚度比为 6 000 时刚性桩桩长为 60 m 的复合模量的影响是桩长为 20 m 的 1.34 倍。不同刚性桩、土刚度比对刚性桩桩长对 β 的影响规律作用不大。

图 1(b)为柔性桩桩长和复合模量关系图。图中



(a) 刚性桩



(b) 柔性桩

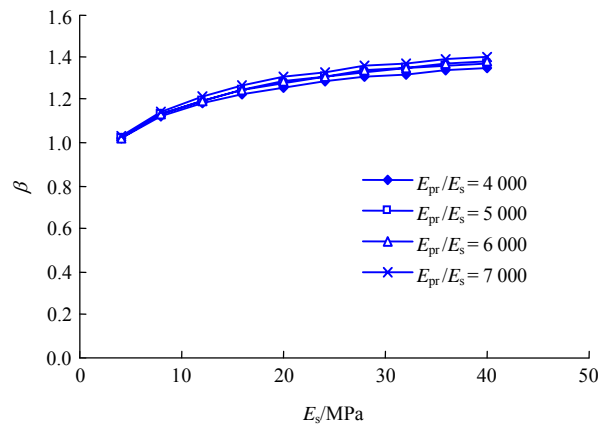
图 1 柔性桩桩长和地基复合模量关系图

Fig.1 Relationship between flexible pile length and composite modulus of foundation

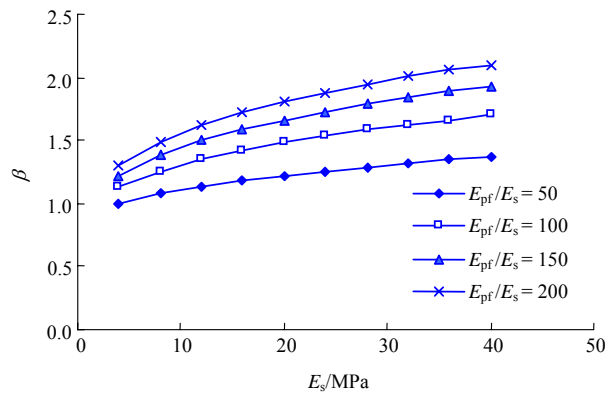
反映出随着柔性桩桩长增加， β 值也呈线性增加态势，柔性桩、土刚度比越高， β 变化速率越快。

5.2 桩周土对复合模量的影响

图 2(a)为刚性桩桩周土压缩模量和复合模量关系图。图中显示桩周土情况对 β 影响是显著的，桩



(a) 刚性桩



(b) 柔性桩

图 2 桩周土压缩模量和地基复合模量关系图

Fig.2 Relationship between soil compressive modulus around pile and composite modulus of foundation

周土质越硬， β 越高，两者关系是非线性的。当桩周土压缩模量较低时， β 增长速率较快；当桩周土压缩模量较高时， β 变化速率趋于平缓。图中表明桩周土压缩模量大于 20 MPa 以后，其变化对 β 的影响不显著。不同刚性桩、土刚度的变化曲线相当接近，柔性桩与土的刚度比对 β 与刚性桩桩周土压缩模量变化规律基本无影响。图 2(b)为柔性桩桩周土和地基复合模量关系图。图中表明 β 与柔性桩桩周土压缩模量变化关系与刚性桩类似，但柔性桩桩土模量比越高， β 对柔性桩桩周土压缩模量变化反应更敏感。

5.3 刚性桩桩端土对地基复合模量的影响

图 3 为刚性桩桩端土和地基复合模量关系图。图中表明，随着桩端土模量的增大， β 呈现出递增态势，当桩端土模量较小时 β 增长较快，而当桩端土模量较大时 β 增长速度变缓。

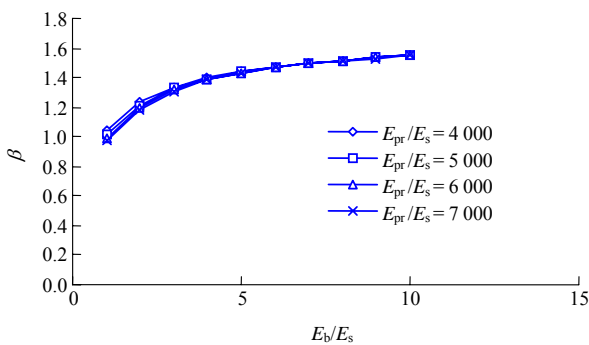


图 3 刚性桩桩端土模量和地基复合模量关系图

Fig.3 Relationship between modulus of soil at rigid pile tip and composite modulus of foundation

5.4 刚性桩桩端形状对地基复合模量的影响

图 4 为刚性桩桩端形状和地基复合模量关系

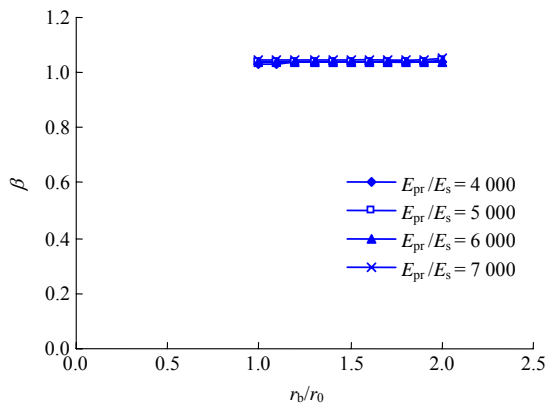


图 4 刚性桩桩端形状和地基复合模量关系图

Fig.4 Relationship between pile tip shape and composite modulus of foundation

图。横坐标为变化后桩径与原桩径的比值。图中表明刚性桩桩端形状和 β 关系曲线为水平线，说明桩端形状对 β 基本无影响。

6 结 论

面积加权法不能反映桩长作用和端桩效应，理论上存在较大的缺陷，而基于剪切位移的理论能弥补这方面的缺陷，因此计算结果更符合实际情况。但是本文理论推导是建立在线性模型基础上。只要建立桩土非线性模型(如双曲线模型)，对式(10)进行变换，显然按照以上思路是可以得出塑性状态下的复合地基复合模量，但是由于求解非线性方程时必须使用迭代法，因此只能采用半解析方法结合数值手段才能得出塑性状态下的复合模量。

参考文献(References):

- [1] ZHU K, XU R Q, GUO Y, et al. Test research on the behavior of composite foundations incorporating rigid and flexible piles[C]// PORBAHA A, SHEN S L, WARTMAN J, et al ed. Proceedings of Sessions of GeoShanghai, Ground Modification and Seismic Mitigation. Reston, USA: ASCE, 2006: 313 - 320.
- [2] 朱 奎. 刚 - 柔性桩复合地基设计理论探讨[J]. 湘潭大学自然科学学报, 2006, 28(1): 97 - 104.(ZHU Kui. Study on design theory of the composite foundation with rigid-flexible piles[J]. Natural Science Journal of Xiangtan University, 2006, 28(1): 97 - 104.(in Chinese))
- [3] 朱 奎, 徐日庆. 有无褥垫层刚 - 柔性桩复合地基性状对比研究[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(10): 1 230 - 1 235.(ZHU Kui, XU Riqing. Comparative study on behavior of composite foundation of rigid-flexible piles with or without cushion[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(10): 1 230 - 1 235.(in Chinese))
- [4] 龚晓南. 复合地基理论及工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.(GONG Xiaonan. Theories and engineering applications of composite foundation[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2002.(in Chinese))
- [5] 闫明礼, 王明山, 闫雪峰, 等. 多桩型复合地基设计计算方法探讨[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(3): 352 - 355.(YAN Mingli, WANG Mingshan, YAN Xuefeng, et al. Study on the calculation method of multi-type-pile composite foundation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(3): 352 - 355.(in Chinese))
- [6] 池跃君, 宋二祥, 陈肇元. 刚性桩复合地基沉降计算方法的探讨及应用[J]. 土木工程学报, 2003, 36(11): 19 - 23.(CHI Yuejun, SONG Erxiang, CHEN Zhaoyuan. A simplified method for settlement of rigid-pile composite foundation[J]. China Civil

- Engineering Journal, 2003, 36(11): 19 - 23.(in Chinese))
- [7] 闫明礼, 曲秀莉, 刘 伟, 等. 复合地基的复合模量分析[J]. 建筑科学, 2004, 20(4): 27 - 32.(YAN Mingli, QU Xiuli, LIU Wei, et al. Composite modulus analysis of composite foundation[J]. Building Science, 2004, 20(4): 27 - 32.(in Chinese))
- [8] 郑俊杰, 区剑华, 袁内镇, 等. 多元复合地基压缩模量参变量变分原理解析解[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(3): 317 - 321.(ZHENG Junjie, OU Jianhua, YUAN Neizhen, et al. Analytical solutions of composite modulus of multi-element composite foundation by parametric variational principle[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(3): 317 - 321.(in Chinese))
- [9] 王凤池, 朱浮声, 王晓初. 复合地基复合模量的理论修正[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2003, 24(5): 491 - 494.(WANG Fengchi, ZHU Fusheng, WANG Xiaochu. Theoretical analysis of the modulus of construction composite[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2003, 24(5): 491 - 494.(in Chinese))
- [10] 郭忠贤, 王占雷, 杨志红. 夯实水泥土桩复合地基承载力性状试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(7): 1 494 - 1 501.(GUO Zhongxian, WANG Zhanlei, YANG Zhihong. Experimental study on bearing capacity behavior of compacted cement-soil pile composite foundation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(7): 1 494 - 1 501.(in Chinese))
- [11] 张世民, 魏新江, 秦建堂. 长短桩在深厚软土中的应用研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(增2): 5 427 - 5 432.(ZHANG Shimin, WEI Xinjiang, QIN Jiantang. Research on application of long-short piles to deep-thick soft soil area[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(Supp.2): 5 427 - 5 432.(in Chinese))
- [12] 徐 洋, 谢康和, 何丽波, 等. 三维复合模型及其在散体桩复合地基分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(20): 3 405 - 3 412.(XU Yang, XIE Kanghe, HE Libo, et al. Establishment of three-dimensional composite model and its application to composite foundation with granular piles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(20): 3 405 - 3 412.(in Chinese))
- [13] 钱玉林. 水泥加固土复合模量的研究[J]. 工业建筑, 2001, 31(2): 31 - 33.(QIAN Yulin. Research on the composite modulus of cement-stabilized soil[J]. Industrial Construction, 2001, 31(2): 31 - 33.(in Chinese))
- [14] RANDOLPH M F, WROTH C P. Analysis of deformation of vertically loaded piles[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1978, 104(12): 1 465 - 1 488.