

# 非定常境界層の非線形効果による摩擦抵抗の低減\*1

正会員 藪下 和樹 \*2

## Frictional Drag Reduction by the Nonlinear Effect of an Unsteady Boundary Layer

By Kazuki YABUSHITA (Member)

An unsteady boundary layer past an elastic flat plate with a leading fixed edge and a surging trailing edge was investigated utilizing both numerical and analytical methods. Analytical solutions for low and high frequencies were easily obtained along with conditions for the reduction of the skin friction drag. However, the analytical solution for intermediate frequencies were significantly more difficult. Since intermediate frequencies have some potential for application to engineering problems, a numerical method was chosen to analyze intermediate frequencies. The numerical results revealed a reduction of the skin friction drag from its steady state at intermediate frequencies.

**Keywords :** Drag Reduction, Additional Pressure Gradient, Apparent Friction Force, Skin Friction, Flat Plate, Unsteady Boundary Layer

### 1. 緒言

粘性抵抗とりわけ摩擦抵抗を減少させることは船舶流体力学にとって古くから重要な問題ではあったが実現が難しい問題でもあった。近年、乱流の組織構造に着目して摩擦抵抗を抑えようとする研究が盛んに行われている。リブレット、マイクロバブル、弾性皮膜のようなものである<sup>1)2)3)</sup>。こうした乱流の性質に着目した摩擦抵抗低減の他に、振動流に関する境界層方程式の非線形効果による摩擦抵抗低減の可能性がSchlichting<sup>4)</sup>, Telionis<sup>5)</sup>により指摘されていた。非定常境界層の研究<sup>5)6)7)</sup>は発展したもののその後この摩擦抵抗低減の研究が行われていないというのが現状であろう。

そこで本研究では振動境界層の摩擦抵抗を減少させる効果について理論的、数值的に調査することとした。対象とした流れは2次元で一様流中に有限平板を流れと平行に置いたものとし、平板の前端を固定し、後端を前後に伸縮させるモデルである (Fig.1)。平板は主流方向 ( $x$  方向) のみに伸縮し、上下方向 ( $y$  方向) には変動しない。実際に摩擦抵抗の低減があると推測されている高

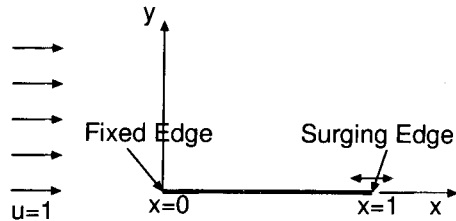


Fig. 1 Elastic flat plate.

速遊泳時のイルカ<sup>8)</sup>の波状の皮膚は上下にも運動する。しかしながら抵抗低減の流体力学的原理を見つけるには複雑過ぎる現象であると判断し理論的考察の容易な前後の伸縮のみの運動に限定し調査することとし、将来の上下動を考慮した2次元的研究のための基礎とすることとした。

また伸縮の速度が主流の速度と同程度かそれ以下の工学的に利用できる可能性の高いと思われる中周波数領域を主たる対象として計算した。この中周波数領域は解析解が知られていない未知の領域であるので数値計算の手法が有効な領域である。

### 2. 理論

境界層の外部流れが高周波数で振動するときの非定常境界層の解析解がC.C.Lin<sup>9)4)</sup>により得られた。この

\*1 平成13年11月16日 造船三学会秋季連合大会にて講演, 原稿受付 平成13年11月30日

\*2 防衛大学校 機械システム工学科

理論によれば非定常境界層方程式の時間平均を取って定常の境界層方程式と比較すると前者には後者に付加された項があることが判明した。この項は Schlichting<sup>4)</sup>により付加圧力勾配 (additional pressure gradient) または見かけの摩擦係数 (apparent friction force) と名付けられた。この項の値が正であれば流れを押し戻す効果があることを示し、従って平板上の流速の勾配が小さくなり結果として摩擦抵抗が減少することが期待できるわけである。

高周波数か低周波数の仮定に基づく理論の現況を Table 1 に示す。本論で注目している中周波数領域は理論の展開が知られていない領域であり数値計算的研究が必要とされている領域である。

Table 1 Theories for unsteady boundary layer at various frequency regions.

frequency	theory	drag reduction
low	known	none
intermediate	unknown	unknown
high	known	possible

Lin の非定常境界層理論は境界層外部流れが高周波数で振動するときの解であったが、これとほとんど同じ計算過程を追うことで境界層外部流れが一様流で平板が伸縮または前後揺するときの解析解を高周波数振動と低周波数振動の場合について求めることができる。

基礎方程式は境界層方程式である。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1)$$

ここで  $u, v$  は静止座標系から見た流速である。なお諸量は一様流速及び平板の平均長さで無次元化している。流速を時間平均値と変動分に分離すれば

$$u = \bar{u} + u' \quad (2)$$

$$v = \bar{v} + v' \quad (3)$$

である。式 (2)(3) を式 (1) に代入すれば

$$\begin{aligned} & \underbrace{\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}}_0 + \underbrace{\frac{\partial u'}{\partial t}}_{(a)} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{u} \underbrace{\frac{\partial u'}{\partial x}}_{(a)} + u' \underbrace{\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}}_{(a)} + u' \frac{\partial u'}{\partial x} \\ & + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{v} \underbrace{\frac{\partial u'}{\partial y}}_{(a)} + v' \underbrace{\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}}_{(a)} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} \\ & = \frac{1}{Re} \left( \underbrace{\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}}_{(a)} + \underbrace{\frac{\partial^2 u'}{\partial y^2}}_{(a)} \right) \quad (4) \end{aligned}$$

となる。ここで 0 とマークした項は時間平均値の時間微分なのでゼロである。式 (4) の時間平均をとれば (a) の項はゼロとなる。

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = - \underbrace{\left( u' \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} \right)}_{F(x,y)} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \quad (5)$$

ここで  $F(x, y)$  は先に述べた付加圧力勾配で、定常の境界層方程式に新たに加わった項である。これらの項の影響で平均流も定常流れとは異なってくる。式 (4) から式 (5) を引いて高周波数の振動を仮定すれば非線形項のオーダーは相対的に小さくなり

$$\frac{\partial u'}{\partial t} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u'}{\partial y^2} \quad (6)$$

を得る (ストークス近似)。平板の伸縮速度を

$$u'(x, 0, t) = U(x) \cos \omega t \quad (7)$$

としてこれを境界条件として式 (6) を解けば

$$u'(x, y, t) = U(x) e^{-ky} \cos(\omega t - ky) \quad (8)$$

を得る。ここで  $k = \sqrt{Re\omega/2}$  である。次に連続の式から  $v'$  を求め、付加圧力勾配  $F(x, y)$  を計算する。

$$F(x, y) = \underbrace{\frac{1}{2} U \frac{dU}{dx}}_{F_1(x)} \underbrace{\left( e^{-2ky} + e^{-ky} \sin ky \right)}_{F_2(y)} \quad (9)$$

上式の  $F_1(x)$  は  $x$  のみの関数であり、 $F_2(y)$  は  $y$  のみの関数である。Fig. 2 にこの  $F_2(y)$  を図示する。もし  $F_1(x)$  が正の場合を考えれば  $F_2(y)$  はほとんどの  $y$  で正であり付加圧力勾配は正となり流れを押し戻そうとして平板表面の剪断応力は減少し摩擦抵抗は減少する。このように  $F(x, y)$  から直接摩擦抵抗を導き出すことは出来ないが、その低減について指針を得ることが出来る。

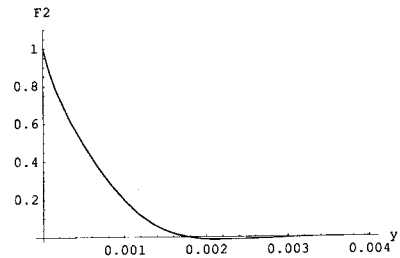


Fig. 2  $F_2(y)$  function ( $\omega = 20\pi, Re = 10^5$ ).

抵抗増加・低減の符号を決める  $F_1(x)$  の部分を時間平均の平板の長さで積分すれば

$$\int_0^1 \frac{1}{2} U(x) \frac{dU(x)}{dx} dx = \frac{1}{4} (U^2(1) - U^2(0)) \quad (10)$$

であり、 $U(1) = U(0) = 0$  すなわち両端固定の場合は抵抗の増減はない。また  $U(1) = U(0)$  や  $U(1) = -U(0)$  のように振動する場合も抵抗の増減はない。この場合に平板が単純に伸縮なしに前後揺する場合が含まれる。また端点の運動が重要でありその間の伸縮の関数は抵抗値には影響を及ぼさない。こうしてみればもっとも抵抗低減するのは前端が固定で後端が前後に振動する場合であることがわかる。

ここまでは高周波数の場合について考えてきた。低周波数の場合について考えれば平板の伸縮による流速の変動は境界層内の流速より遙かに小さくなり ( $u = \bar{u} + \varepsilon \bar{u}' + \varepsilon u^*$ ,  $v = \bar{v} + \varepsilon v'$ )、高周波数と同様な式の変形を施せば付加圧力勾配は  $\varepsilon^2$  のオーダーとなり、平均流速分布は定常の場合と変わらぬ。それに伴い時間平均された摩擦抵抗も変化がないことがわかる。

なお、Lin の理論、高周波数の場合の式の展開、低周波数の場合の式の展開の詳細は著者のウェブページ<sup>14)</sup>を参照されたい。

### 3. 数値計算法

弾性平板の前端を固定し、後端を前後揺させそれに伴って平板の各部分がゴムのように伸び縮みするものとする。計算上はグリッドを平板の伸縮に伴って同時に  $x$  方向に移動させる方法を採用した。そのため通常の Navier-Stokes 方程式の空間固定 ( $x$ ) の時間偏微分項を伸縮するグリッド固定 ( $\xi_1$ ) の時間偏微分項に書き直して用いる<sup>10)</sup>。

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{\xi_1} = \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_x + \frac{\partial u}{\partial x} \left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_{\xi_1} = \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_x + u^* \frac{\partial u}{\partial \xi} \quad (11)$$

上式を Navier-Stokes 方程式に代入すると次の数値計算に用いる直交非均等座標系の基礎方程式を得る。

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{\xi_1} + \left( \hat{u} + \frac{K_{11}}{Re} \right) \frac{\partial u}{h_1 \partial \xi_1} + \left( v + \frac{K_{22}}{Re} \right) \frac{\partial u}{h_2 \partial \xi_2} \\ = - \frac{\partial p}{h_1 \partial \xi_1} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u}{h_1^2 \partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2 u}{h_2^2 \partial \xi_2^2} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_{\xi_1} + \left( \hat{u} + \frac{K_{11}}{Re} \right) \frac{\partial v}{h_1 \partial \xi_1} + \left( v + \frac{K_{22}}{Re} \right) \frac{\partial v}{h_2 \partial \xi_2} \\ = - \frac{\partial p}{h_2 \partial \xi_2} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v}{h_1^2 \partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2 v}{h_2^2 \partial \xi_2^2} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{\partial u}{h_1 \partial \xi_1} + \frac{\partial v}{h_2 \partial \xi_2} = 0 \quad (14)$$

ここで  $u = \hat{u} + u^*$  で  $u$  は絶対座標から見た流速、 $\hat{u}$  は伸縮するグリッドから見た相対流速、 $u^*$  はグリッドの移動速度である。また

$$h_1 = \frac{dx}{d\xi_1}, \quad h_2 = \frac{dy}{d\xi_2} \quad (15)$$

$$K_{11} = \frac{1}{h_1^2} \frac{dh_1}{d\xi_1}, \quad K_{22} = \frac{1}{h_2^2} \frac{dh_2}{d\xi_2} \quad (16)$$

であり、 $(\xi_1, \xi_2)$  はグリッド固定座標で原点は  $(x, y)$  座標同様平板前端とした (Fig.1)。また後端では  $\xi_1 = 1$  とし、 $\xi_1$  はグリッドが位置を変えても変化しない。 $h_1$  は  $x$  方向のグリッド幅に比例した量を表し、時間とともに  $h_1$  と  $K_{11}$  は変化する。 $h_2$  は  $y$  方向のグリッド幅に比例した量を表し、 $h_2$  と  $K_{22}$  は時間とは関係なく定数である。上記基礎方程式を  $\partial u^* / \partial \xi_2 = \partial^2 u^* / \partial \xi_2^2 = 0$  であるように平板の動きに合わせてその上方のグリッドを同時に前後揺させ、グリッドから見た相対流速で基礎方程式を記述すれば以下ようになる。

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \hat{u}}{\partial t} \right|_{\xi_1} + \left( \hat{u} + \frac{K_{11}}{Re} \right) \frac{\partial \hat{u}}{h_1 \partial \xi_1} + \left( v + \frac{K_{22}}{Re} \right) \frac{\partial \hat{u}}{h_2 \partial \xi_2} \\ + \frac{\partial p}{h_1 \partial \xi_1} - \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 \hat{u}}{h_1^2 \partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2 \hat{u}}{h_2^2 \partial \xi_2^2} \right) \\ = - \left. \frac{\partial u^*}{\partial t} \right|_{\xi_1} - \left( \hat{u} + \frac{K_{11}}{Re} \right) \frac{\partial u^*}{h_1 \partial \xi_1} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u^*}{h_1^2 \partial \xi_1^2} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_{\xi_1} + \left( \hat{u} + \frac{K_{11}}{Re} \right) \frac{\partial v}{h_1 \partial \xi_1} + \left( v + \frac{K_{22}}{Re} \right) \frac{\partial v}{h_2 \partial \xi_2} \\ + \frac{\partial p}{h_2 \partial \xi_2} - \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v}{h_1^2 \partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2 v}{h_2^2 \partial \xi_2^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \hat{u}}{h_1 \partial \xi_1} + \frac{\partial v}{h_2 \partial \xi_2} = - \frac{\partial u^*}{h_1 \partial \xi_1} \quad (19)$$

なお平板の伸縮速度は

$$u^* = U_0 x_0 \cos \omega t \quad (20)$$

とした。ここで  $x_0$  はグリッドの時間平均位置であり、 $U_0$  は平板後端の最大移動速度で定数である。式 (17)(18)(19) を有限解析法<sup>11)12)</sup>をさらに高精度化した高精度有限解析法<sup>13)</sup>を使って数値計算した。以下のすべての計算におけるレイノルズ数は  $10^5$  である。また本計算の境界条件とグリッドの移動速度を Fig.3, Table 2 に示す。ただし計算領域内部の  $u^*$  は  $y = 0$  の位置 ((D)(E)(F)) の値と同じ物を用いる。計算グリッドは平板上、平板の前端、後端に集中させた<sup>12)</sup>。

## 4. 数値計算結果

### 4.1 定常流れ

本数値計算法の有効性を確かめるために始めに伸縮しない有限平板周りの定常流の場合について計算を

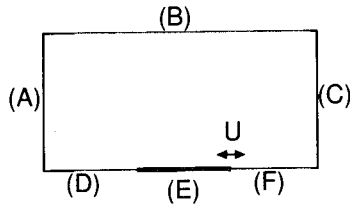


Fig. 3 Boundary conditions.

Table 2 Boundary conditions and moving speed of grids.

	$\hat{u}$	$v$	$u^*$	$p$
(A)	$\hat{u} = 1$	$v = 0$	—	$\frac{\partial p}{\partial \xi_1} = 0$
(B)	$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \xi_2} = 0$	$v = 0$	—	$\frac{\partial p}{\partial \xi_2} = 0$
(C)	$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \xi_1} = 0$	$\frac{\partial v}{\partial \xi_1} = 0$	—	$p = 0$
(D)	$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \xi_2} = 0$	$v = 0$	$u^* = 0$	$\frac{\partial p}{\partial \xi_2} = 0$
(E)	$\hat{u} = 0$	$v = 0$	$U_0 x_0 \cos \omega t$	$\frac{\partial p}{\partial \xi_2} = 0$
(F)	$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \xi_2} = 0$	$v = 0$	$U_0(2 - x_0) \times \cos \omega t$	$\frac{\partial p}{\partial \xi_2} = 0$

行った。平板中央部 ( $x = 0.5$ ) における  $x$  方向の流速分布の計算結果をブラジウスの解と比較して Fig.4 に示す。ここで  $\eta = \sqrt{Re y} / \sqrt{x}$  である。計算結果はブラジウスの解とほぼ一致していることが分かる。計算値の方が境界層外端付近でブラジウスの解より少々大きくなっているが、これは境界層の排除影響で境界層外部の流速が加速されたためである。以上より本計算法が定常流れの場合を正しく計算していることが分かる。

#### 4.2 高周波数振動境界層

次に非定常の場合にも正しく計算できることを確認するために、有限平板前端を固定し後端を高周波数で伸縮させた場合の本計算法による結果を平板中央部 ( $x_0 = 0.5$ ) で解析解と比較した (Fig.5)。解析解は変動流速の式 (8) から平板との相対流速にするために式 (7) を引いたものである。ただし数値解は計算の都合上、移動しているグリッド上の値を用いているので一定の場所の流速ではない。角周波数  $\omega = 20\pi$ 、振幅  $A = 0.01$ 、平板後端の最大速度は  $U_0 = 0.2\pi$  である。この図より非定常の場合にも正しく計算が行われていることが分かる。

次に Fig.6 に同計算の非定常境界層外端の振動流速のオーバーシュートを Lighthill-Lin の理論と比較し非定常の計算が正しく計算できていることを確認した。

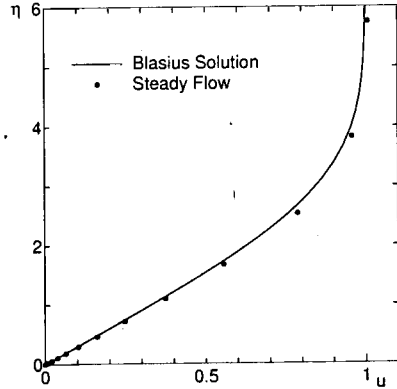


Fig. 4 Comparison between Blasius solution and numerical results for steady flow ( $x = 0.5, Re = 10^5$ ).

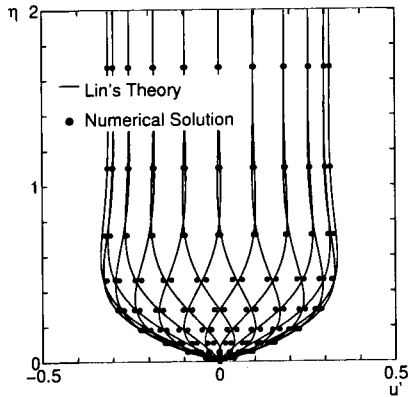


Fig. 5 Comparison between Lin's theory and numerical results ( $x_0 = 0.5, \omega = 20\pi, A = 0.01, Re = 10^5$ ).

#### 4.3 摩擦抵抗の低減

以上で本計算法が有効であることが確認された。そこで次に Table 3 に示すような低周波数、中周波数、高周波数におけるさまざまな振幅で計算を行い摩擦抵抗がどの程度低減できるか調査した (Fig.7)。ここで摩擦抵抗の時間平均は各時間の平板の長さで摩擦応力を台形積分した後、時間方向に平均することにより求めた。

理論値の存在する低周波数 ( $\omega = 0.2\pi$ ) では理論の示すとおり摩擦抵抗の低減効果はないことが確認された。なお  $\omega = 0$  のとき  $C_f = 0.00237$  であり、Fig.7 では  $\omega = 0.2\pi$  の線と重なる。また同じく理論値の存在する高

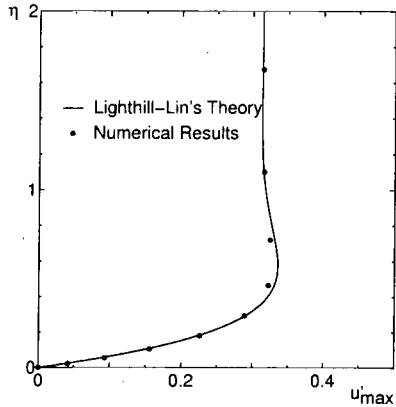


Fig. 6 Overshoot profiles of amplitude of velocity oscillations ( $x_0 = 0.5, \omega = 20\pi, A = 0.01, Re = 10^5$ ).

周波数 ( $\omega = 20\pi$ ) では理論の予測どおり大きな摩擦抵抗の低減があることが分かった。また理論の知られていない中周波数領域でも摩擦抵抗は数%程度低減することが示された。また Table 3 には各計算条件における平板後端の最大移動速度を計算してある。A を振幅として  $A\omega$  を示してある。物体表面が流れにより受動的に伸縮するとした場合後端の最大速度は 1 以下である可能性が高いと予想される。以上の現象が工学的に利用できる範囲を探る上でこの表が参考になると思われる。

逆流の量を見るために  $x_0 = 0.5$  における  $x$  方向の流速の時間平均値から定常流の流速分布を引いた値を Fig. 8 にプロットした。この量が付加関数に対応している量であり平板上の摩擦抵抗を小さくする効果の原因となっている。

Fig. 9 に摩擦抵抗係数の時間変動値を示す。初期条件は定常解を使っているため、その影響が計算の初期状態では残っているため平均値を求める計算には 3 周期目からの摩擦抵抗値を用いる。この図からも定常の摩擦抵抗係数と比べ平均の摩擦抵抗は数%の抵抗減少があることが観察されるものの、摩擦抵抗の変動幅は時間平均値の数倍もあり、このことは工学的応用の困難さを示している。

### 5. 結論及び謝辞

高周波数における Lin の理論や低周波数の場合の振動境界層理論は簡単に伸縮平板の理論に拡張ができ次の事を導くことができた。

1. 低周波数の場合には摩擦抵抗は変化しない。

Table 3 Maximum velocities at the trailing edge of the flat plate for various amplitudes  $A$  and angular frequencies  $\omega$ .

	0.01	0.05	0.1	0.15	0.2
$0.2\pi$	0.006	0.031	0.063	0.094	0.126
$2\pi$	0.062	0.314	0.628	0.942	1.257
$4\pi$	0.126	0.628	1.257	1.885	2.513
$8\pi$	0.251	1.257	2.513	3.770	5.027
$20\pi$	0.628	3.141	6.283	9.425	12.566

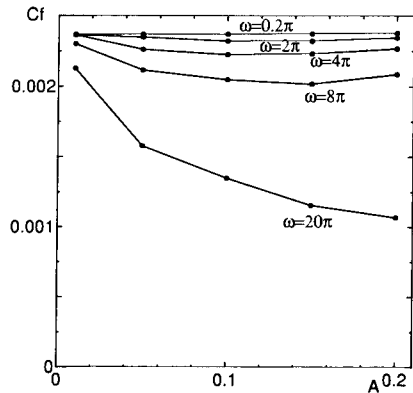


Fig. 7 Drag coefficients vs various amplitudes ( $Re = 10^5$ ).

2. 高周波数の場合には平板前端が固定で後端が前後運動するときにもっとも摩擦抵抗の低減が大きい。
3. 抵抗低減は前端、後端の運動のみに関係しその間の部分の伸び縮みの仕方には関係しない。

理論の空白部分であり工学的に利用できる可能性がある中周波数で伸縮する有限平板周りの流れを中心に、種々の数値計算を行った結果次の結論を得た。

1. 定常流の場合の計算結果から本数値計算法の有効性を確認することができた。
2. 低周波数、高周波数の場合の計算結果は理論的予想と一致した。
3. 中周波数の場合には数%の摩擦抵抗の低減を見込むことができる。

今後は本現象をいかに工学的に応用することができるかを検討していきたい。

本報告の一部は防衛大学校機械システム工学科研究当時本科 4 年水品陽輔君の卒業研究論文として研究されたものであり、著者は水品君の努力に感謝します。本

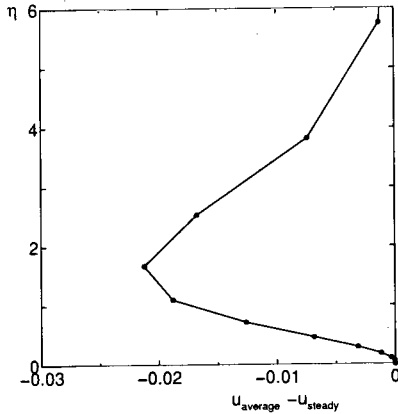


Fig. 8 Backflow effect of oscillating boundary layer ( $x_0 = 0.5, \omega = 4\pi, A = 0.1, Re = 10^5$ ).

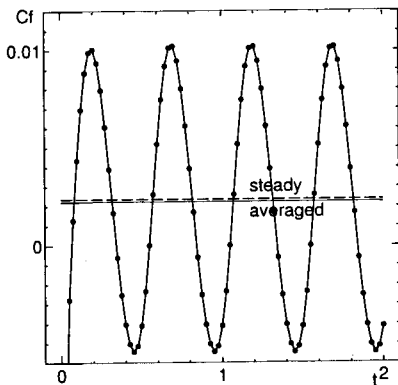


Fig. 9 Drag coefficients based in time ( $A = 0.1, \omega = 4\pi, Re = 10^5$ ).

論文執筆にあたり綿密な御討論を頂いた防衛大学校鈴木勝雄教授に感謝します。また本研究の動機を与えていただいた大阪大学戸田保幸助教授に感謝します。

#### 参考文献

- 1) 永松哲郎: 摩擦抵抗低減に関する研究動向, 日本造船学会誌 836号, 1999, pp.113-123.
- 2) 川口靖夫: 諸外国での抵抗減少応用研究の動向, 日本機械学会流体工学部門講演会講演論文集, F1-3, 2001.
- 3) Choi, K.S. et al.: Turbulent Drag Reduction using Compliant Surfaces, Proc. R. Soc. Lond. A, 453, 1997, pp.2229-2240.

- 4) Schlichting, H.: Boundary Layer Theory, 4th Ed., McGraw-Hill, 1960, pp.232-233.
- 5) Telionis, D.P.: Unsteady Viscous Flows, Springer, 1981, pp.191-193.
- 6) Telionis, D.P.: Unsteady Viscous Flows, Journal of Fluids Engineering, vol.101, 1979, pp.29-43.
- 7) Lighthill, M.J.: The Response of Laminar Skin Friction and Heat Transfer to Fluctuations in the Stream Velocity, Proc. Royal Society, A, N0.224, 1954, pp.1-23.
- 8) 永井實: イルカに学ぶ流体力学, オーム社, 1999.
- 9) Lin, C.C.: Motion in the Boundary Layer with a Rapidly Oscillating External Flow, Proc. 9th Intern. Congress Appl. Mech., Brussels, Vol.4, 1957, pp.155-167.
- 10) 数値流体力学編集委員会編: 移動境界流れ解析, 東京大学出版会, 1995, pp.10.
- 11) Chen, C.J. et al.: The Finite Analytic Method Vol.1-6, IIHR report 232,1-6, 1980-1983.
- 12) 藪下和樹, 戸田保幸, 鈴木敏夫: 2次元有限平板まわりの粘性流場の数値計算(第3報), 関西造船協会誌 220号, 1993, pp.49-55.
- 13) Yabushita, K. et al.: High-Accuracy Finite Analytic Method for Incompressible Navier-Stokes Flows, Third Osaka Colloquium, 1998, pp.305-315.
- 14) <http://www.nda.ac.jp/cc/users/yabu/>

#### 討 論

【討論】(鹿児島大学) 永松哲郎

アクティブ制御による摩擦抵抗低減に関する意欲的な取り組みに敬意を表します。さて、摩擦抵抗低減の主たる関心は乱流境界層の場合ですが、本研究の乱流境界層への適用性、或いは可能性についてご意見をお聞かせください。乱流境界層の場合は壁面近くの逆流量を大きくする必要がありますと思いますが、その可能性について貴見解をお聞かせください。

【回答】

御討論いただきありがとうございます。本論文で定義した流速(式(2)(3))に、乱流による変動流速  $u'', v''$  を加えれば

$$u = \bar{u} + u' + u''$$

$$v = \bar{v} + v' + v''$$

となり、さらに境界層方程式に代入し、時間平均すれば

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = - \underbrace{\left( u' \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} \right)}_{F(x,y)}$$

$$+ \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} - \frac{\partial \overline{u''v''}}{\partial y}$$

となります。ただし平板の伸縮による1つのダッシュや\*の添字の平板の速度変動と、乱流による2つのダッシュの添字の流速変動の間に相関が小さいと仮定しています。この仮定の真偽には問題があるにせよ、このような仮定をすれば上式の  $F(x, y)$  に表すような付加圧力勾配が存在し層流と同様な摩擦抵抗低減の可能性がわかります。この時、下流から上流へ逆流させようとする力  $F(x, y)$  は層流の場合と同じであると考えられます。また上記相関が無視し得ない場合、そのような項がどのように振る舞うか現在のところ不明であり今後研究して参りたく存じます。

なお本回答の式変形の詳細はウェブページ<sup>14)</sup>に掲載します。