

弹性矩形板与弹性地基共同作用的简化算法

倪光乐

李成明

苏克之

(广东省水利水电科学研究所 广州 510610) (广州市房建设计院 广州 510030) (华南建设学院西院 广州 510405)

摘要 将基础板视为弹性板,通过对四角点支承、四边自由矩形板按弹性薄板考虑,求出其解析解,然后与现有的弹性地基模型相结合,得出弹性地基上弹性薄板与土共同作用的半解析解,给出了一些算例的结果。

关键词 弹性地基, 弹性板, 共同作用

分类号 TU 472

文献标识码 A

文章编号 1000-6915(2000)05-0659-07

1 前言

弹性地基上地基与基础板的共同作用问题,国内外学者已做了大量的研究^[1],其研究成果大体可分为3类:一类是数值法,即采用有限元、有限差分或其它数值方法,对地基选用某一模型,对基础板按弹性或弹塑性考虑,将基础板与地基一起进行分析^[2],得出有限个点上板的位移及内力;二类是解析法,即将地基假设为均质体且符合某一模型,如温克尔(Winkler)模型,基础板按弹性板进行分析;三类是工程近似法,即不考虑板的变形影响,对地基的沉降及反力,按较符合实际的模型进行计算,求出地基反力后,基础板的内力按无梁楼盖进行计算。数值法由于其复杂性,目前除特殊工程或大型项目外,一般在工程设计中较少采用;解析法由于其局限性(如不能考虑分层地基,不均匀地基等),因此在实际工程中应用也很少;工程近似法由于其较符合实际,且相对简单,易于理解,便于应用,因此在实际工程中的应用越来越广;如文[3]的集中力弹簧模型,由于它既能考虑分层地基,又能考虑不均匀地基的影响,因此,近年来仅在广东就已应用于几十项工程中。文[4]在文[3]的基础上,提出了考虑集中力弹簧相互影响的计算方法。但文[3, 4]对基础板视为绝对刚性,没有考虑基础板的变形与地基变形的相互影响。本文在文[3, 4]的基础上,考虑基础板为弹性矩形板,对其与地基的共同作用问题作进一步的探讨。

2 计算模型

2000年5月19日收到初稿,2000年6月28日收到修改稿。

作者 倪光乐 简介:男,36岁,1984年毕业于中山大学应用力学与工程系,现为高级工程师,中国科学院武汉岩土力学研究所在职博士生,主要从事岩土工程的咨询、设计、研究及测试工作。

考虑如图1所示的矩形板,设板沿x方向的长度为a,沿y方向的宽度为b,将板划分成 $n_1 \cdot n_2$ 个网格。第 i_1 个网格中点坐标

$$\begin{cases} x_{i_1 + (j_1 - 1)n_1} = (i_1 - 0.5)a/n_1 \\ y_{i_1 + (j_1 - 1)n_1} = (j_1 - 0.5)b/n_2 \end{cases} \quad (i_1 = 1, \dots, n_1; j_1 = 1, \dots, n_2)$$

设板0点的垂直位移为 Δ_0 ;沿x, y方向的转角分别为 α_0 和 β_0 。

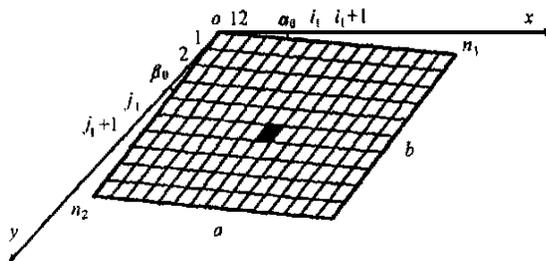


图1 矩形板网格图

Fig 1 Mesh of rectangle plate

假设板第 i 个网格的地基反力为 X_i ,则由文[2],板与土的变形协调方程为

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1N} & -1 & -x_1 & -y_1 \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2N} & -1 & -x_2 & -y_2 \\ & & & & & & \vdots \\ \delta_{N1} & \delta_{N2} & \dots & \delta_{NN} & -1 & -x_N & -y_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_N \\ \Delta_0 \\ \tan\alpha \\ \tan\beta \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \Delta_{1P} \\ \Delta_{2P} \\ \vdots \\ \Delta_{NP} \end{bmatrix}$$

$$N = n_1 \cdot n_2$$

式中: $\delta_{ij} = W_{ij} + S_{ij}$;

W_{ij} 为在 j 点作用单位力, 在 i 点产生板的挠度, 由本文第三部分得到;

S_{ij} 为在 j 网格作用单位力, 在 i 网格产生的地基沉降, 由文[3] 得到。

Δ_{ip} 为板在外荷载 P 的作用下, 在 i 点产生的挠度, 亦由第三部分得到。

板的平衡方程

$$Z = 0, \quad M_x = 0, \quad M_y = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ y_1 & y_2 & \dots & y_N & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_N & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_N \\ \Delta_0 \\ \tan\alpha_0 \\ \tan\beta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_z \\ M_x \\ -M_y \end{bmatrix}$$

综合上述的协调方程和平衡方程有

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1N} & -1 & -x_1 & -y_1 \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2N} & -1 & -x_2 & -y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \delta_{N1} & \delta_{N2} & \dots & \delta_{NN} & -1 & -x_N & -y_N \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ y_1 & y_2 & \dots & y_N & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_N & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_N \\ \Delta_0 \\ \tan\alpha_0 \\ \tan\beta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_{1P} \\ \Delta_{2P} \\ \vdots \\ \Delta_{NP} \\ F_z \\ M_x \\ -M_y \end{bmatrix} \quad (1)$$

对方程(1) 进行求解, 可得各弹簧反力 X_i 及板的位移。

3 四角点支承, 四边自由板挠度的计算

如图 2, 根据弹性薄板理论, 四角点支承, 四边

自由板的解可由四边简支板解叠加四个分别为一边广义简支边, 其余三边为简支边的解而求得。

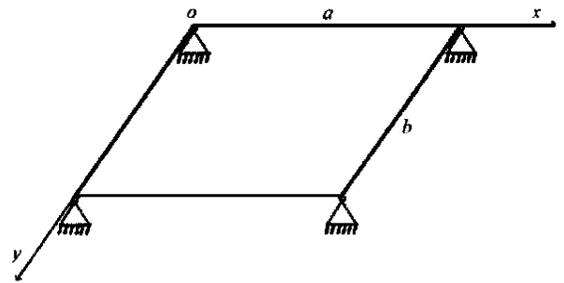


图 2 四角点支承矩形板

Fig 2 Rectangle plate with four corner points simply supported

3.1 四边简支板受在板内 $(\zeta - \zeta_0) \times (\eta - \eta_0)$ 面积上均布力 p 作用的解

由文[4]有

$$w_p(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{m,n} \sin \frac{m\pi\zeta}{a} \sin \frac{n\pi\eta}{b} \quad (2)$$

$$A_{m,n} = \frac{4p \left(\cos \frac{m\pi\zeta_0}{a} - \cos \frac{m\pi\zeta}{a} \right) \left(\cos \frac{n\pi\eta_0}{b} - \cos \frac{n\pi\eta}{b} \right)}{D \pi^6 m n \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2}$$

3.2 广义简支边解^[5]

如图 3, 对 $y = b$ 边为广义简支边, 其余三边为简支边的情形, 其边界条件为

$$\begin{cases} (w)_{y=b} = \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_m \sin \frac{m\pi x}{a} \\ (w)_{x=0} = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{x=0} = 0 \\ (w)_{y=0} = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{y=0} = 0 \\ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{y=b} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

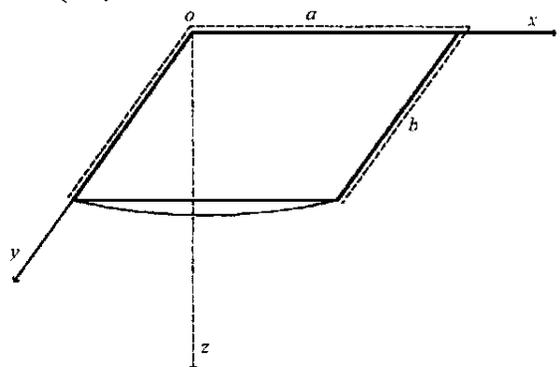


图 3 一边自由, 三边简支矩形板

Fig 3 Rectangle plate with one free side and three sides simply supported

对以上的边界条件, 由文[4]可得

$$w_1(x, y) = \frac{1-\mu}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\lambda_{1m}}{\text{sh} \alpha_m} \cdot \left[\left(\frac{2}{1-\mu} + \alpha_m \text{cth} \alpha_m \right) \text{sh} \frac{m\pi y}{a} - \frac{m\pi y}{a} \text{ch} \frac{m\pi y}{a} \right] \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (4)$$

同理可求得当 $x = a$ 为广义简支边, 其余三边为简支边时, 板的挠度为

$$w_2(x, y) = \frac{1-\mu}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_{2n}}{\text{sh} \beta_n} \cdot \left[\left(\frac{2}{1-\mu} + \beta_n \text{cth} \beta_n \right) \text{sh} \frac{u\pi x}{b} - \frac{u\pi x}{b} \text{ch} \frac{u\pi x}{b} \right] \cdot \sin \frac{u\pi y}{b} \quad (5)$$

当 $y = 0$ 为广义简支边, 其余三边为简支边时, 板的挠度为

$$w_3(x, y) = \frac{1-\mu}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\lambda_{3m}}{\text{sh} \alpha_m} \cdot \left[\left(\frac{2}{1-\mu} + \alpha_m \text{cth} \alpha_m \right) \text{sh} \frac{m\pi(b-y)}{a} - \frac{m\pi(b-y)}{a} \text{ch} \frac{m\pi(b-y)}{a} \right] \cdot \sin \frac{m\pi x}{a}$$

当 $x = 0$ 为广义简支边, 其余三边为简支边时, 板的挠度为

$$w_4(x, y) = \frac{1-\mu}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_{4n}}{\text{sh} \beta_n} \cdot \left[\left(\frac{2}{1-\mu} + \beta_n \text{cth} \beta_n \right) \text{sh} \frac{u\pi(a-x)}{b} - \frac{u\pi(a-x)}{b} \text{ch} \frac{u\pi(a-x)}{b} \right] \cdot \sin \frac{u\pi y}{b} \quad (6)$$

3.3 四角点支承, 四边自由板的解

3.3.1 将上述四个解迭加上四边简支板解 w_p

$$w = w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_p \quad (7)$$

令该解 w 在四边自由, 因弯矩为零自动满足, 只需令剪力为零即可。通过四组方程可求得 $\lambda_{1m}, \lambda_{2n}, \lambda_{3m}, \lambda_{4n}$, 代入式(7) 即得 $w(x, y)$ 。 $w(x, y)$ 即为四角点支承, 四边自由板的挠度。

广义剪力可用下式表示为

$$\begin{cases} V_x = -D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\mu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right] \\ V_y = -D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2-\mu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right] \end{cases} \quad (8)$$

从 $y = b$ 边剪力为零, 得到

$$(V_y)_{y=b} = D \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_{1m} \frac{Y_1(\alpha_m)}{b^3} \sin \frac{m\pi x}{a} - D \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{2n} \cdot E_{m,n} b (-1)^{m+n} \sin \frac{m\pi x}{a} - D \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_{3m} \cdot \frac{Y_2(\alpha_m)}{b^3} \sin \frac{m\pi x}{a} + D \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{4n} E_{m,n} b \cdot (-1)^n \sin \frac{m\pi x}{a} + D \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{u\pi}{b} \right)^3 + (2-\mu) \frac{u\pi}{b} \left(\frac{u\pi}{a} \right)^2 \right] \mathcal{A}_{m,n} (-1)^n \sin \frac{m\pi x}{a} = 0$$

式中:

$$\alpha_m = \frac{m\pi b}{a}, \quad \beta_n = \frac{u\pi a}{b}, \quad E_{m,n} = \frac{2\pi^2(1-\mu)^2 m^3 n^3}{(b^2 m^2 + a^2 n^2)^2},$$

$$Y_1(x) = \frac{(1-\mu)^2}{2} \left(\frac{3+\mu}{1-\mu} \text{cth} x + \frac{x}{\text{sh}^2 x} \right) x^3,$$

$$Y_2(x) = \frac{(1-\mu)^2}{2} \left(\frac{3+\mu}{1-\mu} \frac{1}{\text{sh} x} + \frac{x \text{ch} x}{\text{sh}^2 x} \right) x^3$$

取有限 N 项, 于是上述方程变为一组方程组:

$$\begin{aligned} & \frac{D Y_1(\alpha_m)}{b^3} \lambda_{1m} - D \sum_{n=1}^N b E_{m,n} (-1)^{m+n} \lambda_{2n} - \\ & \frac{D Y_2(\alpha_m)}{b^3} \lambda_{3m} + D \sum_{n=1}^N E_{m,n} b (-1)^n \lambda_{4n} = \\ & - D \sum_{n=1}^N \frac{u\pi^2}{b} \left[\frac{u^2}{b^2} + (2-\mu) \frac{m^2}{a^2} \right] \mathcal{A}_{m,n} (-1)^n \end{aligned} \quad (9)$$

同理从 $x = a$ 边剪力为零得到方程组:

$$\begin{aligned} & - D \sum_{m=1}^N a E_{m,n} (-1)^{m+n} \lambda_{1m} + a E_{m,n} (-1)^m + \\ & \frac{D Y_1(\beta_n)}{a^3} \lambda_{2n} + D \sum_{m=1}^N a E_{m,n} (-1)^m \lambda_{3m} - \frac{D Y_2(\beta_n)}{a^3} = \\ & - D \sum_{m=1}^N \frac{m\pi^3}{a} \left[\frac{u^2}{a^2} + (2-\mu) \frac{u^2}{b^2} \right] \mathcal{A}_{m,n} (-1)^m \end{aligned} \quad (10)$$

从 $y = 0$ 边剪力为零得到方程组:

$$\begin{aligned} & \frac{D Y_2(\alpha_m)}{b^3} \lambda_{1m} - D \sum_{n=1}^N b E_{m,n} (-1)^m b E_{m,n} (-1)^m \lambda_{2n} - \\ & \frac{D Y_1(\alpha_m)}{b^3} \lambda_{3m} + D \sum_{n=1}^N b E_{m,n} \lambda_{4n} = \\ & - D \sum_{n=1}^N \frac{u\pi^3}{b^3} \left[\frac{u^2}{b^2} + (2-\mu) \frac{m^2}{a^2} \right] \mathcal{A}_{m,n} \end{aligned} \quad (11)$$

从 $x = 0$ 边剪力为零得到方程组:

$$\begin{aligned} & - D \sum_{m=1}^N a E_{m,n} (-1)^n \lambda_{1m} + \frac{D Y_2(\beta_n)}{a^3} \lambda_{2n} + \\ & D \sum_{m=1}^N a E_{m,n} \lambda_{3m} - \frac{D Y_1(\beta_n)}{a^3} \lambda_{4n} = \\ & - D \sum_{m=1}^N \frac{m\pi^3}{a} \left[\frac{u^2}{a^2} + (2-\mu) \frac{m^2}{b^2} \right] \mathcal{A}_{m,n} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{令 } \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{bmatrix}$$

上述四个方程组可以写为一个大方程组:

$$K \lambda = V \quad (13)$$

式中:

$$K_{m,n} = \begin{cases} \frac{D Y_1(\alpha_m)}{b^3} & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
K_{m, n+N} &= -D b E_{m, n} (-1)^{m+n} \\
K_{m, n+2N} &= \begin{cases} -\frac{D Y_2(\alpha_n)}{b^3} & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases} \\
K_{m, n+3N} &= D b E_{m, n} (-1)^n \\
K_{n+N, m} &= -D a E_{m, n} (-1)^{m+n} \\
K_{m+N, n+N} &= \begin{cases} \frac{D Y_1(\beta_n)}{a^3} & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases} \\
K_{n+N, m+2N} &= D a E_{m, n} (-1)^m \\
K_{m+N, n+3N} &= \begin{cases} -\frac{D Y_2(\beta_n)}{a^3} & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases} \\
K_{m+2N, n} &= \begin{cases} \frac{D Y_2(\alpha_n)}{b^3} & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases} \\
K_{m+2N, n+N} &= -D b E_{m, n} (-1)^m \\
K_{m+2N, m+2N} &= \begin{cases} -\frac{D Y_1(\alpha_n)}{b^3} & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases} \\
K_{m+2N, n+3N} &= D b E_{m, n} \\
K_{n+3N, m} &= -D a E_{m, n} (-1)^n \\
K_{m+3N, n+N} &= \begin{cases} \frac{D Y_2(\beta_n)}{a^3} & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases} \\
K_{n+3N, m+2N} &= D a E_{m, n} \\
K_{m+3N, n+3N} &= \begin{cases} -\frac{D Y_1(\beta_n)}{a^3} & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases}
\end{aligned} \tag{14}$$

而

$$\begin{cases}
V_m = -D \sum_{n=1}^N \frac{u \pi^3}{b} \left[\frac{n^2}{b^2} + (2-\mu) \frac{m^2}{a^2} \right] \cdot \\
\quad A_{m, n} (-1)^n \\
V_{n+N} = -D \sum_{m=1}^N \frac{m \pi^3}{a} \left[\frac{m^2}{a^2} + (2-\mu) \frac{n^2}{b^2} \right] \cdot \\
\quad A_{m, n} (-1)^m \\
V_{m+2N} = -D \sum_{n=1}^N \frac{u \pi^3}{b} \left[\frac{n^2}{b^2} + (2-\mu) \frac{m^2}{a^2} \right] \cdot \\
\quad A_{m, n} \\
V_{n+3N} = -D \sum_{m=1}^N \frac{m \pi^3}{a} \left[\frac{m^2}{a^2} + (2-\mu) \frac{n^2}{b^2} \right] \cdot \\
\quad A_{m, n}
\end{cases} \tag{15}$$

方程(13)解得:

$$\lambda = K^{-1} V \tag{16}$$

$$\begin{cases}
\lambda_1 = \lambda_n \\
\lambda_2 = \lambda_{n+2N} \\
\lambda_3 = \lambda_{n+4N} \\
\lambda_4 = \lambda_{n+6N}
\end{cases} \tag{17}$$

所以四角点支承, 四边自由板的挠度为

$$\begin{aligned}
w(x, y) &= w_1(x, y) + w_2(x, y) + w_3(x, y) + \\
&w_4(x, y) + w_p(x, y) = \\
&\sum_{m=1}^N \lambda_{1m} w_{1, m} + \sum_{n=1}^N \lambda_{2n} w_{2, n} + \sum_{m=1}^N \lambda_{3m} \cdot \\
&w_{3, m} + \sum_{n=1}^N \lambda_{4n} w_{4, n} + w_p(x, y) = \\
&(w_{11} \dots w_{1N} \lambda_1 + \dots + (w_{41} \dots w_{4N}) \cdot \\
&\lambda_4 + w_p(x, y) = \\
&(w_{11} \dots w_{1N} w_{21} \dots w_{2N} \dots w_{4, N}) \lambda + w_p(x, y) = \\
&w K^{-1} V + w_p(x, y) \tag{18}
\end{aligned}$$

式中:

$$\begin{aligned}
w_{1, m} &= \frac{1-\mu}{2 \operatorname{sh} \alpha_n} \left[\left(\frac{2}{1-\mu} + \alpha_n \operatorname{cth} \alpha_n \right) \cdot \right. \\
&\left. \operatorname{sh} \frac{m \pi y}{a} - \frac{m \pi y}{a} \operatorname{ch} \frac{m \pi y}{a} \right] \sin \frac{m \pi x}{a}, \\
w_{2, n} &= \frac{1-\mu}{2 \operatorname{sh} \beta_n} \left[\left(\frac{2}{1-\mu} + \beta_n \operatorname{cth} \beta_n \right) \cdot \right. \\
&\left. \operatorname{sh} \frac{n \pi x}{b} - \frac{n \pi x}{b} \operatorname{ch} \frac{n \pi x}{b} \right] \sin \frac{n \pi y}{b}, \\
w_{3, m} &= \frac{1-\mu}{2 \operatorname{sh} \alpha_n} \left[\left(\frac{2}{1-\mu} + \alpha_n \operatorname{cth} \alpha_n \right) \cdot \right. \\
&\left. \operatorname{sh} \frac{m \pi (b-y)}{a} - \frac{m \pi (b-y)}{a} \operatorname{ch} \frac{m \pi (b-y)}{a} \right] \sin \\
&\frac{m \pi x}{a}, \\
w_{4, n} &= \frac{1-\mu}{2 \operatorname{sh} \beta_n} \left[\left(\frac{2}{1-\mu} + \beta_n \operatorname{cth} \beta_n \right) \cdot \right. \\
&\left. \operatorname{sh} \frac{n \pi (a-x)}{b} - \frac{n \pi (a-x)}{b} \operatorname{ch} \frac{n \pi (a-x)}{b} \right] \cdot \\
&\sin \frac{n \pi y}{b}.
\end{aligned}$$

3.3.2 单位地基反力作用下板产生的挠度(w_{ij} 的计算)

在 j 网格, $q_j = \frac{1}{a \cdot b} = \frac{u_1 u_2}{n_1 n_2}$

$$\begin{cases}
\zeta - \frac{a}{2n_1} & \zeta & \zeta + \frac{a}{2n_1} \\
\eta - \frac{b}{2n_2} & \eta & \eta + \frac{b}{2n_2}
\end{cases} \tag{19}$$

其中(ζ, η)为第 j 网格中点坐标, 则第 j 网格单位力作用在 i 点产生的板挠度

$$W_{ij} = w(x_i, y_i) = w(x_i, y_i) K^{-1} V_j + w_{q_j}(x_i, y_i) \tag{20}$$

其中 V_j 可由(15)式计算, 在计算 V_j 时取

$$\begin{aligned}
A_{m, n}^{(j)} &= \frac{[\cos \frac{m \pi}{a} (\zeta - \frac{a}{2n_1}) - \cos \frac{m \pi}{a} (\zeta + \frac{a}{2n_1})]}{D \pi^3 m n} \cdot \\
4q_j &[\cos \frac{u \pi}{b} (\eta - \frac{b}{2n_2}) - \cos \frac{u \pi}{b} (\eta + \frac{b}{2n_2})] \\
&\frac{1}{(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2})^2} \tag{21}
\end{aligned}$$

3.3.3 外荷载 P 作用在板 i 点产生的挠度 Δ_{ip} 的计



考虑图 4 所示的模型。

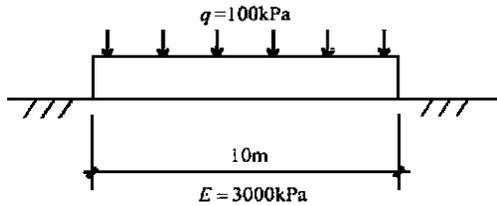


图 4 弹性地基上矩形板

Fig 4 Rectangle plate on elastic subgrade

设板基础为 10m × 10m，将板下地基划分为 10 × 10 个弹簧，如图 5 所示，作用在板上的均布荷载为 $q = 10 \text{ kPa}$ 。

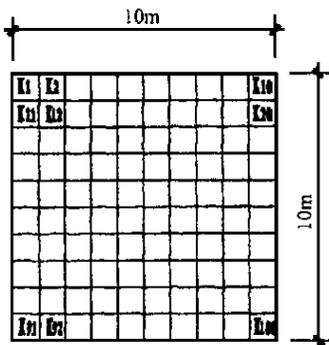


图 5 矩形板下地基弹簧分布图

Fig 5 Distribution of subgrade spring under the rectangle plate

(2) 当板为刚性板时，由文[3]，可得地基反力如图 6 所示，其中基础沉降 $S = 2.69 \text{ cm}$ 。

287	166	162	154	151	151	154	162	166	287
166	65	66	61	59	59	61	66	65	166
162	66	65	60	58	58	60	65	66	162
154	61	60	54	52	52	54	60	61	154
151	59	58	52	51	51	52	58	59	151
151	59	58	52	51	51	52	58	59	151
154	61	60	54	52	52	54	60	61	154
162	66	65	60	58	58	60	65	66	162
166	65	66	61	59	59	61	66	65	166
287	166	162	154	151	151	154	162	166	287

图 6 弹簧反力(1)(单位: kN)

Fig 6 Spring reactive forces(1) (unit: kN)

(3) 当板为弹性板时，设板厚为 0.5m，板弹性模量 $E = 3 \times 10^4 \text{ MPa}$ ， $\mu = 0.3$ ，则板下土弹簧反力如图 7 所示。

板四角点的沉降为 $\Delta_0 = 2.3 \text{ cm}$ ；板最大挠度为 $W = 6.7 \text{ mm}$ ；板的最大弯矩 $M_x = M_y = 146 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 。

对板厚分别为 0.5m, 1m 和 2m，其余参数不变的状况，计算结果如表 1 所示。

207	135	143	145	147	147	145	143	135	207
135	64	70	70	70	70	70	70	64	135
143	70	75	74	75	75	74	75	70	143
145	70	74	73	74	74	73	74	70	145
147	70	75	74	74	74	74	75	70	147
147	70	75	74	74	74	74	75	70	147
145	70	74	73	74	74	73	74	70	145
143	70	75	74	75	75	74	75	70	143
135	64	70	70	70	70	70	70	64	135
207	135	143	145	147	147	145	143	135	207

图 7 弹簧反力(2)(单位: kN)

Fig 7 Spring reactive forces(2) (unit: kN)

表 1 均布荷载下不同厚度板的计算结果

Table 1 Calculated result of rectangle plate with different thickness under even loading

板厚 /m	角点沉降 /cm	地基最大反力/kN	地基最小反力/kN	挠度 /cm	最大弯矩 /kN · m
0.5	2.3	207	74	0.67	146
1	2.6	271	55	0.13	230
2	2.68	285	51	0.02	247
刚性板	2.69	287	51	0	253

由表 1 可知，对均质地基，随着板厚增厚，板的挠度逐渐变小，而板的最大弯矩逐渐变大，地基最大反力与最小反力之比也越来越大，这是合理的。

6 结论

本文给出了弹性地基上弹性矩形板与地基土共同作用的一种新的计算方法，按此方法可计算出弹性矩形板在任意荷载作用下的内力、挠度及位移。实际算例结果表明，其计算结果是合理的。

致谢 本文是在陆培炎、袁建新教授的指导下完成的，在此特致以衷心的感谢！

参 考 文 献

- 1 宰金珉, 宰金璋 高层建筑基础分析与设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993
- 2 李永彪, 方亚非, 郑璐石 无拉力Winkler地基上自由薄梁板的接触区及其影响因素分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(6): 713~717
- 3 陆培炎 土、桩、结构共同作用的简化算法[A]. 见: 广东省成人科技大学, 广东省水利电力厅编 岩土及基础工程理论与实践[C]. 广州: [s.n.], 1992
- 4 倪光乐, 廖珊珊, 沈建华等 考虑相互影响的集中力弹簧模型及其应用[A]. 见: 曹洪, 陈晓文主编 第五届中国青年岩石力学与工程会议论文集[C]. 广州: 华南理工大学出版社, 1999
- 5 张福范 弹性薄板[M]. 北京: 科学出版社, 1984

A SIMPLE COMPUTATIONAL METHOD OF INTERACTION BETWEEN ELASTIC PLATE AND ELASTIC SUBGRADE

Ni Guangle¹, Li Chengming², Su Kezhi³

¹ Guangdong Provincial Research Institute of Water-Conservancy and Hydro-Power, Guangzhou 510610 China)

² Guangzhou Design Institute of House Construction, Guangzhou 510030 China)

³ The West College of South China Construction College, Guangzhou 510405 China)

Abstract The analytic solution of an elastic rectangle plate is presented under the condition of four corner points simply supported and four sides free. The half analytic solution of an elastic rectangle plate on elastic subgrade is also given by combining the above analytic solution and the concentrated spring model existing. Some computational results are presented.

Key words elastic subgrade, elastic plate, interaction

岩石爆破损伤断裂的细观机理及其力学特性研究

杨小林

(焦作工学院 焦作 454100)

博士学位论文摘要 通过理论分析与建模、实验室与现场试验、数值模拟计算三个方面,深入探讨了岩石在爆炸荷载作用下的细观断裂机理及损伤演化规律,对爆破损伤岩石的力学特性进行了实验研究和分析。

在分析研究现有岩石爆破损伤模型和岩石损伤断裂理论的基础上,提出了用宏观和细观相结合,用细观损伤断裂力学方法描述和计算了岩石爆破破碎过程,并将爆破过程分为应力波的动力作用和爆生气体的驱动及准静态应力场作用两个相互连贯,而作用机理又不尽相同的两个阶段:第一阶段为爆炸应力波作用下的动态损伤断裂初期效应,第二阶段为爆生气体的流体驱动和静态压力场作用下的损伤断裂后期效应,并分别研究了该两阶段岩石在爆炸荷载作用下的微裂纹扩展和损伤演化规律以及岩石爆破损伤断裂准则。在应用计算损伤材料有效模量的 Taylor 方法基础上,建立了一个适应范围更广的新的岩石爆破损伤模型;然后应用细观损伤力学和断裂力学理论,建立了岩石在爆生气体驱动下的宏观裂纹扩展及在静态压力场作用下的裂纹尖端损伤局部化模型,从而确定了岩石在爆炸荷载作用下的损伤场,揭示了岩石爆破损伤断裂的全过程实质。运用超动态应变测试、超声波及电镜对岩石爆破损伤断裂机理和破坏过程进行了实验研究,模拟了炮孔堵塞和无堵塞、耦合装药和不耦合装药、不同参数下的爆破过程,分析了不同爆破条件下岩石内部的微裂纹扩展、损伤演化和岩石破碎规律。结果表明:爆炸应力波对岩石的破坏作用主要体现在爆破近区,而在爆破中远区主要产生损伤,如果没有爆生气体的后期作用,这种损伤一般不会造成破坏;而爆生气体是裂纹扩展的主要原因,特别是在主裂纹的形成和扩展过程中起了十分重要的作用。实验结果验证了所建模型的正确性和合理性。在现场及实验室实验的基础上,分析研究了爆破对围岩的损伤作用,建立了岩石脆性细观损伤模型;并认为爆破对围岩的损伤作用体现在对岩石力学性能劣化和岩体完整性降低两方面,其损伤程度与装药条件、爆破参数及远场应力有密切关系,加大不耦合装药系数可以明显减弱对围岩的损伤作用;首次提出了爆破损伤岩石基本质量指标的概念,推导了爆破对岩体基本质量指标 BQ 公式的影响系数表达式,定量地分析了爆破对围岩质量影响与损伤程度,这对合理选取爆破参数和对围岩、边坡稳定有实用指导价值。以 DYN4-2D 程序为基本框架,采用小损伤条件下的解耦方法,实现了对岩石爆破过程的数值模型,计算模拟并对比了堵塞和无堵塞装药条件下的岩石爆破过程和损伤演化,数值模拟与实验结果基本一致。

关键词 岩石爆破, 损伤机理, 爆破损伤岩石, 力学特性

MESO-MECHANISM OF DAMAGE AND FRACTURE ON ROCK BLASTING AND ITS MECHANICAL BEHAVIORS

Yang Xiaolin

(Jiaozuo Institute of Technology, Jiaozuo 454100 China)

2000年1月21日收到来稿。

作者 杨小林 简介: 男, 1963年生, 1999年6月在中国矿业大学(北京校区)获博士学位, 导师是王树仁教授; 现为北方交通大学土木建筑工程学院博士后, 副教授, 主要从事爆破工程和岩土工程的教学和科研工作。