

上下動揺する2次元滑走板の 未定浸水長問題に関する変分原理について*1

正会員 松村 清重 *2, 学生会員 戒田 拓洋 *3, 1
山中 克利 *4

Variational Principle for Determining the Unknown Wetted Surface of a Planing Ship in Periodic Motion

By Kiyoshige MATSUMURA (*Member*) and Takuyo KAIDA (*Student Member*) and Katsutoshi YAMANAKA

A variational principle is presented to solve the boundary-value problem with the unknown wetted surface of a planing ship in periodic motion. The boundary-value problem is solvable uniquely under the Kutta's condition and continuity conditions of the velocity potential at the stern and the moving spray root, in addition to the hull boundary conditions and the elevated water surface condition at the spray root. The latter two conditions are derived as the Euler's integral equations from the presented functional associated with the variational principle restricting the former three conditions. The functional with unknown fluctuating integration boundary is represented in the time domain. The functional is composed of the time averaged term besides the term corresponding to the linearized periodic motion problem, since in the latter problem the wetted length fluctuates about the time averaged one. Both components of the functional is adjoined with the reversed flow what we call. A method of quasi-steady approximation is investigated. The wetted length of 2D planing plate in pure heaving motion is obtained. Porpoise-like motion of planing ship is drawn well in calculated results.

Keywords : *Planing Plate, Unknown Wetted Length, Radiation Problem, Adjoint Variational Principle, Reverse Flow*

1. 緒言

滑走艇が周期動揺しながら航走するとき、その浸水面、トリム角は時々刻々と変化する。滑走艇の船底が比較的平坦であり、また初期トリム角も通常小さいため、少しの高さ変動に対しても浸水面は大きく変わる。同時に滑走艇を支える揚力も大きく変動するから、浸水面変動の問題は滑走艇の性能を左右する本質的問題である¹⁾。この問題は自由航走する場合のみならず、Radiation問題についても生じ、未定浸水面問題と呼ばれるものとなる。本研究は問題の所在を明らかにすべく、周期動揺する2次元滑走板の未定浸水長問題の

定式化について述べると共に、未定浸水長問題を解決しうる変分原理を示したものである。

定常航走する滑走艇の未定浸水面問題は既に松村ら²⁾によって解決されている。この問題は、2次元の場合、未定浸水長ベースのフルード数を固有値とする固有値問題³⁾と見直すことができる。3次元の未定浸水面問題は固有値問題の拡張であり、いわば浸水面を固有値とする新しい数学的問題、固有値問題である。松村ら²⁾は流場を線形近似し、固有値方程式相当の非線形積分方程式を解くことによって未定浸水面を定めた。

滑走板を自由航走ではなく周期動揺させる場合、単一周波数で動揺させても浸水長は有意な時間平均値に、基本周波数だけでなく高調波成分も乗った複雑な変化をすると考えられる。このようなRadiation問題における変動浸水面問題も変動固有値問題と考えられるから、流場の非線形性を考慮せずとも固有値方程式相当

*1 平成13年11月16日造船三学会秋季連合大会において講演、原稿受付 平成13年11月30日

*2 大阪大学大学院工学研究科船舶海洋工学専攻

*3 大阪大学大学院工学研究科船舶海洋工学専攻M2

*4 (株)クボタ

の積分方程式の非線形性を保ちさえすれば、浸水長の複雑な変動も表現できると考えられる。

滑走艇まわりのRadiation問題を線形近似で求めるとき、速度ポテンシャルを一樣流成分、定常航走による攪乱速度ポテンシャル、並びに非定常速度ポテンシャルの重ねあわせであると考えて、各成分ごとの個別問題を解けばよいと考えられる。別所¹⁾は浸水面変動の代わりに堰き止めポテンシャルを導入し、問題解決をはかった。しかし、未定浸水面問題を直接扱おうとすると、それぞれの問題で時間変動する浸水長を共有する必要があるため、通常の意味での定常成分と非定常成分に分けることができない。そこで、PLK法にならった成分分離の方法を新しく定義した。これは準定常成分と残った非定常成分を分離する方法である。この方法では、準定常成分も実は変動するから、準定常成分と非定常成分は個別の方程式に従っては解けなくなる。それでも両成分は未知の浸水長を用いた積分方程式表現とすることができ、これまでの研究に関連づけることができる。

松村ら²⁾による未定境界問題の解決の仕方は、滑走艇の物体表面条件からくる積分方程式と、スプレールート上での波高と滑走艇底面高さの同値条件からくる積分方程式を連立させて解くことである。

勝井ら⁴⁾⁵⁾は、松村らが得た連立積分方程式を直接解くのではなく、解くべき方程式をオイラーの方程式とするような変分原理を見いだした。この変分原理の特徴は、オイラーの方程式を求めると、解くべき積分方程式に加えて、逆流れ(滑走艇のトリムを変えずに一樣流が逆の方向から流れてくる流れ)に対する積分方程式が得られることである。このような変分原理を随伴変分原理と呼ぶ。

勝井らの見いだした定常問題に関する変分原理は要求した積分方程式を確かに満足するが、拘束条件の設定にあいまいさがある。もとをたどると、松村らが圧力で表したクッタの条件を渦線関数に書き換えた際に、積分領域の境界上での条件に言及してないことに由来する。

本論では、これらの問題点について再考し、定常問題から周期動揺する滑走艇まわりの流れを求める非定常問題に拡張した。そして、松村らが見いだした連立積分方程式に加えて、スプレールート、トランサムスターン上での速度ポテンシャルの連続性条件、クッタの条件を満足するとき、解が一意に定まることをつきとめた。また、これら2つの積分方程式をオイラーの方程式としてもち、クッタの条件、連続性条件を付帯条件とする随伴変分原理を見いだした。非定常問題の例として、上下に強制動揺する2次元滑走板の、浸水長の変化を変分直接法により求めたのでここに報告する。

2. 定式化

2.1 支配方程式と境界条件

Fig.1のように、 $z=0$ を静水面とする座標系で、2次元滑走板が $x=0$ を後端とし、速度1で滑走しているとす。流体は、非粘性渦なしであるとし、速度ポテンシャルを ϕ とする。

滑走艇が角振動数 Ω で強制動揺するとし、滑走板底面の静止水面からの高さ $H(x, t)$ を次式で与える。

$$H(x, t) = H_s(x) + \text{Real}[H_o(x) \exp[i\Omega t]] \quad (1)$$

線形理論に従い、

$$\phi = x + \phi(x, z, t) \quad (2)$$

とする。 ϕ は攪乱速度ポテンシャルで、定常成分、非定常成分の両成分を含んでいる。なお、各諸量は前進速度 U_∞ 、静止時浸水長 L_S で無次元表示している。

攪乱速度ポテンシャル ϕ に関する支配方程式は、次式に従う。

$$[L] \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{for } z < 0 \quad (3)$$

$$[H] \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) H - \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = 0_- \quad (4)$$

$$[K] \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) h - \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = 0 \quad (5)$$

$$[P] \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi + k_0 h = -P(x, h(x)) \quad \text{on } z = 0 \quad (6)$$

$$[D_0] \quad H(0_-) = h(0_+) \quad (7)$$

$$[D_{-L}] \quad H(-L_+) = h(-L_-) \quad (8)$$

ただし、

$$k_0 \equiv \frac{gL_S}{U_\infty^2} \quad (9)$$

[L]はラプラスの式、[H]は物体表面条件、[K]は運動学条件、[P]は圧力条件を指す。自由表面条件は、

$$[F] \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \phi + k_0 \frac{\partial \phi}{\partial z} = - \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) P \quad \text{on } z = 0 \quad (10)$$

となる。\$[D_0], [D_{-L}]\$はそれぞれ滑走艇面高さと波高の同値条件である。\$[D_0]\$に関しては、後にクッタの条件と等価であることが確かめられる。

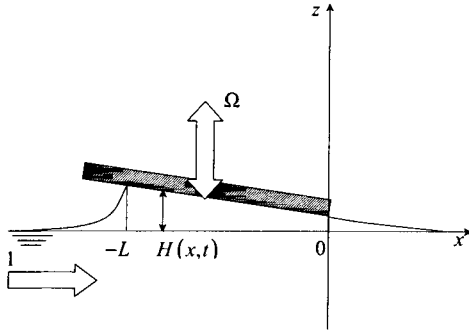


Fig.1 Co-ordinate system and definitions of basic quantities.

2.2 速度ポテンシャルのグリーン関数表現

速度ポテンシャル $\phi(x, z, t)$ は、随伴グリーン関数 g_s^*, g_o^* を用いて、

$$\begin{aligned} \phi(x, z, t) &= \text{Real} \left[\frac{1}{k_0} \int_{-L}^0 P_s \cdot \frac{\partial g_s^*}{\partial \xi} [\xi, 0; x, z] d\xi \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{k_0} \int_{-L}^0 P_o \cdot e^{i\Omega t} \left(i\Omega - \frac{\partial}{\partial \xi} \right) g_o^* [\xi, 0; x, z] d\xi \right] \quad (11) \end{aligned}$$

の形で解を求める。添字 s が付くものは定常成分を表し、実数値をとる。添字 o が付くものは非定常成分を表し、複素数となる。(11)式を、

$$\phi(x, z, t) = \phi_s(x, z; L) + \phi_o(x, z, t; L) \quad (12)$$

と表すと、このときの ϕ_s は、準定常的に周期動揺をする滑走艇まわりの流れの、瞬時ごとの定常的な成分である。定常成分という名前でも呼ぶにもかかわらず、浸水長の変化に伴って時間変動する量である。 P_s, P_o は、

$$\begin{aligned} P_B &\equiv \text{Real} [P_s(x, H(x, t)) \\ &\quad + P_o(x, H(x, t))e^{i\Omega t}] \quad (13) \end{aligned}$$

と定義したものであるが、 P_s の引数に時間の変数 t が現れるのは、定常成分の定義が先のようにになっているためである。

一般的な問題ならば、攪乱速度ポテンシャルを定常航行による攪乱速度ポテンシャルと、非定常速度ポテンシャルに分けて、両者個別に支配方程式をたててそ

れぞれ解を得る。しかし、トリム角 τ が小さいので浸水長変動の影響は大きく、そのような成分分離はできない。それでも、現象から見た場合、速度ポテンシャルの平均成分とその変動成分には分離できよう。変動成分は、主に滑走艇の動揺に伴う浸水長変化の影響と滑走艇が水面をたたく影響を表す成分があり、前者と通常の意味での定常成分を併せて、本論ではPLK法的観点から定常成分と呼び、後者を非定常成分と呼ぶ。通常のPLK法では第2近似項が ϕ_o に含まれていることになっている。

圧力による定式化は、 P_B が $x = -L$ で、 $1/\sqrt{x+L}$ の特異性を持つので取り扱いが困難である。渦線関数 μ を用いた表現をすることにより、この困難を回避できる。

$$\frac{\partial \mu_s}{\partial x}(x) = P_s(x) \quad (14)$$

$$\left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) \mu_o(x) = P_o(x) \quad (15)$$

$$\mu(x, t) \equiv \text{Real} [\mu_s(x) + \mu_o(x)e^{i\Omega t}] \quad (16)$$

を満足する渦線関数 $\mu(x)$ を考えると、 μ は $x = -L$ で $\sqrt{x+L}$ のように振る舞うので特異性は和らぐ。

随伴グリーン関数表現は直感的ではないので、グリーン関数 g_s, g_o を用いた表現へと書き換える。

$$\begin{aligned} \phi(x, z, t) &= \text{Real} \left[\int_{-L}^0 \mu_s(\xi) \frac{\partial g_s}{\partial \zeta} [x, z; \xi, 0] d\xi \right. \\ &\quad - \frac{\mu_s(0)}{k_0} \frac{\partial g_s}{\partial x} [x, z; 0, 0] - \frac{\mu_s(-L)}{k_0} \frac{\partial g_s}{\partial x} [x, z; -L, 0] \\ &\quad + \int_{-L}^0 \mu_o e^{i\Omega t}(\xi) \frac{\partial g_o}{\partial \zeta} [x, z; \xi, 0] d\xi \\ &\quad - \frac{\mu_o(0)e^{i\Omega t}}{k_0} \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) g_o [x, z; 0, 0] \\ &\quad \left. + \frac{\mu_o(-L)e^{i\Omega t}}{k_0} \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) g_o [x, z; -L, 0] \right] \quad (17) \end{aligned}$$

グリーン関数 $g_s(x, z; \xi, \zeta), g_o(x, z; \xi, \zeta)$ は、次式に従う。

$$[L_s] \quad \nabla^2 g_s = -\delta(x - \xi, z - \zeta) \quad (18)$$

$$[F_s] \quad \frac{\partial^2 g_s}{\partial x^2} + k_0 \frac{\partial g_s}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = 0 \quad (19)$$

$$[L_o] \quad \nabla^2 g_o = -\delta(x - \xi, z - \zeta) \quad (20)$$

$$[F_o] \quad \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 g_o + k_0 \frac{\partial g_o}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = 0 \quad (21)$$

これらから g_s, g_o を実際に求めてグリーン関数の特異性を明らかにしておく。グリーン関数 $g_s(x, z; \xi, \zeta)$ は、

$$g_s[x, z; \xi, \zeta] = \frac{1}{2\pi} \text{Real} \left[\log \frac{1}{Z-a} + \log \frac{1}{Z-\bar{a}} - 2S^+[k_0(Z-\bar{a})] \right]$$

グリーン関数 $g_o(x, z; \xi, \zeta)$ は、

$$g_o[x, z; \xi, \zeta] = \frac{1}{2\pi} \left\{ \log \frac{1}{Z-a} - \log \frac{1}{Z-\bar{a}} + \frac{-k_0}{k_1 - k_2} S^+[k_1(Z-\bar{a})] + \frac{k_0}{k_1 - k_2} S^+[k_2(Z-\bar{a})] + \frac{k_0}{k_4 - k_3} S^-[k_3(Z-\bar{a})] + \frac{-k_0}{k_4 - k_3} S^+[k_4(Z-\bar{a})] \right\} \quad (22)$$

となる。ここに、

$$S^+[k_j Z] \equiv \int_0^{\infty} \frac{1}{k - k_j} \exp[-ikZ] dk \equiv S_c^+[k_j Z] + iS_s^+[k_j Z] \quad (23)$$

$$S^-[k_j Z] \equiv \int_0^{\infty} \frac{1}{k - k_j} \exp[ikZ] dk \equiv S_c^-[k_j Z] + iS_s^-[k_j Z] \quad (24)$$

$$j = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$Z \equiv x + iz$$

$$a \equiv \xi + i\zeta$$

$$k_1 \equiv \frac{k_0}{2} \left(1 + \frac{2\Omega}{k_0} + \sqrt{1 + 4\frac{\Omega}{k_0}} \right)$$

$$k_2 \equiv \frac{k_0}{2} \left(1 + \frac{2\Omega}{k_0} - \sqrt{1 + 4\frac{\Omega}{k_0}} \right) \quad (25)$$

$$k_3 \equiv \frac{k_0}{2} \left(1 - \frac{2\Omega}{k_0} - \sqrt{1 - 4\frac{\Omega}{k_0}} \right)$$

$$k_4 \equiv \frac{k_0}{2} \left(1 - \frac{2\Omega}{k_0} + \sqrt{1 - 4\frac{\Omega}{k_0}} \right)$$

と定義した。式中の上付バーは共役複素数を表す。

$z \rightarrow 0, \zeta \rightarrow 0$ のとき、 $S_c^+, S_c^-, S_s^+, S_s^-$ は Fig.2, Fig.3 のようになる。 $x - \xi = 0$ で、 S_c は $\log |1/(x - \xi)|$ の特異性を持ち、 S_s には π の値の飛びがある。

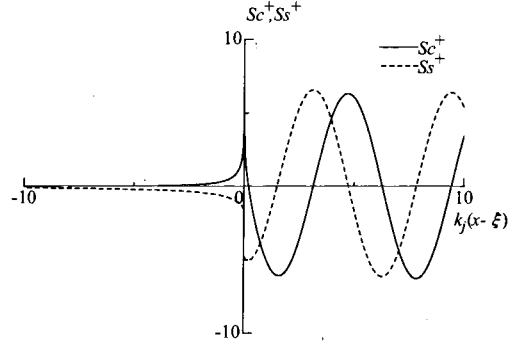


Fig.2 Components S_c of Green's function.

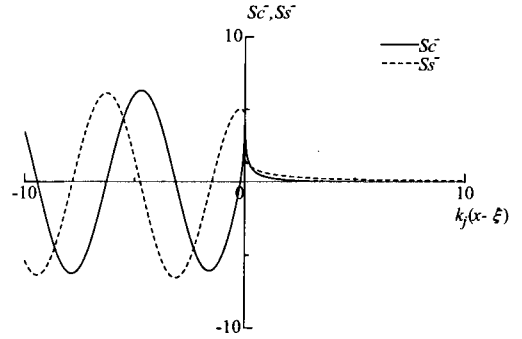


Fig.3 Components S_s of Green's function.

(17)式から、速度ポテンシャル ϕ の表現を

$$\phi(x, z, t) = \text{Real} \left[\int_{-L}^0 \mu_s(\xi) \frac{\partial g_s}{\partial \zeta} [x, z; \xi, 0] d\xi - \frac{\Gamma_s}{k_0} \frac{\partial g_s}{\partial x} [x, z; 0, 0] + \frac{C_s}{k_0} \frac{\partial g_s}{\partial x} [x, z; -L, 0] + \int_{-L}^0 \mu_o e^{i\Omega t}(\xi) \frac{\partial g_o}{\partial \zeta} [x, z; \xi, 0] d\xi - \frac{\Gamma_o e^{i\Omega t}}{k_0} \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) g_o [x, z; 0, 0] + \frac{C_o e^{i\Omega t}}{k_0} \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) g_o [x, z; -L, 0] \right] \quad (26)$$

$$\Gamma(t) \equiv \text{Real} [\Gamma_s + \Gamma_o e^{i\Omega t}] \quad (27)$$

$$C(t) \equiv \text{Real} [C_s + C_o e^{i\Omega t}] \quad (28)$$

とする。μに加えてΓ, Cと独立変数を増やすことにより、後に示す変分原理で、スプレールートライン上での滑走艇の底面高さと波高の同値条件がオイラーの方程式として生じる。しかし、このことで余分な条件を課す必要性が生じ、定常成分における、

$$\mu_s(0) = \Gamma_s \quad (29)$$

$$\mu_s(-L) = C_s \quad (30)$$

と、非定常成分における、

$$\mu_o(0) = \Gamma_o \quad (31)$$

$$\mu_o(-L) = C_o \quad (32)$$

を課す。以上の条件は、速度ポテンシャルφの連続性を保証する条件(連続性条件)である。

2.3 滑走艇近傍の波高

[D₀], [D_{-L}]は、滑走艇面高さと滑走艇近傍の波高との連続性を要求したものである。具体的には後端におけるh(0₊, t)と前端におけるh(-L₋, t)である。これらの値は特異点近傍であるので何らかの条件を課さなければ、連続性を要求する以前に、値が発散する可能性がある。

以下、滑走艇近傍の波高が有限値をとるための条件を導く。後端においてはクッタの条件であり、前端においてはスプレー条件である。まず、任意の点(x, t)での波高h(x, t)は、圧力条件(6)式に、速度ポテンシャル(26)式を代入して得られる。

$$\begin{aligned} -k_0 h(x, t) = \text{Real} & \left[\int_{-L}^0 \mu_s(\xi) \frac{\partial^2 g_s}{\partial x \partial \zeta} [x, 0; \xi, 0] d\xi \right. \\ & + \Gamma_s \frac{\partial g_s}{\partial z} [x, 0; 0, 0] - C_s \frac{\partial g_s}{\partial z} [x, 0; -L, 0] \\ & + \int_{-L}^0 \mu_o(\xi) e^{i\Omega t} \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial g_o}{\partial \zeta} [x, 0; \xi, 0] d\xi \\ & + \Gamma_o e^{i\Omega t} \frac{\partial g_o}{\partial z} [x, 0; 0, 0] \\ & \left. - C_o e^{i\Omega t} \frac{\partial g_o}{\partial z} [x, 0; -L, 0] \right] \quad (33) \end{aligned}$$

h(0₊, t)を考える。右辺振幅部の特異性が強いものに注目し、次式のように積分型に変形する。

Amplitude of R.H.S of Eq.(33) at (x = 0₊)

$$\begin{aligned} & \sim \int_{-L}^0 \mu_o(\xi) \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial g_o}{\partial \zeta} [0_+, 0; \xi, 0] d\xi \\ & + \int_0^\infty \Gamma_o \exp[-i\Omega \xi] \\ & \times \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial g_o}{\partial \zeta} [0_+, 0; \xi, 0] d\xi \quad (34) \end{aligned}$$

右辺の2つの積分項に注目すると、ξ = 0でそれぞれ核関数の値が発散してしまい、h(0₊)が発散であることが保証されない。この問題を解決するためには、μ_o(ξ)とΓ_o exp[-iΩξ]がξ = 0で一階微分値まで等しくなり、互いの特異性を打ち消し合う必要がある。すなわち、非定常成分における、

$$\mu_o(0) = \Gamma_o \quad (35)$$

$$\left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) \mu_o(0) = 0 \quad (36)$$

の条件と、定常成分について同様の条件、

$$\mu_s(0) = \Gamma_s \quad (37)$$

$$\frac{\partial \mu_s}{\partial x}(0) = 0 \quad (38)$$

をμ(x)が満たさない限り、h(0₊, t)は有限値をとることができない。(35)式、(37)式に関しては連続性条件であり、すでに課されている条件である。

$$P_s(x) = \frac{\partial \mu_s}{\partial x}(x) \quad (39)$$

$$P_o(x) = \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) \mu_o(x) \quad (40)$$

と定義されていたので、(36)式、(38)式は

$$\frac{\partial \mu_s}{\partial x}(0) = P_s(0) = 0 \quad (41)$$

$$\left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) \mu_o(0) = P_o(0) = 0 \quad (42)$$

を意味し、この条件は翼理論におけるクッタの条件に相当するものになっている。

次にh(-L₋, t)も、右辺の振幅部の特異性が強いものに注目し積分型に変形する。

Amplitude of R.H.S of Eq.(33) at (x = -L₋)

$$\sim \int_{-L}^0 \mu_o(\xi) \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial g_o}{\partial \zeta} [-L_-, 0; \xi, 0] d\xi$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{-\infty}^{-L} C_o \exp[i\Omega(\xi + L)] \\
& \times \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x}\right) \frac{\partial g_o}{\partial \zeta} [-L-, 0; \xi, 0] d\xi \quad (43) \\
& - \frac{\Gamma_o}{K_o} \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x}\right) \frac{\partial g_o}{\partial z} [x, 0-; 0, 0] \quad (46)
\end{aligned}$$

(46)式には,

$$\mu_o(x; L, \Gamma) = \mu_1(x; L) + \Gamma_o \cdot \mu_2(x; L) \quad (47)$$

$h(0_+)$ の時と同じ操作をすると, (41)式, (42)式とは異なり, 今度は

$$\frac{\partial \mu_s}{\partial x}(-L) = P_s(-L) = 0$$

$$\left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x}\right) \mu_o(-L) = P_o(-L) = 0$$

となってしまう, 板先端での圧力が0になってしまう. これではスプレーが生じないので, あらためて,

$$[\text{Spray condition}] \quad C(t) = 0 \quad (44)$$

を課す. $C(t) = \mu(-L, t) = 0$ である(43)式第1項の積分も収束する.

2.4 物体表面条件

先に要求した μ と Γ の独立性を, 滑走艇の傾きに関する積分方程式の一般解を考えることによって確かめる.

物体表面条件(4)式に, 速度ポテンシャル(26)式を代入すると, 次の滑走艇の傾きに関する積分方程式が導かれる. 積分記号中に現れる H はHadamardの意味での発散積分の有限部分をとることを意味する.

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right) H(x, t) \\
& = \text{Real} \left[\int_{-L}^0 \mu_s(\xi) \frac{\partial^2 g_s}{\partial z \partial \zeta} [x, 0; \xi, 0] d\xi \right. \\
& \quad - \frac{\Gamma_s}{k_o} \frac{\partial^2 g_s}{\partial x \partial z} [x, 0-; 0, 0] \\
& \quad + \int_{-L}^0 \mu_o e^{i\Omega t}(\xi) \frac{\partial^2 g_o}{\partial z \partial \zeta} [x, 0; \xi, 0] d\xi \\
& \quad \left. - \frac{\Gamma_o e^{i\Omega t}}{K_o} \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x}\right) \frac{\partial g_o}{\partial z} [x, 0-; 0, 0] \right] \quad (45)
\end{aligned}$$

L, Γ を任意とすると, 定常成分, 非定常成分で, 各々 L, Γ に関する一般解が存在する. (45)式から非定常成分の振幅部を抜き出すと以下ようになる.

$$\begin{aligned}
& \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x}\right) H_o(x) \\
& = \int_{-L}^0 \mu_o(\xi) \frac{\partial^2 g_o}{\partial z \partial \zeta} [x, 0; \xi, 0] d\xi
\end{aligned}$$

の一般解が存在する. 実際, 式中の μ_1, μ_2 はそれぞれ, 特解 μ_1

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right) H \\
& = \int_{-L}^0 \mu_1(\xi) \frac{\partial^2 g_o}{\partial z \partial \zeta} [x, 0; \xi, 0] d\xi \quad (48)
\end{aligned}$$

$$B.C. \begin{cases} \mu_1(-L) = 0 \\ \mu_1(0) = 0 \end{cases}$$

・同次解 μ_2

$$\begin{aligned}
& 0 = \int_{-L}^0 \mu_2(x) \frac{\partial^2 g_o}{\partial z \partial \zeta} [x, 0; \xi, 0] d\xi \\
& \quad - \frac{1}{k_o} \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x}\right) \frac{\partial g_o}{\partial z} [x, 0-; 0, 0] \quad (49)
\end{aligned}$$

$$B.C. \begin{cases} \mu_2(-L) = 0 \\ \mu_2(0) = 1 \end{cases}$$

を満たすものである. 滑走艇の傾きに直接関与しているのは μ_1 で, μ_2 は循環流によるものである. Γ_o は循環の強さを意味し, 物体表面条件とは関係なく自由に値をとることができる.

(45)式から定常成分を抜き出したときも同様なことがいえ, Γ を一意的に求めるためには $[D_{-L}]$, $[D_0]$ を課す必要がある.

2.5 クッタの条件

$[D_0]$ とクッタの条件が等価であることを示す.

初めに, 2.3.1節で求めた滑走艇近傍の波高を用いて $[D_{-L}]$, $[D_0]$ を書き直す.

$[D_{-L}]$

$$\begin{aligned}
& -k_o H(-L+, t) \\
& = \text{Real} \left[\int_{-L}^0 \mu_s(\xi) \frac{\partial^2 g_s}{\partial x \partial \zeta} [-L-, 0; \xi, 0] d\xi \right. \\
& \quad + \Gamma_s \frac{\partial g_s}{\partial z} [-L-, 0; 0, 0] \\
& \quad + \int_{-L}^0 \mu_o(\xi) e^{i\Omega t} \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x}\right) \frac{\partial g_o}{\partial \zeta} [-L-, 0; \xi, 0] d\xi \\
& \quad \left. + \Gamma_o e^{i\Omega t} \frac{\partial g_o}{\partial z} [-L-, 0; 0, 0] \right] \quad (50)
\end{aligned}$$

$$[D_0] \quad -\frac{\Gamma_o e^{i\Omega t}}{k_0} \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) g_o [x, z; 0, 0] \quad (53)$$

$$-k_0 H(-0_-, t)$$

$$\begin{aligned} &= \text{Real} \left[\int_{-L}^0 \mu_s(\xi) \frac{\partial^2 g_s}{\partial x \partial \zeta} [0_+, 0; \xi, 0] d\xi \right. \\ &\quad + \Gamma_s \frac{\partial g_s}{\partial z} [0_+, 0; 0, 0] \\ &\quad + \int_{-L}^0 \mu_o(\xi) e^{i\Omega t} \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial g_o}{\partial \zeta} [0_+, 0; \xi, 0] d\xi \\ &\quad \left. + \Gamma_o e^{i\Omega t} \frac{\partial g_o}{\partial z} [0_+, 0; 0, 0] \right] \quad (51) \end{aligned}$$

$[D_0]$ は、(45)式を積分すればよく似た形が得られることが推定できる。問題は、このときどのような条件を課すかにある。傾き方程式を積分したものを以下に示す。

$$\begin{aligned} &-k_0 H(-0_-, t) \\ &= \text{Real} \left[\int_{-L}^0 \mu_s(\xi) \frac{\partial^2 g_s}{\partial x \partial \zeta} [0_+, 0; \xi, 0] d\xi \right. \\ &\quad + \Gamma_s \frac{\partial g_s}{\partial z} [0_+, 0; 0, 0] \\ &\quad + \int_{-L}^0 \mu_o(\xi) e^{i\Omega t} \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial g_o}{\partial \zeta} [0_+, 0; \xi, 0] d\xi \\ &\quad \left. + \Gamma_o e^{i\Omega t} \frac{\partial g_o}{\partial z} [0_+, 0; 0, 0] \right] \quad (52) \end{aligned}$$

積分することにより現れる積分定数は、 $[D_{-L}]$ を課したことにより定めた。

(51)式と(52)式を見比べる。その違いは、右辺が有限部分をとるかたらないかであり、(51)式右辺が有限値をとることが保証されれば、(51)式右辺と(52)式右辺は等しくなり、傾き方程式を課している限り、 $[D_0]$ を自動的に満足することが確かめられる。(51)式右辺の積分はクッタの条件(36)、(38)式を満足することで有限値をとることが保証されるから、今後、 $[D_0]$ の代わりにクッタの条件を課すことにする。

2.6 定式化のまとめ

まとめると、速度ポテンシャルを

$$\begin{aligned} \phi(x, z, t) &= \text{Real} \left[\int_{-L}^0 \mu_s(\xi) \frac{\partial g_s}{\partial \zeta} [x, z; \xi, 0] d\xi \right. \\ &\quad - \frac{\Gamma_s}{k_0} \frac{\partial g_s}{\partial x} [x, z; 0, 0] \\ &\quad \left. + \int_{-L}^0 \mu_o e^{i\Omega t}(\xi) \frac{\partial g_o}{\partial \zeta} [x, z; \xi, 0] d\xi \right. \end{aligned}$$

と表現すると、積分方程式と諸条件は次のようになる。
・物体表面条件 (滑走艇の傾きに関する積分方程式)

$$\begin{aligned} &\text{Real} [T_s[x; \mu_s, \Gamma_s, L] + T_o[x; \mu_o, \Gamma_o, L] e^{i\Omega t}] \\ &= 0 \quad (54) \end{aligned}$$

・ $[D_{-L}]$ (滑走艇の高さに関する積分方程式)

$$\begin{aligned} &\text{Real} [D_s[-L; \mu_s, \Gamma_s, L] + D_o[-L; \mu_o, \Gamma_o, L] e^{i\Omega t}] \\ &= 0 \quad (55) \end{aligned}$$

・ $[D_0]$ (クッタの条件式)

$$\frac{\partial \mu_s}{\partial x}(0) = 0 \quad (56)$$

$$\left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) \mu_o(0) = 0 \quad (57)$$

・連続性条件

$$\mu_s(0) = \Gamma_s \quad (58)$$

$$\mu_s(-L) = 0 \quad (59)$$

$$\mu_o(0) = \Gamma_o \quad (60)$$

$$\mu_o(-L) = 0 \quad (61)$$

これらを満足するとき、 μ, Γ, L は一意に定まる。なお、滑走艇の傾きに関する積分方程式、高さに関する積分方程式に現れる $T_s[x], T_o[x], D_s[x], D_o[x]$ は、以下のよう
に定義する。

$$\begin{aligned} T_s[x; \mu_s, \Gamma_s, L] &\equiv \frac{\partial H_s}{\partial x}(x) \\ &\quad - \int_{-L}^0 \mu_s(\xi) \frac{\partial^2 g_s}{\partial z \partial \zeta} [x, 0; \xi, 0] d\xi \\ &\quad + \frac{\Gamma_s}{k_0} \frac{\partial^2 g_s}{\partial x \partial z} [x, 0_-, 0, 0] \quad (62) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_o[x; \mu_o, \Gamma_o, L] &\equiv \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) H_o(x) \\ &\quad - \int_{-L}^0 \mu_o(\xi) \frac{\partial^2 g_o}{\partial z \partial \zeta} [x, 0; \xi, 0] d\xi \\ &\quad + \frac{\Gamma_o}{k_0} \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial g_o}{\partial z} [x, 0_-, 0, 0] \quad (63) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_s[x; \mu_s, \Gamma_s, L] &\equiv H_s(x) \\
&+ \int_{-L}^0 \frac{\mu_s(\xi)}{k_0} \frac{\partial^2 g_s}{\partial x \partial \xi} [x, 0; \xi, 0] d\xi \\
&+ \frac{\Gamma_s}{k_0} \frac{\partial g_s}{\partial z} [x, 0; 0, 0] \quad (64)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_o[x; \mu_o, \Gamma_o, L] &\equiv H_o(x) \\
&+ \int_{-L}^0 \frac{\mu_o(\xi)}{k_0} \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial g_o}{\partial \xi} [x, 0; \xi, 0] d\xi \\
&+ \frac{\Gamma_o}{k_0} \frac{\partial g_o}{\partial z} [x, 0; 0, 0] \quad (65)
\end{aligned}$$

滑走艇の傾きに関する積分方程式，滑走艇の高さに関する積分方程式の連立積分方程式に対し，それらをオイラーの方程式とする変分原理を見いだして変分直接法で解くことを試みる。

3. 変分原理

本論で見いだした変分原理を次に示す。

$$\begin{aligned}
\Pi[\mu, \Gamma, \mu^*, \Gamma^*, L] \\
&\equiv \text{Real} \left[\int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} \int_{-L}^0 \mu^*(x) [T_s[x; \mu_s, \Gamma_s, L] \right. \\
&\quad \left. + T_o[x; \mu_o, \Gamma_o, L] e^{i\Omega t}] dx dt \right. \\
&+ \int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} \Gamma^* [D_s[-L; \mu_s, \Gamma_s, L] \\
&\quad \left. + D_o[-L; \mu_o, \Gamma_o, L] e^{i\Omega t}] dt \right. \\
&+ \int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} \Gamma [H_s(0) + H_o(0) e^{-i\Omega t}] dt \\
&+ \int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} \mu(x) \left[-\frac{dH_s}{dx}(x) \right. \\
&\quad \left. + \left(i\Omega - \frac{\partial}{\partial x} \right) H_o(x) e^{-i\Omega t} \right] dt \quad (66)
\end{aligned}$$

順流れに関する付帯条件は，

$$\mu_s(0) = \Gamma_s, \quad \mu_o(0) = \Gamma_o \quad (67)$$

$$\mu_s(-L) = 0, \quad \mu_o(-L) = 0 \quad (68)$$

$$\frac{\partial \mu_s}{\partial x}(0) = 0 \quad (69)$$

$$\left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) \mu_o(0) = 0 \quad (70)$$

であり，逆時間逆流れに関する付帯条件は，

$$\mu_s^*(0) = 0, \quad \mu_o^*(0) = 0 \quad (71)$$

$$\mu_s^*(-L) = \bar{\Gamma}_s, \quad \mu_o^*(-L) = \bar{\Gamma}_o \quad (72)$$

$$-\frac{\partial \mu_s^*}{\partial x}(-L) = 0 \quad (73)$$

$$\left(i\Omega - \frac{\partial}{\partial x} \right) \mu_o^*(-L) = 0 \quad (74)$$

である。この変分原理は随伴変分原理となり，アスタリスクのある変関数は逆時間逆流れを表す。汎関数中の $\mu_s, \mu_o, \Gamma_s, \Gamma_o, \mu_s^*, \mu_o^*, \Gamma_s^*, \Gamma_o^*$ は，

$$\mu(x) \equiv \text{Real} [\mu_s(x) + \mu_o(x) e^{i\Omega t}] \quad (75)$$

$$\Gamma \equiv \text{Real} [\Gamma_s + \Gamma_o e^{i\Omega t}] \quad (76)$$

$$\mu^*(x) \equiv \text{Real} [\mu_s^*(x) + \mu_o^*(x) e^{-i\Omega t}] \quad (77)$$

$$\Gamma^* \equiv \text{Real} [\Gamma_s^* + \Gamma_o^* e^{-i\Omega t}] \quad (78)$$

と定義されており，変分をとるときには μ_s, μ_o のように分けるのではなく， $\mu, \Gamma, \mu^*, \Gamma^*$ で変分をとる必要がある。変分をとった結果は以下である。

$$\begin{aligned}
\delta \Pi &= \text{Real} \left[\int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} \int_{-L}^0 \delta \mu^* \cdot [T_s[x] + T_o[x] e^{i\Omega t}] dx dt \right. \\
&+ \int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} \delta \Gamma^* \cdot [D_s[-L] + D_o[-L] e^{i\Omega t}] dt \\
&+ \int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} \int_{-L}^0 \delta \mu \cdot [T_s^*[x] + T_o^*[x] e^{-i\Omega t}] dx dt \\
&+ \int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} \delta \Gamma \cdot [D_s^*[0] + D_o^*[0] e^{-i\Omega t}] dt \\
&+ \delta L \cdot \mu_s(-L) \cdot T_s^*[-L] \\
&+ \delta L \cdot \mu_o(-L) \cdot T_o^*[-L] \\
&+ \delta L \cdot \{ \mu_s^*(-L) - \Gamma_s^* \} \cdot T_s[-L] \\
&+ \delta L \cdot \{ \mu_o^*(-L) - \Gamma_o^* \} \cdot T_o[-L] \\
&+ \int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} \delta L \cdot i\Omega \Gamma^* \cdot [D_s[-L] + D_o[-L] e^{i\Omega t}] dt \quad (79)
\end{aligned}$$

μ^*, Γ^* に関するオイラーの方程式は、それぞれ順時間順流れの滑走艇の傾きに関する積分方程式(第1項目)、高さに関する積分方程式となり(第2項目)、 μ, Γ に関するオイラーの方程式は、それぞれ逆時間逆流れの滑走艇の傾きに関する積分方程式(第3項目)、高さに関する積分方程式(第4項目)となる。 L に関するオイラーの方程式を詳しく見てみると、(79)式右辺第5, 6項は、拘束条件(68)式より0となり、右辺第7, 8項は、拘束条件(72)式より0となる。右辺第9項については、順時間順流れの高さに関する積分方程式が表れており、 Γ^* に関するオイラーの方程式で既に0となっている。これらから、汎関数(66)式が停留するとき、求める μ, Γ, L に対するすべての方程式、条件が満足されることが分かる。

4. 浸水長の決定

姿勢を拘束した2次元滑走板を上下に強制動揺したときの浸水長の変化を、変分直接法を用いて求める。先に見いだした変分原理に、

$$k_0 \rightarrow 0, \quad \frac{\Omega}{k_0} \rightarrow \text{bounded} \quad (80)$$

の準定常近似を行う。 $T_s[x], T_o[x], D_s[x], D_o[x]$ を以下のように近似する。

$$T_s[x] \sim \frac{\partial H_s}{\partial x}(x) - \int_{-L}^0 \frac{\mu_s(\xi)}{\pi} \frac{1}{(x-\xi)^2} d\xi + \frac{\Gamma_s}{\pi} \frac{1}{x} \quad (81)$$

$$T_o[x] \sim \left(i\Omega + \frac{\partial}{\partial x} \right) H_o(x) - \int_{-L}^0 \frac{\mu_o(\xi)}{\pi} \frac{1}{(x-\xi)^2} d\xi + \frac{\Gamma_o}{\pi} \frac{1}{x} \quad (82)$$

$$D_s[x] \sim H_s(x) + \int_{-L}^0 \frac{\mu_s(\xi)}{\pi} \frac{1}{x-\xi} d\xi + \frac{\Gamma_s}{\pi} \{ \log |k_0 x| + \gamma \} \quad (83)$$

$$D_o[x] \sim H_o(x) + \int_{-L}^0 \frac{\mu_o(\xi)}{\pi} \frac{1}{x-\xi} d\xi + \frac{\Gamma_o}{\pi} \{ \log |k_0 x| + \gamma \} + R \quad (84)$$

ただし、式中の R は、

$$R = \frac{\Gamma_o}{2\pi} \left\{ \frac{k_1}{k_1 - k_2} \log \left(\frac{k_1}{k_0} \right) + \frac{-k_2}{k_1 - k_2} \log \left(\frac{k_2}{k_0} \right) + \frac{-k_3}{k_4 - k_3} \log \left(\frac{k_3}{k_0} \right) \right.$$

$$\left. + \frac{k_4}{k_4 - k_3} \log \left(\frac{k_4}{k_0} \right) \right\} - \frac{ik_3\pi}{k_4 - k_3} \quad (85)$$

である。以上の $T_s[x], T_o[x], D_s[x], D_o[x]$ を用いて(66)式から近似変分原理を得る。

各諸量を次のように与える。

・定常部分

$$H_s(0) = H_T \quad (86)$$

$$\frac{dH_s}{dx} = -\tau \quad (87)$$

$$H_s(-L) = H_T + \tau L \quad (88)$$

・非定常部分

$$H_o(x) = iH_o \quad (89)$$

渦線関数の試験関数として、(48), (49)式にならったものを考える。簡単のために定常理論から得られる $\tilde{\mu}_1, \tilde{\mu}_2$ を採用し、

$$\mu_s(x) = A \cdot \tau L \cdot \tilde{\mu}_1(x) + \Gamma_s \cdot \tilde{\mu}_2(x) \quad (90)$$

$$\mu_o(x) = B \cdot H_o \Omega L \cdot \tilde{\mu}_1(x) + \Gamma_o \cdot \tilde{\mu}_2(x) \quad (91)$$

とする。それぞれの第1項目に任意定数 A, B を乗じ、試験関数に自由度を持たせている。

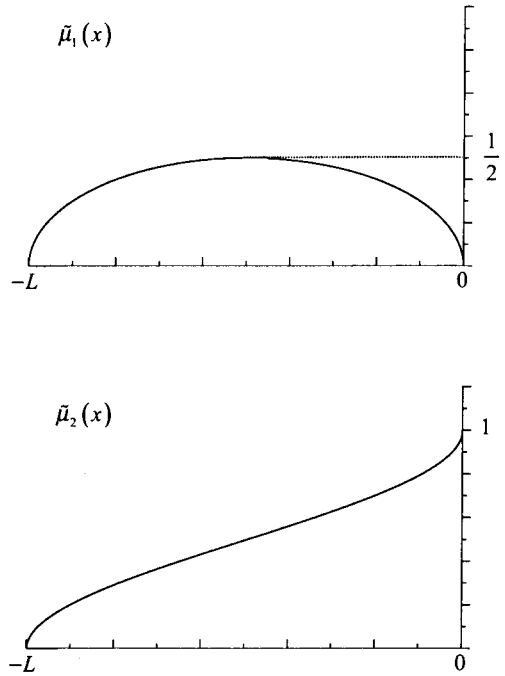


Fig.4 Trial function $\tilde{\mu}_1$ and $\tilde{\mu}_2$.

式中の $\bar{\mu}_1, \bar{\mu}_2$ は,

$$\bar{\mu}_1(x) = \frac{1}{L} \sqrt{(L+x)(0-x)} \quad (92)$$

$$\bar{\mu}_2(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-L}^x \frac{1}{\sqrt{(L+\xi)(0-\xi)}} d\xi \quad (93)$$

であり Fig.4 のような値をとる.

(90), (91) 式の試験関数 μ_s, μ_o は, 拘束条件 (67) ~ (70) 式のうち, 連続性条件 (67), (68) 式のみ満足する. クッタの条件 (69), (70) 式を満足するためには A, B と Γ_s, Γ_o に

$$2\Gamma_s = A \cdot \tau \pi L \quad (94)$$

$$2\Gamma_o = B \cdot H_o \Omega \pi L \quad (95)$$

の関係が成り立つ必要がある. 試験関数を近似変分原理に代入すると,

$$\begin{aligned} & \Pi[A, B, \mu^*, \Gamma^*, L] \\ &= \text{Real} \left[\int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} \int_{-L}^0 \mu^*(x) [T_s[A] + T_o[B] e^{i\Omega t}] dx dt \right. \\ & \quad + \int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} \Gamma^* [D_s[A, L] + D_o[B, L] e^{i\Omega t}] dt \\ & \quad + \int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} \Gamma [H_T + iH_o e^{-i\Omega t}] dt \\ & \quad \left. + \int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} \int_{-L}^0 \mu(x) [\tau + H_o \Omega e^{-i\Omega t}] dx dt \right] \quad (96) \end{aligned}$$

となる. ただし,

$$T_s[A] = -\tau + A \cdot \tau \quad (97)$$

$$T_o[B] = -H_o \Omega + B \cdot H_o \Omega \quad (98)$$

$$\begin{aligned} D_s[A, L] &= H_T - \tau L - \frac{\tau L}{2} (1 + 2 \log 2) \\ & \quad + \frac{A \cdot \tau L}{2} (\log(k_0 L) - \gamma) \quad (99) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_o[B, L] &= iH_o - \frac{H_o \Omega L}{2} (1 + 2 \log 2) \\ & \quad + \frac{B \cdot H_o \Omega L}{2} (\log(k_0 L) - \gamma) - R \quad (100) \end{aligned}$$

である.

本論の変分原理が 1 次形式の変分原理となることから, μ^*, Γ^* に関するオイラーの方程式は A, B, L を変数とする方程式となる. 一方, A, B, L に関するオイラーの方程式は μ^*, Γ^* を決める方程式となるが, いまは逆時間逆流れの解を求める必要はないので, A, B, L に関するオイラーの方程式については考察の範囲外とし, 今後の課題とする.

μ^* に関するオイラーの方程式を考えると,

$$\text{Real} [T_s[A] + T_o[B] e^{i\Omega t}] = 0 \quad (101)$$

から, A, B が,

$$A = 1 \quad (102)$$

$$B = 1 \quad (103)$$

と決まる. Γ^* に関するオイラーの方程式を考えると,

$$\text{Real} [D_s[A, L] + T_o[B, L] e^{i\Omega t}] = 0 \quad (104)$$

となり, A, B は既に決まっているので, (104) 式は浸水長の決定条件式となる. 以下に (104) 式を具体的に書き下す.

$$\begin{aligned} & H_T + \tau L - H_o \sin(\Omega t) \\ &= \frac{L}{2} \{ \tau + H_o \Omega \cos(\Omega t) \} \\ & \quad \times \{ 1 + 2 \log 2 - \log(k_0 L) - \gamma \} \\ & \quad - \text{Real} [R \cdot e^{i\Omega t}] \quad (105) \end{aligned}$$

変数を有次元に戻すと以下のようになる.

$$\begin{aligned} & \hat{k}_0 \hat{H}_T - \hat{k}_0 \hat{H}_o \sin(\omega \hat{t}) + \tau \cdot \hat{k}_0 \hat{L} \\ &= \frac{\hat{k}_0 \hat{L}}{2} \left\{ \tau + \frac{1}{U_\infty} \cdot \frac{\omega}{\hat{k}_0} \cdot \hat{k}_0 \hat{H}_o \cos(\omega \hat{t}) \right\} \\ & \quad \times \{ 1 + 2 \log 2 - \log(\hat{k}_0 \hat{L}) \} \\ & \quad - \text{Real} [\hat{R} \cdot e^{i\omega \hat{t}}] \quad (106) \end{aligned}$$

ただし,

$$\hat{k}_0 \equiv \frac{g}{U_\infty^2} \quad (107)$$

である.

滑走板後端高さを変化させたときの, 浸水長の变化を Fig.5(a), (b) に示す. それぞれ, 後端高さ H_T は (-0.2) としているが, Fig.5(a) は上下動振幅が小さく, Fig.5(b) は大きい場合である. Fig.5(c) は, (a) と条件は同じであるが, 破線で各滑走艇高さでの定常解を示している. 破線の定常解は (106) 式において $\omega = 0$ とすればよい. 計算を行うと,

$$\frac{\hat{H}_T}{\tau} = \frac{\hat{k}_0 \hat{L}}{2} \{-1 + 2 \log 2 - \log(\hat{k}_0 \hat{L}) - \gamma\} \quad (108)$$

となり、勝井らが示した定常解と一致する。

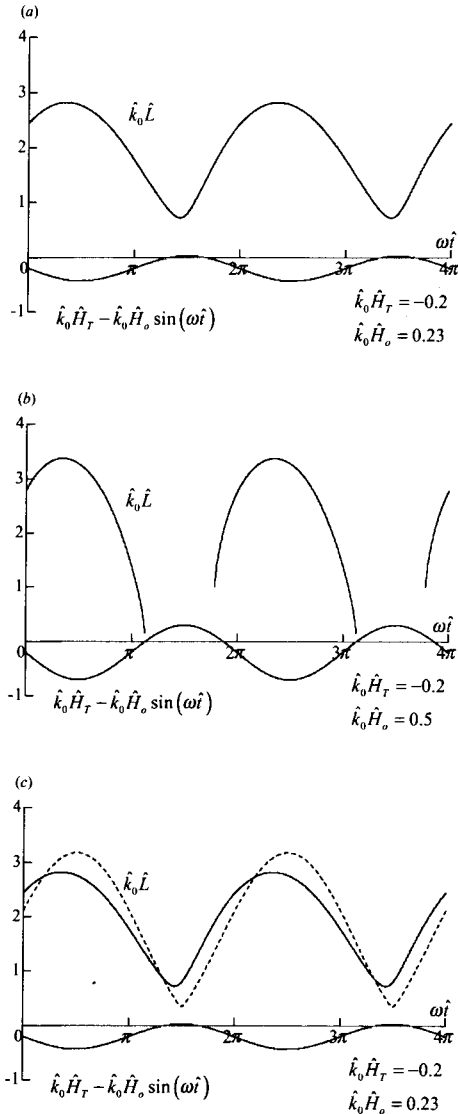


Fig.5 Calculated wetted length of plaining plate.

Fig.5 (a)の場合、滑走艇が上昇すると浸水長が縮み、下降すると伸びるという現象が表れている。また、後端高さが水面近くになると、浸水長の変化が急激になることがわかる。

Fig.5 (b)の場合、ある高さ以上後端高さを上昇させると、浸水長が存在しなくなる。すなわち水面から滑走艇が飛び上がってしまう状態が図に表れている。

Fig.5 (c)の場合、滑走艇上昇時は定常解に比べて浸水長は短く、滑走艇下降時は定常解に比べて浸水長が長いという現象が表れている。

5. 結言

周期動揺する2次元滑走板の浸水長を求める Radiation 問題では、諸変数を定常成分と非定常成分に分離した際、流体境界の一つである浸水長は変数分離できず両成分で共有される。このような問題に対し、定常成分、非定常成分を併せて定式化を行い、問題に対する変分原理を見いだした。見いだした変分原理から変分直接法により浸水長を求めた結果、以下の結論を得た。

1. 滑走艇まわりの流れを求める問題は、2つの積分方程式と、速度ポテンシャルの連続性条件、クッタの条件を満たすときに解けることを示した。2つの積分方程式の内、一つは滑走艇の物体表面条件からくる積分方程式で、一つは滑走艇前端での波高と滑走艇底面高さとの同値条件からくる積分方程式である。条件式の中に表れる浸水長 L は、定常成分、非定常成分に分離されず両成分で共有されるため、常に両成分を併せて定式化を行う必要があることを示した。クッタの条件については、滑走艇後端近傍の波高の存在を確かめることにより表現し、滑走艇後端での波高と滑走艇底面高さの同値条件と等価であることを示した。
2. 満たすべき2つの積分方程式をオイラーの方程式にもち、連続性条件、クッタの条件を付帯条件とする変分原理を見いだした。定常問題の変分原理が逆流れの解が付随した随伴変分原理となるのに対し、本論の変分原理には逆時間、逆流れの解が付随した随伴変分原理となった。
3. 変分直接法により、周期的に動揺する2次元滑走板の浸水長の変化を求めた。滑走艇が下降すると浸水長が伸び、上昇すると浸水長が縮むといった解が表現できた。滑走艇がある高さ以上に飛び出すような運動をしたとき解が存在しなくなるといったような、実現象におけるポーポインギングに相当する解が表現できた。

本研究は文部科学省科学研究費の補助を受けて実施されたものであり、関係各位に感謝いたします。

参考文献

- 1) 別所正利：動揺しながら前進する2次元浅喫水船に働く流体力について、防衛大学校理工学研究報告第30巻，第1号，1992。
- 2) 松村清重，水谷友基：高アスペクト比近似に基づく定式化による滑走板の未定浸水面形状の決定，日本造船学会論文集，第179号，pp.21-30，1996。

- 3) 松村清重：スプレーを伴う滑走板周りの流れに関する解析的研究，平成8年度科学研究費補助金(基盤研究(C)(2))研究成果報告書，1997.
- 4) 勝井辰博，松村清重，鈴木敏夫：滑走艇の未定浸水面問題に関する変分原理について，日本造船学会論文集，第183号，pp.1-8，1998.
- 5) 勝井辰博，松村清重：重力影響を考慮した滑走艇の未定浸水面問題に関する変分原理について，関西造船協会誌，第231号，pp.37-47，1999.