残缺电磁矢量阵列直线信号波达方向估计

徐友根　　刘志文
(北京理工大学电子工程系　北京　100081)

摘　要：该文提出了一种适用于残缺电磁矢量阵列的非圆极化-多重信号分类直线信号(如调幅、二进制相移键控信号等)波达方向估计方法，它可视为非圆-多重信号分类方法基于矢量阵列的推广，并可综合利用非圆信号的非零共轭矩信息以及极化敏感阵列的极化多样性。与传统极化-多重信号分类方法一样，该方法只需在角度参数空间进行搜索。此外，该文方法可直接推广于残缺声矢量阵列。计算机仿真结果验证了该文方法的有效性。

关键词：波达方向估计；矢量传感器；非圆信号；极化

中图分类号：TN911.7　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2009)04-0861-04

DOA Estimation of Rectilinear Signals Using Defective Electromagnetic Vector Arrays

Xu You-gen　　Liu Zhi-wen
(*Department of Electronic Engineering*, *Beijing Institute of Technology*, *Beijing* 100081, *China*)

Abstract: Noncircular polarimetric-MUSIC (Multiple Signal Classification) is herein proposed for Direction Of Arrival (DOA) estimation of rectilinear signals (such as AM, BPSK communications signals) by using one or a number of possibly defective (incomplete) electromagnetic vector-sensors. As an extension of the existing noncircular MUSIC, this new MUSIC variant can incorporate the redundancy in the nonvanishing conjugate moments and polarization diversity present in a polarization-sensitive array. It can also be directly extended to a defective acoustic vector array. Simulation results are given to validate the proposed method.

Key words: Direction-Of-Arrival (DOA) estimation; Vector-sensor; Noncircular signal; Polarization

1　前言

基于极化敏感矢量阵列的信号波达方向(DOA)估计近十几年来引起了人们的广泛关注，相关研究尤以完整电磁矢量传感器阵列居多[1–5]。电磁矢量传感器由 6 个相互正交的电磁传感单元组成，利用其组成电磁矢量传感器阵列可同时获取空间和极化角度信息。业已清楚，阵元的指向或类型不同均可使得阵列具有极化敏感性[6]，极化敏感阵列的概念和内涵要远比电磁矢量传感器阵列来得复杂和丰富。若将电磁矢量传感器的概念加以推广，则任意有别于完整电磁矢量传感器阵列的极化敏感阵列均可视为由若干个指向可能不同且存在部分单元缺失的残缺电磁矢量传感器组成，此即所谓残缺矢量阵列。传统标量阵列可以看作残缺矢量阵列的一个极端，它由若干指向相同的一维残缺矢量传感器组成，虽有空间信息可资利用，但缺乏极化敏感性。此外，本文把缺乏空间相位信息的单个电磁矢量传感器也视为残缺矢量阵列的一个特例。

与完整电磁矢量传感器阵列具有较为规则的结构不同，残缺矢量阵列结构复杂多样，较为成熟的 DOA 估计算法迄今并不多见。文献[7]中提出了一种针对极化敏感残缺矢量阵列的极化-多重信号分类 DOA 估计方法(本文简称其为极化-MUSIC)，该方法只需在角度参数空间进行搜索。残缺矢量阵列通常并不具备空间/极化旋转不变特性，这使得高效的子空间旋转不变 DOA 估计方法无法应用。但是，当阵列由若干个等间距分布的残缺矢量传感器组成时，基于矩阵奇异亏秩原理也可实现高效的闭式 DOA 估计，如文献[8,9]中的多项式求根方法。极化-MUSIC 的优点是可利用信号的极化可分性，但处理容量较传统均匀极化处理方法有所下降。另外，极化-MUSIC 不能有效处理空间色噪声。

本文考虑一类特殊的非圆信号[10]，其星座图始终沿直线分布(所以这里谓之直线信号)，如现代通信系统中广泛使用的调幅信号(AM)、二进制相移键控信号(BPSK)等。与圆信号不同，非圆信号的共轭矩不为零，这使得相应信号处理有更多的信息自由度可资利用。本文将主要研究如何利用直线信号的非圆性改善现有极化-MUSIC 方法的 DOA 估计性能，并提高其负载能力和对噪声空间相关性的鲁棒性。

2　信号模型

考虑一个由 N 个天线单元组成的极化敏感阵列和 M 个远场入射窄带非圆信号，同时令符号 θ_m 和 ϕ_m 分别表示第 m

2007-09-13收到，2008-12-18改回
国家自然科学基金(60602037)资助课题

个信号的方位角和俯仰角(其定义如图 1 所示)，且 $0 \le \theta_m < 2\pi$，$0 \le \phi_m \le \pi$，而 γ_m 和 η_m 为其极化参数，且 $0 \le \gamma_m \le \pi/2$，$-\pi \le \eta_m \le \pi$。这样，阵列 $N\times 1$ 维输出矢量可表达为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}(t) &\triangleq [x_1(t), x_2(t), \cdots, x_N(t)]^{\mathrm{T}} \\ &= \sum_{m=1}^{M} \boldsymbol{a}_{c,m} s_m(t) + \boldsymbol{n}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{n}(t) \end{aligned} \tag{1}$$

式中 $\{s_m(t)\}_{m=1}^{M}$ 表示信号包络，$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{a}_{c,1}, \cdots, \boldsymbol{a}_{c,M}]$，$\boldsymbol{s}(t) = [s_1(t), \cdots, s_M(t)]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{n}(t)$ 为 $N\times 1$ 维加性噪声矢量；$\boldsymbol{a}_{c,m}$ 称为广义导向矢量，其定义为

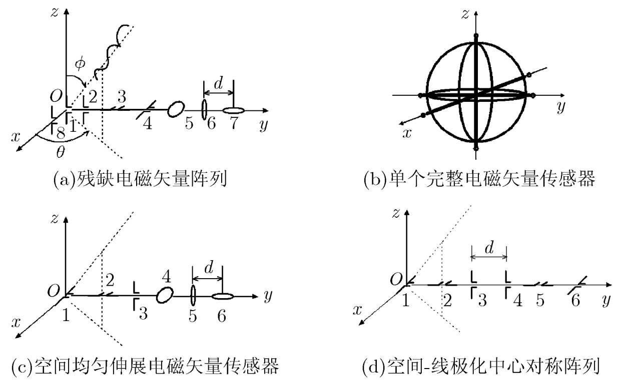

(a)残缺电磁矢量阵列
(b)单个完整电磁矢量传感器
(c)空间均匀伸展电磁矢量传感器
(d)空间-线极化中心对称阵列

图 1 文中所涉及的 4 类典型残缺矢量阵列结构

$$\boldsymbol{a}_{c,m} = \overbrace{\underbrace{\begin{bmatrix} u_{m,1} & & & \\ & u_{m,2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & u_{m,N}\end{bmatrix}}_{}^{\triangleq \boldsymbol{U}_{c,m}} \overbrace{\begin{bmatrix} [\boldsymbol{p}^{(1)}]^{\mathrm{T}} \\ [\boldsymbol{p}^{(2)}]^{\mathrm{T}} \\ \vdots \\ [\boldsymbol{p}^{(N)}]^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}}^{\triangleq \boldsymbol{P}}}^{\triangleq \boldsymbol{Q}_{c,m}} \underbrace{\underbrace{\begin{bmatrix} -\sin(\theta_m) & \cos(\phi_m)\cos(\theta_m) \\ \cos(\theta_m) & \cos(\phi_m)\sin(\theta_m) \\ 0 & -\sin(\phi_m) \\ -\cos(\phi_m)\cos(\theta_m) & -\sin(\theta_m) \\ -\cos(\phi_m)\sin(\theta_m) & \cos(\theta_m) \\ \sin(\phi_m) & 0 \end{bmatrix}}_{\triangleq \boldsymbol{\Xi}(\theta_m,\phi_m) = \boldsymbol{\Xi}_m} \overbrace{\begin{bmatrix} \cos(\gamma_m) \\ \sin(\gamma_m)\exp(j\eta_m) \end{bmatrix}}^{\triangleq \boldsymbol{h}(\gamma_m,\eta_m) = \boldsymbol{h}_m}}_{\triangleq \boldsymbol{\psi}(\theta_m,\phi_m,\gamma_m,\eta_m) = \boldsymbol{\psi}_m} \tag{2}$$

式中对角矩阵 $\boldsymbol{U}_{c,m}$ 描述了信号的空域相干结构，其对角线元素 $u_{m,n} = e^{j2\pi(\boldsymbol{k}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{r,m})/\lambda}$ 为第 m 个信号于第 n 个阵元处的空间相位因子($\boldsymbol{k}_n$ 为第 n 个阵元的位置矢量，λ 表示信号波长，$\boldsymbol{e}_{r,m} = [\sin(\phi_m)\cos(\theta_m), \sin(\phi_m)\sin(\theta_m), \cos(\phi_m)]^{\mathrm{T}}$ 为第 m 个信号的传播矢量)，$\boldsymbol{P}$ 称为极化敏感矩阵，其中 $\boldsymbol{p}^{(n)} \triangleq [\upsilon_{e,x}^{(n)}, \upsilon_{e,y}^{(n)}, \upsilon_{e,z}^{(n)}, \upsilon_{h,x}^{(n)}, \upsilon_{h,y}^{(n)}, \upsilon_{h,z}^{(n)}]^{\mathrm{T}}$ 表示第 n 个阵元的增益矢量，$\{\upsilon_{e,l}^{(n)}\}_{l=x,y,z}$ 和 $\{\upsilon_{h,l}^{(n)}\}_{l=x,y,z}$ 分别表示其对沿 l 方向完全极化单位电、磁信号的响应。例如，若第 n 个阵元为指向角 $(\breve{\theta},\breve{\phi})$ (定义同 (θ,ϕ))的电/磁偶极子，则有 $\boldsymbol{p}^{(n)} \triangleq [\sin\breve{\phi}\cos\breve{\theta}, \sin\breve{\phi}\sin\breve{\theta}, \cos\breve{\phi}, \boldsymbol{0}_{1\times 3}]^{\mathrm{T}}$ / $\boldsymbol{p}^{(n)} \triangleq [\boldsymbol{0}_{1\times 3}, \sin\breve{\phi}\cos\breve{\theta}, \sin\breve{\phi}\sin\breve{\theta}, \cos\breve{\phi}]^{\mathrm{T}}$；矢量 $\boldsymbol{\psi}_m$ 描述了信号的极化-角度相干结构，它与阵元的空间分布无关；$\{\boldsymbol{h}_m\}_{m=1}^{M}$ 称为极化矢量，它仅与信号极化有关，而与阵列结构无关。

3 非圆极化-MUSIC

3.1 基本非圆极化-MUSIC

假定阵元加性噪声为方差为 σ_n^2 的空间白噪声，入射信号源彼此独立，则阵列输出相关矩阵和共轭相关矩阵分别为

$$\boldsymbol{R}_x = E[\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(t)] = \boldsymbol{A}\boldsymbol{R}_s\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}} + \sigma_n^2\boldsymbol{I} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{R}_{x^*} = E[\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)] = \boldsymbol{A}\boldsymbol{R}_{s^*}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \ne \boldsymbol{O}_N \tag{4}$$

其中 $\boldsymbol{R}_s = E[\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}^{\mathrm{H}}(t)]$ 和 $\boldsymbol{R}_{s^*} = E[\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}(t)]$ 分别为信号自相关矩阵和共轭自相关矩阵(对于非圆信号 $s(t)$ 有 $E[s^2(t)] \ne 0$，所以有 $\boldsymbol{R}_{s^*} \ne \boldsymbol{O}$ 和 $\boldsymbol{R}_{x^*} \ne \boldsymbol{O}$。而 $\boldsymbol{R}_{x^*}$ 与 $\boldsymbol{R}_x$ 具有非常类似的代数结构，且两者主奇异矢量所张成的子空间相同。利用这一信息冗余性可有效改善信号 DOA 估计性能)。仿照文献[10]，构造下面的增广矢量

$$\begin{aligned}\boldsymbol{y}(t) &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) \\ \boldsymbol{x}^*(t) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^{M} \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_{c,m} \\ e^{-j2\beta_m}\boldsymbol{a}_{c,m}^* \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{b}_m} s_m(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{n}(t) \\ \boldsymbol{n}^*(t) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{w}(t)} \\ &= \boldsymbol{B}\boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{w}(t) \end{aligned} \tag{5}$$

及其相关矩阵 $\boldsymbol{R} = E[\boldsymbol{y}(t)\boldsymbol{y}^{\mathrm{H}}(t)] = \boldsymbol{B}\boldsymbol{R}_s\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}} + \sigma_n^2\boldsymbol{I}$，式中 $\boldsymbol{B} = [\boldsymbol{b}_1, \cdots, \boldsymbol{b}_M]$，$\beta_m$ 为第 m 个信号于参考阵元处的自然相位(对于直线信号，如 BPSK 信号，有 $s_m(t) = e^{j\beta_m}s_{r,m}(t)$，其中 $s_{r,m}(t) = s_{r,m}^*(t)$。所以 $s_m^*(t) = e^{-j\beta_m}s_{r,m}(t) = e^{-2j\beta_m}s_m(t)$，式(5)的推导即利用了这一特点[10])。对 $\boldsymbol{R}$ 进行特征分解得 $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{U}_s\boldsymbol{\Sigma}_s\boldsymbol{U}_s^{\mathrm{H}} + \boldsymbol{U}_n\boldsymbol{\Sigma}_n\boldsymbol{U}_n^{\mathrm{H}}$，其中 $\boldsymbol{U}_s$ 和 $\boldsymbol{U}_n$ 分别由矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的 M 个主特征矢量和 $2N-M$ 个次特征矢量组成，而 $\boldsymbol{\Sigma}_s$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_n$ 分别是主特征值和次特征值组成的对角矩阵。由子空间正交理论 $\|\boldsymbol{U}_n\boldsymbol{U}_n^{\mathrm{H}}\boldsymbol{b}_m\|_{\mathrm{F}} = 0$，又 $\boldsymbol{a}_{c,m} = \boldsymbol{Q}_{c,m}\boldsymbol{\Xi}_m\boldsymbol{h}_m = \boldsymbol{D}(\theta_m, \phi_m, \boldsymbol{P})\boldsymbol{h}_m = \boldsymbol{D}_m\boldsymbol{h}_m$，所以有

$$\begin{aligned}\boldsymbol{b}_m &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{D}_m\boldsymbol{h}_m \\ \boldsymbol{D}_m^*(e^{-j2\beta_m}\boldsymbol{h}_m^*) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{D}_m & \\ & \boldsymbol{D}_m^* \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\mathcal{D}}_m} \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{h}_m \\ e^{-j2\beta_m}\boldsymbol{h}_m^* \end{bmatrix}}_{\bar{\boldsymbol{h}}_m} \\ &= \boldsymbol{\mathcal{D}}_m\bar{\boldsymbol{h}}_m \end{aligned} \tag{6}$$

由此 $\bar{\boldsymbol{h}}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\mathcal{D}}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{U}_n\boldsymbol{U}_n^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\mathcal{D}}_m\bar{\boldsymbol{h}}_m = \bar{\boldsymbol{h}}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}(\theta_m,\phi_m,\boldsymbol{P})\bar{\boldsymbol{h}}_m = \bar{\boldsymbol{h}}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_m\bar{\boldsymbol{h}}_m = 0$。如果极化敏感矩阵 $\boldsymbol{P}$ 已知，根据矩阵奇异亏秩理论[8]，非圆极化-MUSIC 谱表达式可定义为 $\max\limits_{\theta,\phi}\left\{\det[\boldsymbol{H}(\theta,\phi)]\right\}^{-1}$，其中“det”表示行列式。利用该式完成无模糊角度估计的必要条件是当 $\{\theta,\phi\}$ 偏离信号真实 DOA 时 $\boldsymbol{H}(\theta,\phi)$ 满秩，亦即要求 $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{U}_n^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\mathcal{D}}_m$ 满秩。由上下文可知 $\boldsymbol{F}$ 为 $(2N-M)\times 4$ 维矩阵，所以 $2N-M \ge 4 \Rightarrow M \le 2N-4$，这意味着非圆极化-MUSIC 最多能处理 $2N-4$ 个信号源。

3.2 累量域非圆极化-MUSIC

本节探讨如何利用四阶累积量工具进一步提高非圆极化-MUSIC 的处理容量。构造数据矢量 $\boldsymbol{z}(t)=\boldsymbol{y}(t)\otimes\boldsymbol{y}^*(t)$，及数据矩阵 $\boldsymbol{\mathcal{Z}}(t)=\boldsymbol{y}(t)\boldsymbol{\epsilon}_{2N}^{\mathrm{T}}$，其中 $\boldsymbol{\epsilon}_{2N}=[1,\cdots,1]^{\mathrm{T}}$ 为 $2N\times 1$ 维全 1 矢量，这样，隐含孔径扩展的四阶累积量矩阵可按下式构造：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{G}&=E[\boldsymbol{z}(t)\boldsymbol{z}^{\mathrm{H}}(t)]-\left(E[\boldsymbol{z}(t)]\right)\left(E[\boldsymbol{z}^{\mathrm{H}}(t)]\right)-\left(E[\boldsymbol{y}(t)\boldsymbol{y}^{\mathrm{H}}(t)]\right)\\&\quad\otimes\left(E^*[\boldsymbol{y}(t)\boldsymbol{y}^{\mathrm{H}}(t)]\right)-\left(E[\boldsymbol{\mathcal{Z}}^{\mathrm{H}}(t)\otimes\boldsymbol{\mathcal{Z}}^*(t)]\right)\odot\left(E[\boldsymbol{\mathcal{Z}}(t)\otimes\boldsymbol{\mathcal{Z}}^{\mathrm{T}}(t)]\right)\\&=\sum_{m=1}^{M}\gamma_m\underbrace{[\boldsymbol{b}_m\otimes\boldsymbol{b}_m^*]}_{\boldsymbol{g}_m}[\boldsymbol{b}_m\otimes\boldsymbol{b}_m^*]^{\mathrm{H}}\end{aligned}\tag{7}$$

式中 $\gamma_m=\mathrm{Cum}\{s_m(t),s_m^*(t),s_m^*(t),s_m(t)\}$，“ $\odot$ ”为 Schur–Hadamard 积，“ $\otimes$ ”表示张量积，而“ Cum ”表示四阶累积量运算符号。与文献[11]类似，可以证明式(7)的第 $(j_1-1)(2N)+j_2$ 行 $(j_3-1)(2N)+j_4$ 列元素为 $\mathrm{Cum}\{y_{j_1}(t),y_{j_2}^*(t),y_{j_3}^*(t),y_{j_4}(t)\}$，其中 $y_j(t)$ 表示 $\boldsymbol{y}(t)$ 的第 j 个元素。又 $\boldsymbol{b}_m=\boldsymbol{\mathcal{D}}_m\bar{\boldsymbol{h}}_m$，所以 $\boldsymbol{g}_m=\boldsymbol{b}_m\otimes\boldsymbol{b}_m^*=(\boldsymbol{\mathcal{D}}_m\bar{\boldsymbol{h}}_m)\otimes(\boldsymbol{\mathcal{D}}_m^*\bar{\boldsymbol{h}}_m^*)=\boldsymbol{\mathcal{D}}_m'\boldsymbol{h}_m'$，其中 $\boldsymbol{\mathcal{D}}_m'=\boldsymbol{\mathcal{D}}_m\otimes\boldsymbol{\mathcal{D}}_m^*$，$\boldsymbol{h}_m'=\bar{\boldsymbol{h}}_m\otimes\bar{\boldsymbol{h}}_m^*$。由此 $\boldsymbol{h}_m'^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\mathcal{D}}_m'^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_n'\boldsymbol{\mathcal{D}}_m'\boldsymbol{h}_m'=0$，其中 $\boldsymbol{P}_n'$ 为矩阵 $\boldsymbol{G}$ 的噪声子空间投影矩阵，相应地，累量域非圆极化-MUSIC 谱表达式可定义为 $\min\limits_{\theta,\phi}\det\left[\boldsymbol{\mathcal{D}}'^{\mathrm{H}}(\theta,\phi)\boldsymbol{P}_n'\boldsymbol{\mathcal{D}}'(\theta,\phi)\right]$。

3.3 空间-极化中心对称阵列：反转非圆极化-MUSIC

上文所讨论的非圆极化-MUSIC 属于二阶方法，仅适用于空间白噪声情形；累量域非圆极化-MUSIC 虽然可以处理色噪声，但要求噪声服从高斯分布。本小节将讨论一种新的适用于空间-极化中心对称阵列的二阶 DOA 估计方法，该方法仅涉及信号的共轭矩，理论上可处理具有任意分布的色噪声(其共轭矩恒为 0)。

首先介绍空间-极化中心对称矢量阵列的概念。定义矩阵 $\boldsymbol{J}_Q=\boldsymbol{I}_Q(:,Q:-1:1)$，若阵列空域导向矢量满足 $\boldsymbol{J}\boldsymbol{a}_{c,m}^*=\zeta_m\boldsymbol{a}_{c,m}$，其中 ζ_m 为一常数，则称阵列具有空间-极化中心对称性质，它是中心对称标量阵列概念的矢量推广。图 1(d)所示阵列在信号具有线性极化状态时即为此类阵列，此时有 $\zeta_m=u_{m,N}$。构造数据矢量

$$\begin{aligned}\boldsymbol{y}''(t)&=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}(t)\\\boldsymbol{J}_N\boldsymbol{x}(t)\end{bmatrix}=\sum_{m=1}^{M}\underbrace{\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}_{c,m}\\\zeta_m^*\boldsymbol{a}_{c,m}^*\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{b}_m''}s_m(t)+\underbrace{\begin{bmatrix}\boldsymbol{n}(t)\\\boldsymbol{J}_N\boldsymbol{n}(t)\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{w}''(t)}\\&=\boldsymbol{B}''\boldsymbol{s}(t)+\boldsymbol{w}''(t)\end{aligned}\tag{8}$$

其中 $E[\boldsymbol{w}''(t)\boldsymbol{w}''^{\mathrm{T}}(t)]=\boldsymbol{O}$，$\boldsymbol{b}_m''=[(\boldsymbol{D}_m\boldsymbol{h}_m)^{\mathrm{T}},(\boldsymbol{D}_m^*(\zeta_m^*\boldsymbol{h}_m^*))^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$。进一步对 $\boldsymbol{R}''=E[\boldsymbol{y}''(t)\boldsymbol{y}''^{\mathrm{T}}(t)]=\boldsymbol{B}''E[\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}(t)]\boldsymbol{B}''^{\mathrm{T}}$ 进行特征分解获得对应的噪声子空间投影矩阵 $\boldsymbol{E}_n=[\boldsymbol{E}_{n1}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{E}_{n2}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，则

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\boldsymbol{h}_m^{\mathrm{H}} & \zeta_m\boldsymbol{h}_m^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}\underbrace{\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{E}_{n1}\boldsymbol{E}_{n1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_m & \boldsymbol{D}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{E}_{n1}\boldsymbol{E}_{n2}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_m^*\\\boldsymbol{D}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{n2}\boldsymbol{E}_{n1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_m & \boldsymbol{D}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_{n2}\boldsymbol{E}_{n2}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_m^*\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{H}_m''=\boldsymbol{H}''(\theta_m,\phi_m,\boldsymbol{P})}\underbrace{\begin{bmatrix}\boldsymbol{h}_m\\\zeta_m^*\boldsymbol{h}_m^*\end{bmatrix}}_{\bar{\boldsymbol{h}}_m''}\\&=\bar{\boldsymbol{h}}_m''^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_m''(\theta_m,\phi_m,\boldsymbol{P})\bar{\boldsymbol{h}}_m''=0\end{aligned}\tag{9}$$

此时谱表达式变为 $\min\limits_{\theta,\phi}\det\left[\boldsymbol{H}''(\theta,\phi)\right]$。由于仅使用了信号共轭矩信息，上述算法具有信号选择能力，对圆形星座图干扰/色噪声不甚敏感。为清楚起见，我们称本小节算法为反转非圆极化-MUSIC，它与非圆极化-MUSIC 计算量相仿。

4 计算机仿真

首先研究非圆信息的利用是否可以改善 DOA 估计性能。我们将本文方法和没有利用非圆信息的极化-MUSIC 进行了比较，仿真中采用了 4 个非相关 BPSK 信号，其 DOA 分别为 $(30°,90°)$，$(60°,90°)$，$(100°,90°)$，$(200°,90°)$；极化参数分别为 $(45°,90°)$，$(45°,-90°)$，$(30°,30°)$，$(60°,45°)$，信噪比为 10dB，快拍数为 100；所采样的阵列结构如图 1(b)所示，100 次独立方位谱仿真结果如图 2 所示。可以看出，由于利用了信号非圆信息，本文方法要明显优于传统的极化-MUSIC 方法。

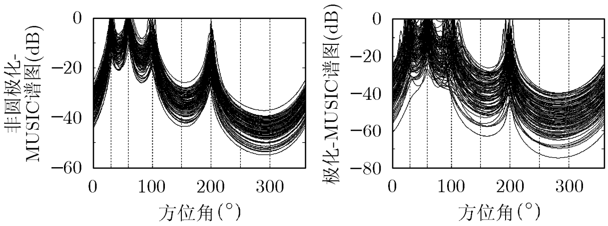
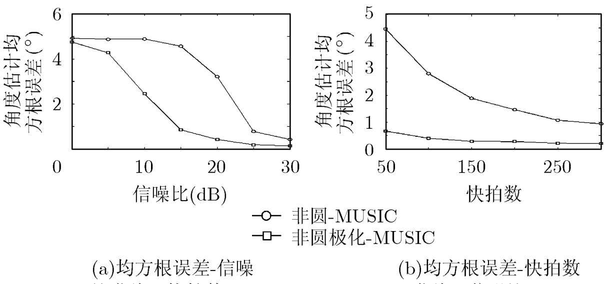


图 2 非圆极化-MUSIC 和极化-MUSIC 的比较

下面比较本文方法与传统的非圆-MUSIC。采用 4 个非相关 BPSK 信号，分别来自于 $(30°,90°)$，$(60°,90°)$，$(45°,90°)$，$(70°,90°)$，极化参数则分别为 $(45°,90°)$，$(45°,-90°)$，$(30°,30°)$，$(60°,45°)$，本文方法所采用的阵列结构如图 1(c)所示。非圆-MUSIC 是针对标量阵列的方法，本例中该阵列由 6 个指向相同的电偶极子组成。信噪比为 20dB，快拍数为 100。图 3 给出的是两种算法 DOA 估计均方根误差与信噪比及快拍数的关系曲线图(限于篇幅，这里仅给出了 DOA 为 70° 信号的结果，其它信号相关结果类似)，其中均方根误差定义为 $\mathrm{RMSE}=\sqrt{E[(\theta-\hat{\theta})^2]}$，$\hat{\theta}$ 表示 θ 的估计值。仿真中则采用 200 次独立结果的平均加以近似，即 $\mathrm{RMSE}\approx\sqrt{\frac{1}{200}\sum_{j=1}^{200}(\theta-\hat{\theta}_j)^2}$，其中 $\hat{\theta}_j$ 表示第 j 次实验 θ 的估计结果。不难看出，由于可利用信号极化信息，本文方法性能优于非极化非圆方法，并与信噪比和快拍数成正比关系。

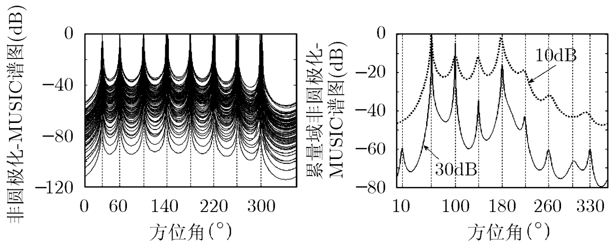
下面研究本文方法是否可继承非圆方法的孔径扩展能力。仿真中采用 8 个非相关 BPSK 信号，DOA 分别为 (30°,



(a)均方根误差-信噪比曲线，快拍数100　　(b)均方根误差-快拍数曲线，信噪比20dB

图 3 非圆极化-MUSIC 和非圆-MUSIC 的角度估计均方根误差比较：$\theta=70°$

90°)，(60°,90°)，(100°,90°)，(140°,90°)，(180°,90°)，(220°,90°)，(260°,90°)，(300°,90°)。所用阵列如图 1(b)所示，信噪比为 30dB，快拍数为 200，结果示于图 4(a)中，可以看出该 8 个信号 DOA 仍可被正确估计。进一步考察累量域变体算法的孔径扩展能力。考虑 9 个信号源，其 DOA 分别为 (10°,90°)，(60°,90°)，(100°,90°)，(140°,90°)，(180°,90°)，(220°,90°)，(260°,90°)，(300°,90°)，(330°,90°)，图 4(b)的结果表明，该 9 个信号源在高信噪比情况下可被唯一辨识。



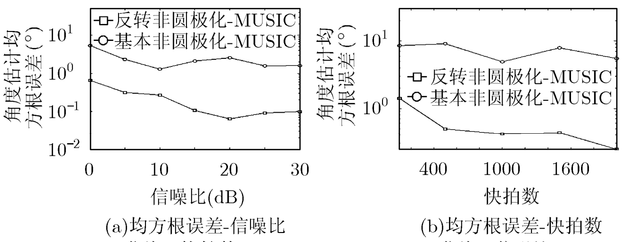
(a)非圆极化-MUSIC谱：8个信号源　(b)累量域非圆极化-MUSIC: 9个信号源

图 4 非圆极化-MUSIC 和累量域非圆极化-MUSIC 的孔径扩展能力

最后比较一下基本非圆极化-MUSIC 和反转非圆-MUSIC 的色噪声处理能力。考虑 3 个非圆线极化信号，分别来自 (10°,90°)，(30°,90°)，(45°,90°)，极化参数为 (0°,0°)，(10°,0°)，(20°,90°)，信噪比为 20dB，快拍数 500，所使用的阵列如图 1(d)所示。信号环境为高斯白噪声加上 1 个来自于 (70°,90°) 的圆干扰信号。两种算法 DOA 估计均方根误差与信噪比和快拍数的关系曲线显示于图 5(图中只给出了角度为 45° 信号的结果)，结果表明反转方法在抑制色噪声方面具有明显的优势，且色噪声条件下基本非圆极化-MUSIC 方法的性能对信噪比和快拍数不甚敏感，换句话说，加大信噪比和快拍数并不能有效改善其 DOA 估计性能。相比之下，反转方法在低信噪比条件下随着信噪比的增加其性能迅速提高。

5 结束语

本文提出了一种可综合利用信号非圆性和阵列极化敏感性的 DOA 估计方法，该方法仅需在角度参数空间进行搜索，是非圆-MUSIC 基于残缺矢量阵列的推广形式。计算机仿真结果表明该方法要同时优于非圆-MUSIC 和极化-MUSIC，并且继承了非圆-MUSIC 的孔径扩展能力。论文还简单探讨了残缺矢量阵列累量域孔径扩展问题，以及信号非圆性在色噪声抑制方面的应用。实验表明，累量域和反转方法分别在处理容量和色噪声抑制能力方面明显优于现有方法。值得进一步研究的是如何快速实现算法所需的求秩运算。



(a)均方根误差-信噪比曲线，快拍数500　(b)均方根误差-快拍数曲线，信噪比10dB

图 5 基本非圆极化-MUSIC 和反转非圆极化-MUSIC 的角度估计均方根误差比较：$\theta = 45°$

参 考 文 献

[1] Nehorai A and Paldi E. Vector-sensor array processing for electromagnetic source localization [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1994, 42(2): 376–398.

[2] Wong K T and Zoltowski M D. Self-initiating MUSIC-based direction finding and polarization estimation in spatio-polarizational beamspace [J]. *IEEE Trans. on Antennas Propagation*, 2000, 48(8): 1235–1245.

[3] 庄钊文, 徐振海, 肖顺平, 王雪松等. 极化敏感阵列信号处理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2005: 9–11.
Zhuang Zhao-wen, Xu Zhen-hai, Xiao Shun-ping, and Wang Xue-song. Signal Processing of Polarization Sensitive Array [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2005: 9–11.

[4] 刘志文, 徐友根, 齐晓东. 矢量传感器阵列信号处理研究进展及展望 [C]. 2006 年中国科协年会论文集第 13 分会, 北京, 2006: 146–156.
Liu Zhi-wen, Xu You-gen, and Qi Xiao-dong. Overview of progresses in vector-sensor array signal processing[C]. In Proceedings of Annual Conference (No.13 branch) of China Association for Science and Technology, Beijing, 2006: 146–156.

[5] Xu Yougen and Liu Zhiwen. Polarimetric angular smoothing algorithm for an electromagnetic vector sensor array [J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2007, 1(3): 230–240.

[6] Li J, Stoica P, and Zheng D. M. Efficient direction and polarization estimation with a COLD array [J]. *IEEE Trans. on Antennas Propagation*, 1996, 44(4): 539–547.

[7] Ferrara E R Jr and Parks T M. Direction finding with an array of antennas having diverse polarization [J]. *IEEE Trans. on Antennas Propagation*, 1983, 31(2): 231–236.

[8] Weiss A J and Friedlander B. Direction finding for diversely polarized signals using polynomial rooting [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1993, 41(5): 1893–1905.

[9] Wong K T, Li L S, and Zoltowski M D. Root-MUSIC-based direction-finding and polarization estimation using diversely polarized possibly collocated antennas [J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation. Letters*, 2004, 3(2): 129–132.

[10] Chargé P, Wang Y, and Saillard J. A non-circular sources direction finding method using polynomial rooting [J]. *Signal Processing*, 2001, 81(8): 1765–1770.

[11] Porat B and Friedlander B. Direction finding algorithms based on high-order statistics [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1991, 39(9): 2016–2023.

徐友根： 男，1975年生，博士，副教授，研究领域为阵列信号处理及应用.

刘志文： 男，1962年生，博士，教授，主要研究领域为阵列信号处理、中文信息识别、图像处理等.