

## 平板摩擦抵抗値の再検討について\*1

正会員勝井 辰博\*2, 正会員姫野 洋司\*2  
正会員田原 裕介\*2

## On Reconsideration on Flat Plate Frictional Resistance

By Tokihiro KATSUI (*Member*), Yoji HIMENO (*Member*)  
and  
Yusuke TAHARA (*Member*)

This paper presents a new friction coefficient of flat plate in wide Reynolds number range. The main purpose of this study is to present a verification data for CFD calculation, which will be applied to predict ship performance in full scale Reynolds number. The friction coefficient is calculated by solving a differential equation without approximation that is based on momentum equation and Coles' wall-wake law. The parameters used in Coles' wall-wake law for the assumption of the velocity profile in turbulent boundary layer are determined based on reliable experimental data by Osaka et al. The calculated results of flat plate frictional resistance, local frictional resistance and velocity profile in turbulent boundary layer agree well with experimental ones.

However, few experimental data are available to verify the results at high Reynolds number, therefore the research should be continued focusing on the behavior of wake function at high Reynolds number.

**Keywords :** *Friction Coefficient, Flat Plate, Boundary Layer Theory, Schoenherr's Formula, Verification of CFD*

## 1. 緒言

本研究は平板の摩擦抵抗係数について境界層理論に基づいた再検討を行い、幅広いレイノルズ数の範囲における摩擦抵抗係数の推定値を新たに示したものである。本研究の目的は、外挿法による船舶の馬力推定のために必要な相当平板の摩擦抵抗係数値を正確に算定することだけでなく、近年盛んに行われるようになったCFDによる船舶の性能推定計算に対して検証データを提供することにある。今後、実船スケールのレイノルズ数でのCFD計算が多く行われることが予想されるから、特に実験結果の乏しい高レイノルズ数での摩擦抵抗値について信頼性の高い検証データを示すことが重要である。

日本の造船所においては古くから摩擦抵抗の算定にSchoenherr<sup>1)</sup>の式が利用されてきたため、CFD計算

結果の検証においてもこの式が用いられることが多い。しかしSchoenherrの式はあくまで実験公式であってばらつきのあるデータの平均的な値を取っていること、また実船スケールのレイノルズ数における実験データがないことに問題がある。ヨーロッパにおいてはITTCが1957年に提案したいわゆるcorrelation lineが標準的に用いられているようであるが、これに対し近年Grigson<sup>2)</sup>は境界層理論と種々の実験データにもとづいて算定された新しい摩擦抵抗係数値を提案している。運動量積分式に基づくこの方法では、摩擦抵抗係数の精度は境界層内の流速分布の推定精度に依存するため、速度分布に関する仮定の検証は重要である。大坂ら<sup>3)</sup>は平板摩擦抵抗の計測に際し、流れの2次元性の確保について厳密に検討を行っている。本研究では、大坂らの実験による平板の乱流境界層内速度分布に関する知見を援用して運動量積分方程式に基づく厳密な微分方程式を解き、広いレイノルズ数の範囲で平板の摩擦抵抗係数を算定した。

\*1 平成14年11月14日造船三学会連合大会において講演、原稿受付平成14年11月29日

\*2 大阪府立大学大学院工学研究科

## 2. 理論

### 2.1 運動量積分式

運動量積分式に基づいた平板摩擦抵抗係数の算定を行う。なお、本論に用いる記号の定義は文末に示すとおりである。2次元の圧力勾配のない平板周りの流れを考えると、運動量積分式は以下ようになる

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{2}C_f \quad (1)$$

これを  $x=0$  すなわち平板前縁で運動量厚さ  $\theta$  が 0 となる条件のもとに積分すれば

$$\theta = \frac{1}{2}C_f x \quad (2)$$

となる。この運動量厚さの境界層厚さに対する比は、摩擦速度を用いた無次元量によって以下のように表される。

$$\frac{\theta}{\delta} = \frac{1}{2}C_f \frac{Rn \cdot \sigma}{\delta^+} \quad (3)$$

一方、運動量厚さの定義式は

$$\theta \equiv \int_0^{\delta} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad (4)$$

であり、摩擦速度を用いた無次元量によって

$$\frac{\theta}{\delta} = \frac{1}{\delta^+} \int_0^{\delta^+} \sigma u^+ (1 - \sigma u^+) dy^+ \quad (5)$$

と表される。これにより (3), (5) 式から

$$\int_0^{\delta^+} u^+ (1 - \sigma u^+) dy^+ = \frac{1}{2}C_f Rn \quad (6)$$

の関係が得られる。ここで、無次元摩擦速度  $\sigma$  と局所摩擦抵抗係数  $C_f$  は

$$\sigma \equiv \frac{u_r}{U} = \sqrt{\frac{C_f}{2}} \quad (7)$$

の関係にある。また (1), (2) 式から平板摩擦抵抗係数と局所摩擦抵抗係数は

$$\begin{aligned} C_f &= C_F + \frac{dC_F}{dx} \\ &= C_F + Rn \frac{dC_F}{dRn} \end{aligned} \quad (8)$$

と関連付けられるので、無次元摩擦速度は

$$\sigma = \sqrt{\frac{C_F + Rn \frac{dC_F}{dRn}}{2}} \quad (9)$$

と表される。(6), (9) 式は乱流境界層内の流速分布が分かれば、平板摩擦抵抗係数  $C_F$  に関する微分方程式を与えるものである。

### 2.2 乱流境界層内速度分布

平板乱流境界層内の流速分布は Fig. 1 に示すような摩擦速度を用いた相似則が知られている。図中に示したように I. 粘性応力が卓越する直線低層, II. 粘性応力とレイノルズ応力が同程度のバッファ層, III. レイノルズ応力が卓越する対数領域から外層。の 3 領域に分割すれば、それぞれの領域での流速分布は以下のように与えられる。

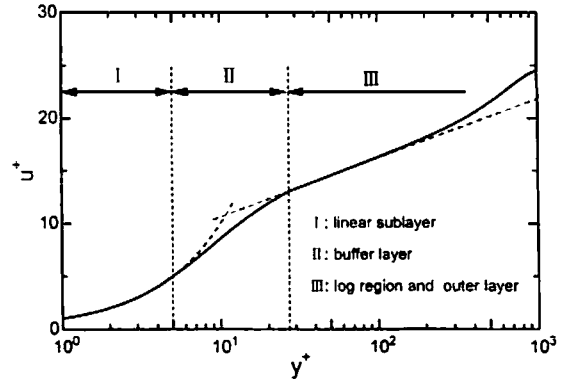


Fig. 1 Time averaged structure of turbulent boundary layer.

$$\text{I. } u^+ = y^+ \quad (10)$$

$$\text{II. } \begin{cases} \frac{du^+}{dy^+} = \frac{1}{1 + \nu_t/\nu} \\ \frac{\nu_t}{\nu} = \kappa (y^+ - \lambda_1 \tanh(y^+/\lambda_1)), \lambda_1 = 11 \end{cases} \quad (11)$$

$$\text{III. } \begin{cases} u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C + \frac{\Pi}{\kappa} w(y^+/\delta^+) \\ w(y^+/\delta^+) = 1 - \cos(\pi y^+/\delta^+) \end{cases} \quad (12)$$

(11) 式は Reichardt<sup>4)</sup> の式, (12) 式は Coles の式である。式中の  $\kappa$  はカルマン定数,  $C$  は対数則の切片,  $\Pi$  は後流パラメタと呼ばれ実験等により定められる。(12) 式が適用される範囲は境界層の最下層を除く大部分であるため、摩擦抵抗値はこれらの値に大きく依存する。したがってこれらのモデル係数の値の設定には注意を要する。大坂ら<sup>3)</sup> は圧力勾配のない滑面平板乱流境界層において運動量積分式を確認し、 $Rn_\theta = 840 \sim 6220$  の範囲 ( $Rn = 2.8 \times 10^5 \sim 3.5 \times 10^6$  程度と推定される) で直接測定装置によって局所摩擦抵抗係数を求めた。彼らは既存の実験データとの比較を行い、流場の 2次元性の確保の程度が摩擦抵抗の計測値に影響することを指摘している。この中で速度分布について以下のような結論を示している。

i) 計測したすべてのレイノルズ数の範囲において対

数直線部が存在し、その傾きであるカルマン定数  $\kappa$  の値は 0.41 である。

ii) 対数則の切片  $C$  は低レイノルズ数でレイノルズ数が減少するにしたがって増加する。

iii) 後流パラメタ  $\Pi$  は (13) 式で表される Coles の式でよく近似でき高レイノルズ数で 0.62 に漸近する。

$$\Pi = 0.62 - 1.21 \exp(-\delta^+/290) \quad (13)$$

大坂らの実験のレイノルズ数は模型船の範囲の域を越えないものであるが、本研究ではこれらの結果を参考にして、 $\kappa = 0.41$ 、 $C = 5.0$  を採用し、後流パラメタ  $\Pi$  については (13) 式を用いることとした。このように  $\kappa$ 、 $C$ 、 $\Pi$  を与えれば、(10)~(12) 式を積分し、運動量厚さを求めることができる。(10)~(12) 式の適用範囲については以下のように定めた。  $0 \leq y^+ \leq 5$  では (10) 式を用い、それ以後  $y^+ = 5$ 、 $u^+ = 5$  から (11) 式に基づいて積分して  $u^+$  を定め、この値が (12) 式の値と一致したところ ( $y^+ = 27.2$ ) から以降は (12) 式を用いる。

### 2.3 微分方程式

ここで  $F_1(\delta^+)$ 、 $F_2(\delta^+)$  を以下のように定義する。

$$\begin{aligned} F_1(\delta^+) &\equiv \int_0^{\delta^+} u^+ dy^+ \\ &= \int_0^{y_1^+} y^+ dy^+ \\ &+ \int_{y_1^+}^{y_2^+} \left( \int_{y_1^+}^{y^+} \frac{dy^+}{1 + \kappa(y^+ - \lambda_1 \tanh(y^+/\lambda_1))} + y_1^+ \right) dy^+ \\ &+ \int_{y_2^+}^{\delta^+} \left( \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C + \frac{\Pi}{\kappa} \left( 1 - \cos \left( \pi \frac{y^+}{\delta^+} \right) \right) \right) dy^+ \end{aligned} \quad \dots (14)$$

$$\begin{aligned} F_2(\delta^+) &\equiv \int_0^{\delta^+} (u^+)^2 dy^+ \\ &= \int_0^{y_1^+} (y^+)^2 dy^+ \\ &+ \int_{y_1^+}^{y_2^+} \left( \int_{y_1^+}^{y^+} \frac{dy^+}{1 + \kappa(y^+ - \lambda_1 \tanh(y^+/\lambda_1))} + y_1^+ \right)^2 dy^+ \\ &+ \int_{y_2^+}^{\delta^+} \left( \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C + \frac{\Pi}{\kappa} \left( 1 - \cos \left( \pi \frac{y^+}{\delta^+} \right) \right) \right)^2 dy^+ \end{aligned} \quad \dots (15)$$

$$\text{ただし、} \begin{cases} y_1^+ = 5.0, y_2^+ = 27.2, \lambda_1 = 11, \\ \kappa = 0.41, C = 5.0 \\ \Pi = 0.62 - 1.21 \exp(-\delta^+/290) \end{cases}$$

である。このとき、(6) 式は以下のように表される。

$$F_1(\delta^+) - \sqrt{\frac{C_F + Rn \frac{dC_F}{dRn}}{2}} F_2(\delta^+) = \frac{1}{2} C_F Rn \quad (16)$$

(16) 式のみでは  $\delta^+$  を定めることができない。(12) 式の流速分布において境界層外端で、流速が一様流速となることを考慮すれば

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\kappa} \ln(\delta^+) + C + \frac{\Pi}{\kappa} w(1) \quad (17)$$

となる。具体的には

$$\begin{aligned} &\sqrt{\frac{2}{C_F + Rn \frac{dC_F}{dRn}}} \\ &= \frac{1}{\kappa} \ln(\delta^+) + C + \frac{2}{\kappa} (0.62 - 1.21 \exp(\delta^+/290)) \end{aligned} \quad (18)$$

を得る。(16)、(18) 式は  $Rn$  および  $C_F$  を与えたとき、 $dC_F/dRn$  および  $\delta^+$  を未知とする連立方程式、すなわち微分方程式である。適当な初期値、 $Rn$  および  $C_F$  を与えれば  $dC_F/dRn$  および  $\delta^+$  が得られ、ルンゲクッタ法等により各  $Rn$  に対する  $C_F$  の値を算定できる。ただし、(8) 式にもとづいて  $\Pi$  を定める場合、レイノルズ数が小さく  $\delta^+$  が小さな値となる場合、 $\Pi$  の値が負となって不都合である (具体的には  $\delta^+ < 193$  の場合)。実験結果によれば低レイノルズ数において  $\Pi$  はほぼ 0 である。ここでは得られた  $\delta^+$  が 193 以下の場合には  $\Pi = 0$  とした。

## 3. 計算結果と考察

### 3.1 微分方程式の初期値依存性

微分方程式を解くにあたり初期値を設定する必要があるため、微分方程式の初期値依存性についての調査を行った。具体的には初期値として  $Rn = 1.0 \times 10^4$  に対して Schoenherr の式より求められた平板の全摩擦抵抗係数の値、およびその 1.1 倍と 0.9 倍の値の 3 種類の初期値を与えたときの計算を行った。この結果を Fig. 2 に示す。それぞれの初期値に対する解はレイノルズ数が増加するにしたがって同じ値に漸近し、 $Rn = 1.0 \times 10^5$  まで達するとほぼ差がなくなることが分かる。一方、この 3 種類の初期値に対する局所摩擦抵抗係数の計算結果は Fig. 3 のようになる。平板の全摩擦抵抗係数  $C_F$  の初期値を大きく設定すると局所摩擦抵抗係数  $C_f$  は小さな値をとり、逆に  $C_F$  の初期値を小さく設定すると  $C_f$  は大きな値をとる。この差もレイノルズ数が大きくなるにしたがって小さくなり、 $C_F$  の計算結果の差がなくなるあたりで  $C_f$  の差もなくなる。すなわち、 $C_F$  の計算結果に対する初期値影響は

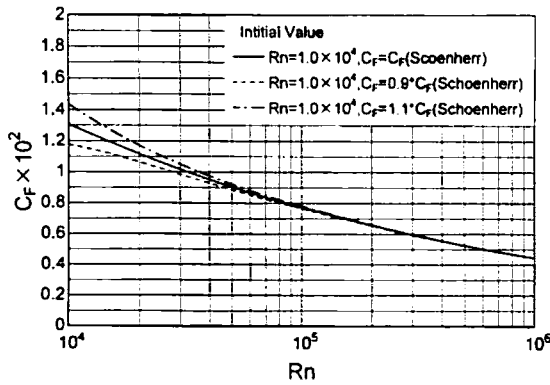


Fig. 2 Dependency of initial value to the solution of differential equation.

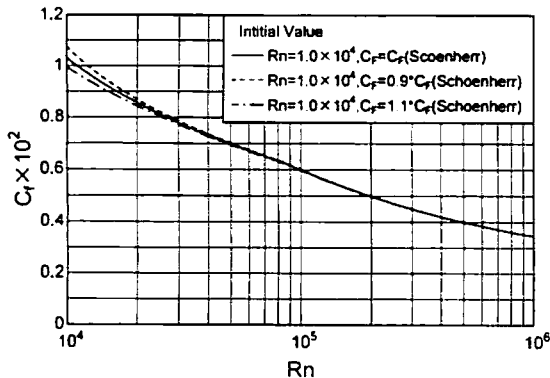


Fig. 3 Dependency of initial value to the calculated results of local friction coefficient.

$C_f$  の差によって相殺され、レイノルズ数が大きくなるとその影響がなくなるといえる。このため本論では  $Rn = 1.0 \times 10^4$  で Schoenherr の式より求められた  $C_F$  を初期値として計算した結果について  $Rn = 1.0 \times 10^5$  以上のものを採用することにする。

局所摩擦抵抗係数  $C_f$  の計算結果には  $Rn = 1.0 \times 10^5$  付近で変化が滑らかではない点が存在するが、これは後流パラメタ  $\Pi$  の値として  $\delta^+$  が 193 以下の場合 0、それ以上の場合 (13) 式に基づいた値を採用しているためであり、この点はちょうど  $\delta^+ = 193$  になるレイノルズ数である。後流パラメタの値について 0 から滑らかに (13) 式に接続するように取り扱えばこのようなことは起きないと考えられるが、平板摩擦抵抗係数そのものは局所摩擦抵抗の積分値であるため滑らかな曲線であり、大きな影響はないと考える。

### 3.2 境界層内流速分布

(16), (18) 式より  $\delta^+$  が確定すれば、境界層外端位置と後流パラメタ  $\Pi$  が確定するので、(10)~(12) 式によ

り境界層内流速分布が得られる。この結果を大坂らの実験結果と比較したものを Fig. 4 に示す。大坂らの実験では運動量厚さに基づくレイノルズ数  $Rn_\theta$  を用いているため、計算結果もこれに合わせた。図中に示した  $Rn_\theta = 840, 1230, 2100, 2990, 4400, 5230, 6040$  に対応するレイノルズ数は計算結果においては  $Rn = 2.77 \times 10^5, 4.58 \times 10^5, 9.22 \times 10^5, 1.45 \times 10^6, 2.36 \times 10^6, 2.93 \times 10^6, 3.50 \times 10^6$  である。各レイノルズとも粘性低層から境界層外端に至るまで両者はよく一致している。

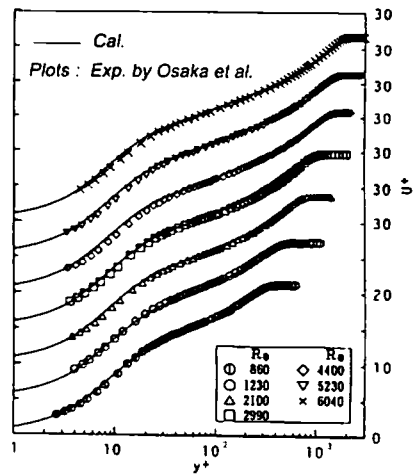


Fig. 4 Comparison of velocity profile. (Experimental data are obtained by Osaka et al.<sup>3)</sup>)

### 3.3 局所摩擦抵抗係数

Fig. 5 に局所摩擦抵抗係数について計算結果と大坂らの実験結果との比較を示す。図中の上段にレイノルズ数に対応した値を、下段に運動量厚さに基づくレイノルズ数に対応した値を示してある。白丸が大坂らの直接計測の値であり、二点鎖線が本論の計算結果である。大坂らの実験値は図中にもあるように Schoenherr の式および他者の実験結果と比較小さい。この理由を大坂らは、他者の実験では流場の 2 次元性が確保されていないためであるとしている。本論の結果はレイノルズ数が小さいところを除いて大坂らの値とほぼ一致している。

Fig. 6 に高レイノルズ数における局所摩擦抵抗係数の計算結果を Grigson<sup>2)</sup> の計算結果に重ねたものを示す。本研究の値は総じて Grigson のものより小さく、Kempf の実験結果とよい一致を示す。Grigson の値はむしろ supersonic での実験結果に近い。

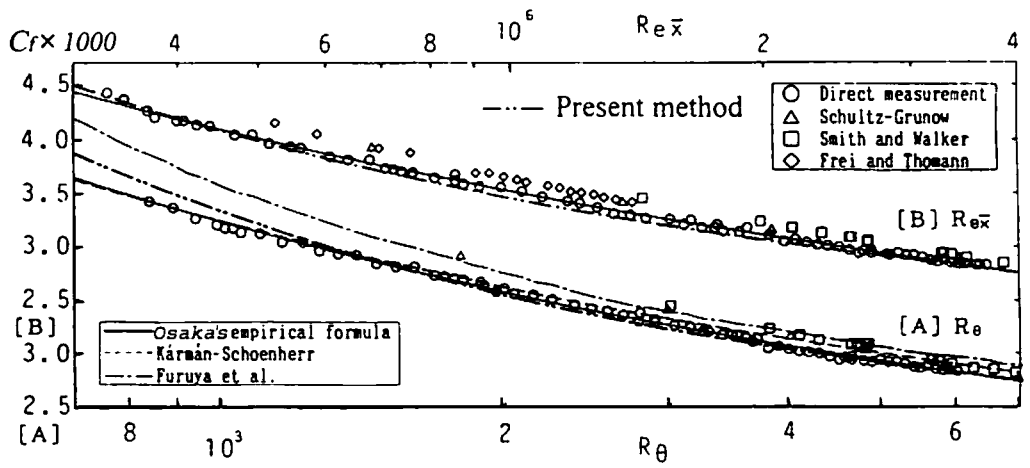


Fig. 5 Comparison of local friction coefficient. (Experimental data are obtained by Osaka et al.<sup>3)</sup>)

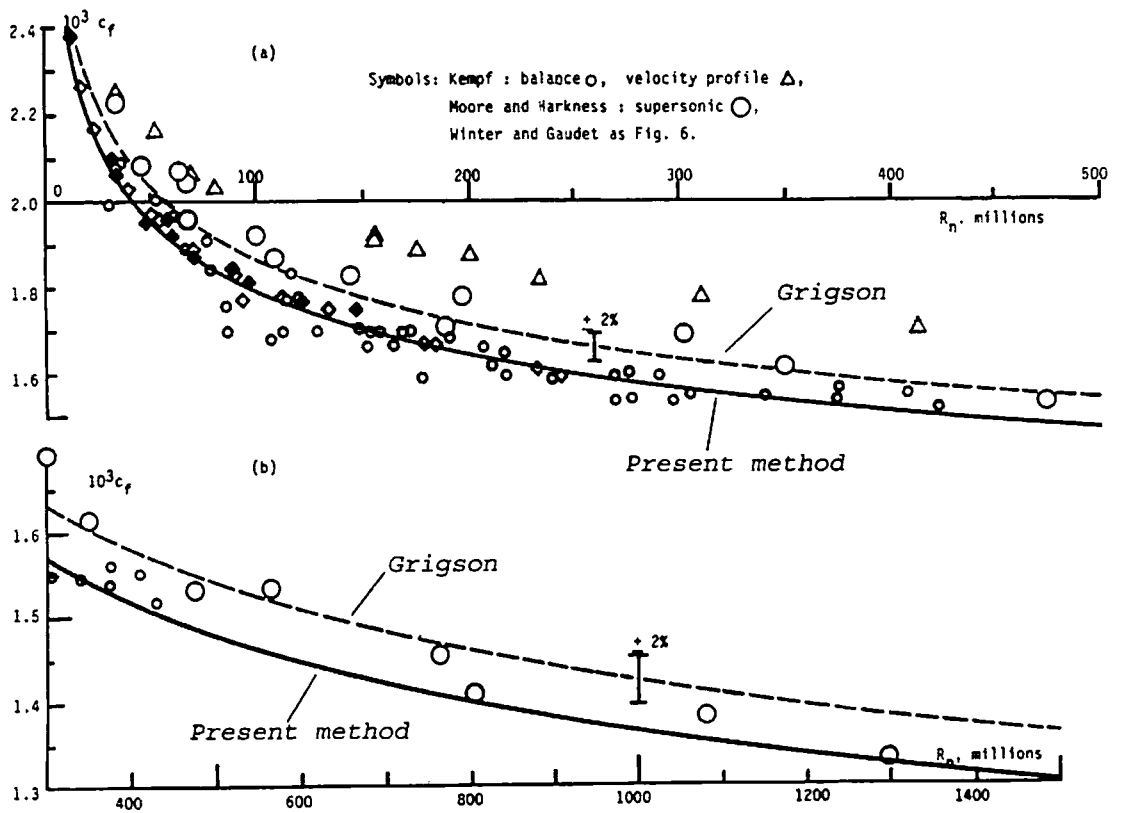


Fig. 6 Comparison of local friction coefficient with Grigson's results.

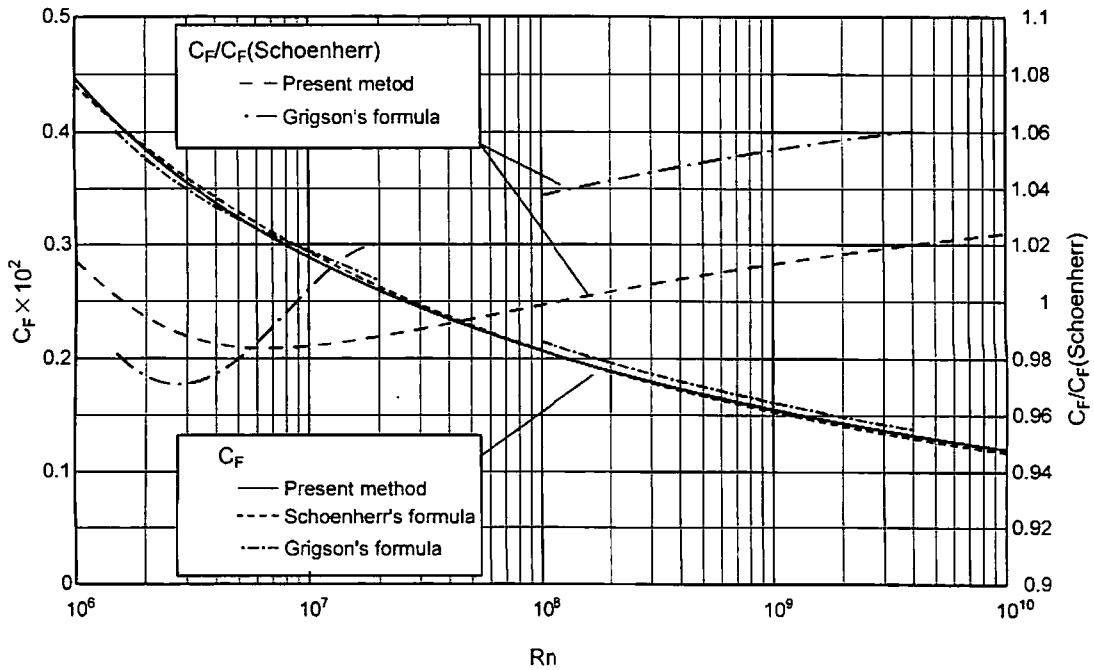


Fig. 7 Comparison of friction coefficient of flat plate.

### 3.4 平板摩擦抵抗係数

Fig. 7に平板の全摩擦抵抗係数値の計算結果を示す。本論およびGrigson<sup>2)</sup>の値のSchoenherrの値に対する比をあわせて図示してある。本論の結果は $Rn = 1.6 \times 10^6$ を超えるあたりからSchoenherrの値よりも小さな値をとり $Rn = 7.0 \times 10^6$ 付近でその比が最小になる。このとき本論の結果はSchoenherrに比べて約1.6%小さい。その後、緩やかにSchoenherrの値に近づき、 $Rn = 8.0 \times 10^6$ 付近で一致し、それ以降Schoenherrの値よりも大きくなる。その差は徐々に大きくなり $Rn = 1.0 \times 10^{10}$ では約2.4%となる。一方Grigsonの値は $Rn = 1.5 \sim 5.0 \times 10^6$ 付近で本論の結果よりもさらに小さい。Schoenherrの値と比較すると $Rn = 3.0 \times 10^6$ 付近においてその差は最大となり、Schoenherrの値よりも約3%程度小さくなる。その後Schoenherrの値に近づき、 $Rn = 9.0 \times 10^6$ 付近で一致した後、Schoenherrの値より大きくなり $Rn = 2.0 \times 10^7$ では約2%大きくなる。 $Rn = 1.0 \times 10^8$ 以上では常に本論の結果よりも大きく、 $Rn = 4.0 \times 10^9$ ではSchoenherrに比して6%大きな値となる。高レイノルズ数での摩擦抵抗の計測を行ったKempf<sup>6)</sup>の実験との比較をFig. 8に示す。Schoenherrの値と本論の結果にそれほど大きな差はないが、本論の結果がKempfの実験結果に最も近い値をとっていると思われる。本

論とGrigsonの計算結果の違いは速度分布則に用いるモデル定数の違いや計算手法の違いによるものと考えられるが、今後詳細な比較検討が必要であると考えられる。

また、本論では $\Pi$ の値として(13)式を採用している。これは $Rn = 4.0 \times 10^6$ 程度までの実験結果では検証されているものの、高レイノルズ数については不明である。高レイノルズ数において本論で用いた値は(13)式の漸近値である0.62であり、これはあくまで外挿に過ぎないが、現在のところ高レイノルズ数の極限で $\Pi$ の値が漸近しない状況は想定し難い。また $\kappa$ や $C$ の値はあくまで壁法則(低レイノルズ数)で定められるべきであり、高レイノルズ数領域( $10^8$ 以上)での議論はさほど重要ではないと考える。もっとも、高レイノルズ数における $\Pi$ の漸近値等、境界層外層の挙動については今後CFDを援用した検討が必要であろう。以上により、今回の結果は現時点での平板乱流境界層の研究成果をできる限り反映して実船レベルの高レイノルズ数領域まで拡張したものと言える。

### 4. 結言

本研究は平板の摩擦抵抗係数について運動量積分式に基づく厳密な微分方程式を解き、平板摩擦抵抗係数を算定した。境界層内速度分布については大坂らの実験結果をもとにパラメタを定め、粘性低層から境界層

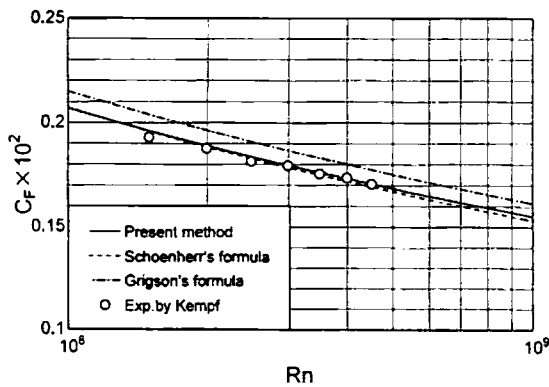


Fig. 8 Comparison of friction coefficient of flat plate at high Reynolds number with experimental results.

外端に至るまでの速度分布を考慮に入れた。得られた計算結果は大坂らの実験結果に対して低レイノルズ数の範囲内ではあるものの、境界層内速度分布、局所摩擦抵抗係数ともによく一致した。高レイノルズ数における値についても計算を行い、Kempfの実験結果に対して矛盾のない結果を得ている。ただし、高レイノルズ数での計算に用いた境界層内流速分布のパラメタは低レイノルズ数における値を外挿したものであり、今後CFD計算等の結果を援用し本論の計算手法の検証および改良を行う予定である。

#### 記号表

- $x, y$ : 主流方向および鉛直方向の座標
- $U$ : 一様流速
- $u$ : 主流方向の流速
- $\rho$ : 流体の密度
- $\nu$ : 流体の動粘性係数
- $\tau_w$ : 壁面摩擦応力
- $u_\tau$ : 摩擦速度
- $\delta$ : 境界層厚さ
- $\theta$ : 運動量厚さ ( $= \int_0^\delta u/U(1-u/U)dy$ )
- $C_f$ : 局所摩擦抵抗係数
- $C_F$ : 摩擦抵抗係数
- $Rn$ : 平板長さに基づくレイノルズ数 ( $= UL/\nu$ )
- $Rn_\theta$ : 運動量厚さに基づくレイノルズ数 ( $= U\theta/\nu$ )
- $u^+$ : 摩擦速度で無次元化した主流方向流速 ( $= u/u_\tau$ )
- $y^+$ : 摩擦速度と壁面からの距離に基づくレイノルズ数 ( $= u_\tau y/\nu$ )
- $\delta^+$ : 摩擦速度と境界層厚さに基づくレイノルズ数 ( $= u_\tau \delta/\nu$ )
- $\sigma$ : 無次元摩擦速度 ( $= u_\tau/U$ )

#### 参考文献

- 1) Karl E. Schoenherr: Resistance of Flat Surfaces, Trans SNAME, Vol. 40, pp.279-313, 1932.
- 2) C. W. B. Grigson: An Accurate Smooth Friction Line for Use in Performance Prediction, Trans RINA, PART A, Vol. 135, pp.149-162, 1993.
- 3) 大坂英雄, 亀田孝嗣, 望月信介: 滑面乱流境界層の局所壁面摩擦抵抗係数と平均量特性, 日本機械学会論文集, (B編)62巻598号, pp.138-145, 1996.
- 4) 谷一郎: 流体力学の進歩(乱流). 丸善.
- 5) G. Kempf: Neue Ergebnisse der Widerstandsforschung, Werft Reederei u. Hafen, June, 1929.

#### 討 論

【討論】 田村 欣也

新しい平板の摩擦抵抗係数を算定された事に敬意を表します。第8回ITTCにおいてITTC 1957 Correlation Lineが暫定的に採択されてから既に半世紀近くが経過しており、これを見直すための新しい試みが是非とも必要とされる段階に来ております。現在ITTCにおいては、Resistance及びPropulsion Committeeにおいて夫々Grigsonの式が取り上げられておりますが、必ずしも式自体やそれを算出した根拠についての十分な検討を行う事なしに、その採否の論議が進められる傾向が見られるようで甚だ憂慮にたえません。この問題に対する日本のinitiativeを確保する上からも、今回の研究は非常に貴重なものと思っております。是非とも速やかに英文リポートを関係するITTCの技術委員会に送付して、議論を喚起して頂きたいとお願い致します。

【回答】

ありがとうございます。ご提案いただいた英文リポートを関係するITTCの技術委員会に送付する件につきまして、今後英文の論文を執筆する方向で検討してまいりたいと考えております。また、ご指摘のとおりGrigsonの研究に対する評価、検証を十分に行う必要があると考えます。今回の我々の結果と比較しますと、Grigsonの平板摩擦抵抗係数の値は、模型レベルよりも低いレイノルズ数で我々の値よりは低め、実船レベルでは逆に少し高めの値のようであります。このように、現状では結果の比較にとどまっておりますが、今後の研究のなかで十分な検証をしていきたいと考えております。ただ、私たちの研究の意図は外挿法に用いるための新しいFriction Lineを提案するということではなく、今後増えるであろうCFDによる実船性能推定に対して摩擦抵抗に関する評価基準を提案することにあります。その点をご理解いただけますと幸いです。

【討論】 (大阪大学) 田中 一朗

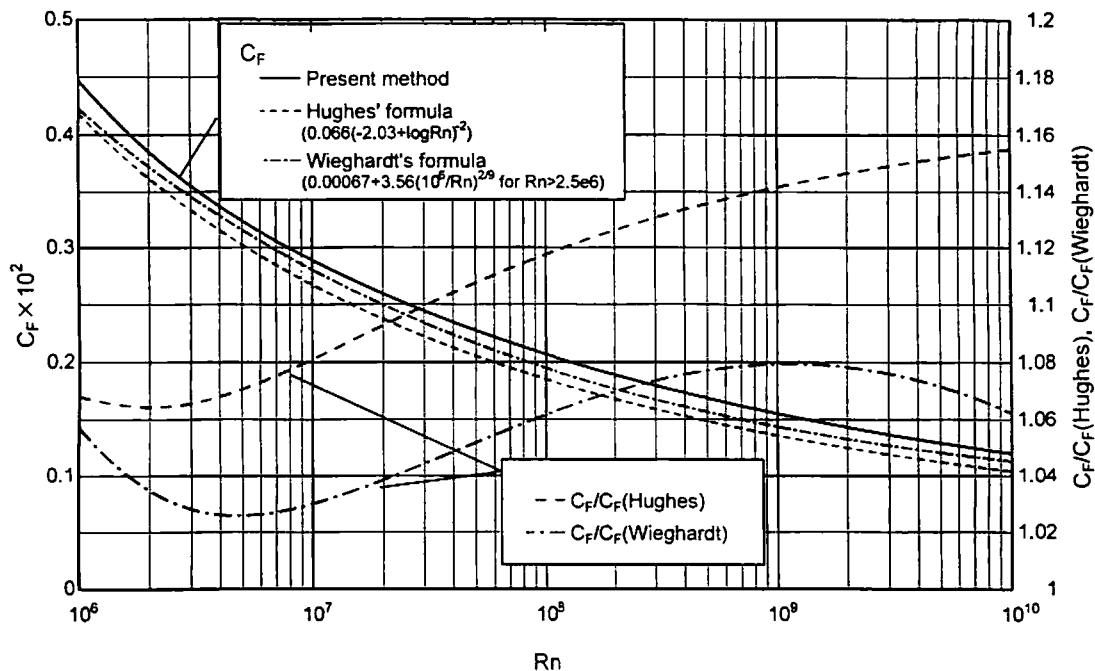


Fig. 9 Comparison of friction coefficient with Hughes and Wieghardt's formula.

- (1) 考え方はきちんとした境界層理論に従い、これにコンピュータ時代の計算手法を導入してまとめられた本論文は、大変興味深く、有益と考えます。
- (2) 船舶関係の論文では2次元性を合理的に検討したのものとしてWieghardtの優れた研究があります。これとの比較を行ってもらいたいと思います。

[回答]

ありがとうございます。ご指摘頂いた、Wieghardtの研究との比較についてFig. 9にHughes<sup>A-1)</sup>およびWieghardt<sup>A-2)</sup>の式との比較を示します。概観すると、図示したレイノルズ数の範囲( $10^6 < Rn < 10^{10}$ )で、本研究の結果はHughesに比べて $C_F$ の値で $2.0 \times 10^{-4}$ 程度大きく、Wieghardtと比較すると $1.0 \times 10^{-4}$ 程度大きくなっております。

- A-1) G. Hughes : Frictional Resistance of Smooth Plane Surfaces in Turbulent Flow - New Data and a Survey of Existing Data, Trans I.N.A. 1952.
- A-2) K. Wieghardt : Uber den Reibungswiderstand von Platten - Bemerkungen zu zwei Arbeiten von G. Hughes. -, Schiff und Hafen 1955, Heft 2.