

GPS 定位误差分析与状态估计

关桂霞, 朱虹, 关永, 吴敏华

(首都师范大学信息工程学院, 北京 100037)

摘要:通过分析 GPS 定位误差的统计特性, 可将 GPS 定位误差作为二阶 Markov 随机过程处理。该文结合载体的 Singer 模型, 利用扩展 Kalman 滤波算法, 对系统状态进行估计。试验结果表明, 利用扩展 Kalman 滤波算法比标准 Kalman 滤波算法在定位精度上有较大程度的提高, 对于低动态用户消除相关误差的影响具有一定应用价值。

关键词: GPS 定位; 定位误差; Markov 过程; 扩展 Kalman 滤波

Error Analysis and States Estimation in GPS Positioning

GUAN Gui-xia, ZHU Hong, GUAN Yong, WU Min-hua

(College of Information Engineering, Capital Normal University, Beijing 100037)

【Abstract】By analyzing its statistical characteristic, GPS positioning error can be described approximately as two-order Markov process. With the extended Kalman filter introduced, the system status is estimated effectively on the basis of the Singer model of the vehicle. Simulation result shows that the precision of GPS positioning based on extended Kalman filtering is much higher than that based on standard Kalman filtering. So it can be used in eliminating correlative error in low dynamic condition.

【Keywords】GPS; positioning error; Markov process; extended Kalman filtering

GPS定位的基本信息包含有人为或非人为(大气层、设备热噪声等)随机干扰的伪距测量值和广播星历, 定位计算的过程就是从这些信息中提取接收机的位置和速度的过程, 即状态估计。人们总希望状态估计能抑制随机扰动而达到某种意义下的最优, 大量的实验表明伪距的量测值中含有不能忽视的相关噪声, 直接利用GPS卫星伪距估计用户位置, 结果中含有相关误差, 而采用以伪距为测量量的扩展卡尔曼滤波定位估计法实际上也不能抑制相关噪声的影响^[1]。如何消除相关噪声对定位结果的影响已经成为提高定位精度的关键, 其根本的问题是建立什么样的载体运动方程和相关误差的动态模型, 并据此采用什么样的状态估计方法。

1 定位误差统计特性及模型的分析

连续采集GPS接收机输出的星历数据、位置数据以及时钟延迟校正数据, 根据所获得的位置数据(X, Y, Z), 求其平均值作为天线的基准位置(x₀, y₀, z₀), 然后将连续采集的位置数据(X, Y, Z)与基准位置(x₀, y₀, z₀)进行比较, 即可得到GPS定位误差(Δx, Δy, Δz)。

实验系统采用 Trimble 公司生产的 Model 4000RL GPS 接收机, 通过 USB 接口从接收机中读出卫星星历数据、电离层和时钟延迟校正数据以及伪距和伪距率数据等信息。实验系统组成如图 1 所示。

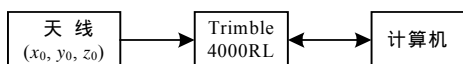


图 1 GPS 定位误差采集系统的组成

对得到的GPS定位误差进行时间序列分析, 在MATLAB环境中建立单轴方向误差的AR(n)模型^[2-3], 模型阶次从 1 增至 20, 准则函数FPE, owe和方差σ²分别绘制于图 2 中。

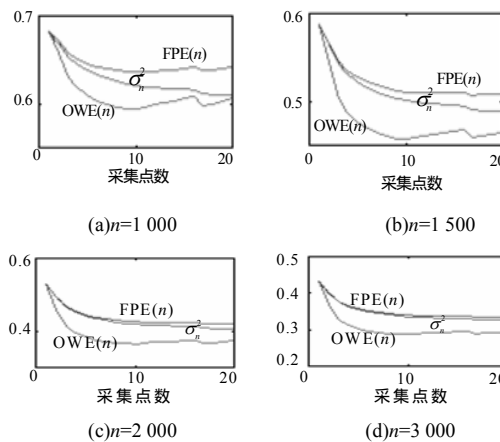


图 2 不同样本数据的各函数变化曲线

由图 2 可知, 对应于不同的数据长度N, owe(n)的最低点基本处在n=10 附近, 而且不随数据长度的变化而变化, 相应的残差曲线在此点之后无快速下降的过程, 这表明由FPE(n)准则所确定的模型最佳阶次一般在 10 阶左右。但以此建立误差信号的状态方程进行滤波时计算将很复杂。通过对大量样本所建立的模型进行深入分析, 几乎所有样本的FPE(n)值在阶数为 2 时出现了明显的转折, 且存在一对极靠近 (1, 0)

基金项目:北京市自然科学基金资助项目(4062009);北京市教委科技发展计划基金资助项目(KM200610028013)

作者简介:关桂霞(1972 -), 女, 讲师、硕士, 主研方向: GPS 导航, 现代数字信号处理;朱虹, 讲师、硕士;关永, 教授、博士;吴敏华, 副教授、硕士

收稿日期:2007-01-16 **E-mail:** zhuh_coie@sina.com

的主导极点,如图3所示。表1为AR(10)模型的极点数据,其中, $p_{7,8}$ 为模型的主导极点。

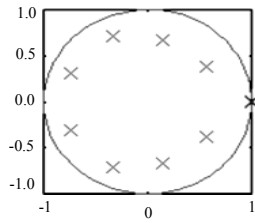


表1 AR(10)模型的极点数据

$P_{1,2}$	$-0.7424 \pm j0.3099$
$P_{3,4}$	$-0.3329 \pm j0.7142$
$P_{5,6}$	$0.1449 \pm j0.6642$
$P_{7,8}$	$0.9991 \pm j0.0088$
$P_{9,10}$	$0.5703 \pm j0.3806$

图3 AR(10)模型的极点分布

由此可知,定位误差模型用二阶 Markov 过程来拟合是合理的,选择定位误差符合如下的微分方程:

$$\ddot{u}_x(t) + 2\beta_x \dot{u}_x(t) + \beta_x^2 u_x(t) = w_{ux}(t), \quad w_{ux} \sim NID(0, 4\beta_x^3 \sigma_{ux}^2) \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_x(t) \\ \ddot{u}_x(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\beta_x^2 & -2\beta_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x(t) \\ \dot{u}_x(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w_{ux}(t) \quad (2)$$

其中, $w_{ux}(t)$ 是方差为 $4\beta_x^3 \sigma_{ux}^2$ 的白噪声; σ_{ux}^2 是变量 $u_x(t)$ 的方差,如果获得 $u_x(t)$ 的观测值,可以通过计算 $u_x(t)$ 的自相关函数求得 β_x 与 σ_{ux}^2 。

将式(2)离散化,得

$$\begin{bmatrix} u_x(k) \\ \dot{u}_x(k) \end{bmatrix} = F_x(k, k-1) \begin{bmatrix} u_x(k-1) \\ \dot{u}_x(k-1) \end{bmatrix} + \kappa_x(k, k-1) w_{ux}(k) \quad (3)$$

其中, $F_x(k, k-1) = \exp \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\beta_x^2 & -2\beta_x \end{bmatrix} T \right\}$;

$$\kappa_x(k, k-1) = \int_{kT}^{(k+1)T} \exp \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\beta_x^2 & -2\beta_x \end{bmatrix} [(k+1)T - \tau] \right\} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega_{ux}(\tau) d\tau$$

噪声 $\kappa_x(k, k-1) w_{ux}(k)$ 的协方差阵为

$$G_x(k) = E[\kappa_x(k, k-1) w_{ux}(k) w_{ux}(k)^T \kappa_x(k, k-1)^T]$$

$$4\beta_x^3 \sigma_{ux}^2 E[\kappa_x(k, k-1) \kappa_x(k, k-1)^T]$$

为了确定误差模型的参数,在大地基准点进行数据采集,从定位数据中减去基准值,获得误差信号,并对其进行统计特性的分析,得出表2所示的统计参数。利用表2中的统计参数,可建立定位误差的模型。

表2 误差信号的统计参数

	β	τ^*	σ_u	σ_w
u_x	0.012 20	175.73	37.419	0.101 1
u_y	0.013 80	154.42	35.711	0.182 5
u_z	0.013 75	156.05	52.528	0.169 4

2 载体的运动模型

载体的运动模型很多,根据具体的运动对象和条件可以针对性地建模。本文以 Singer 模型为例,考虑到要处理的数据是静态检测的数据,认为运动速度是如下 Gauss-Markov 过程:

$$\dot{x}(t) = -\alpha_x \dot{x}(t) + w_x(t), \quad w_x(t) \sim NID(0, 2\alpha_x \sigma_x^2) \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\alpha_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (5)$$

其中, $w_x(t)$ 是方差为 $2\alpha_x \sigma_x^2$ 的白噪声;相关系数 α_x 与 $\dot{x}(t)$ 的相关时间常数互为倒数,选采样周期为 T ,将式(5)离散化,得

$$\begin{bmatrix} x(k) \\ \dot{x}(k) \end{bmatrix} = \phi_x(k, k-1) \begin{bmatrix} x(k-1) \\ \dot{x}(k-1) \end{bmatrix} + \gamma_x(k, k-1) w_x(k-1) \quad (6)$$

其中, $\phi_x(k, k-1) = e^{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\alpha_x \end{bmatrix} T}$;

$$\gamma_x(k) = \int_{kT}^{(k+1)T} \exp \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\alpha_x \end{bmatrix} [(k+1)T - \tau] \right\} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega_x(\tau) d\tau$$

噪声 $\gamma_x(k, k-1) w_x(k-1)$ 的协方差阵为

$$P_x(k) = E[\gamma_x(k, k-1) w_x(k-1) w_x(k-1)^T \gamma_x(k, k-1)^T] = 2\alpha_x \sigma_x^2 E[\gamma_x(k, k-1) \gamma_x(k, k-1)^T]$$

3 系统的状态估计

联立式(3)和式(6),得系统方程:

$$\begin{cases} X_x(k) = F_x(k, k-1) X_x(k-1) + \Gamma_x(k, k-1) W_x(k-1) \\ Y_x(k) = H_x X_x(k) + V_x(k) \end{cases} \quad (7)$$

其中, $X_x(k) = [x(k), \dot{x}(k), u_x(k), \dot{u}_x(k)]^T$; $\phi_x(k, k-1) = \begin{bmatrix} \phi_x(k, k-1) & 0 \\ 0 & F_x(k, k-1) \end{bmatrix}$;

$$\Gamma_x(k, k-1) W_x(k-1) = \begin{bmatrix} \gamma_x(k, k-1) & 0 \\ 0 & \kappa_x(k, k-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_x(k-1) \\ w_{ux}(k-1) \end{bmatrix}$$

状态误差 $\phi_x(k, k-1) W_x(k-1)$ 的协方差阵 $Q(k) =$

$$\begin{bmatrix} \psi_x(k) & 0 \\ 0 & G_x(k) \end{bmatrix}, \quad \text{系统的观测矩阵 } H(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

由式(7)可知,系统的状态 $[x(k), \dot{x}(k)]^T$ 和 $[u_x(k), \dot{u}_x(k)]^T$ 之间,在状态方程中无耦合,而在量测方程中以线性和的形式出现,即是对一个观测测量要将其分配到两个状态变量上,分配的依据完全由状态方程决定,可得式(7)可观测条件是 $\phi_x(k, k-1)$ 和 $F_x(k, k-1)$ 均可逆且不相等。将式(7)用于扩展 Kalman 滤波计算^[4],可估计出系统的状态,递推方程如下:

验前协方差阵

$$P_{(k+1,k)} = \phi_{(k+1,k)} P_{(k)} \phi_{(k+1,k)}^T + Q_{(k)}$$

滤波增益方程

$$K_{(k+1)} = P_{(k+1,k)} H_{(k+1)}^T (H_{(k+1)} P_{(k+1,k)} H_{(k+1)}^T + R_{(k+1)})^{-1}$$

状态估计方程

$$\hat{X}_{(k+1)} = \phi_{(k+1,k)} \hat{X}_{(k)} + K_{(k+1)} (Y_{(k+1)} - H_{(k+1)} \phi_{(k+1,k)} \hat{X}_{(k)})$$

验后协方差阵

$$P_{(k+1)} = (I - K_{(k+1)} H_{(k+1)}) P_{(k+1,k)} \quad k=0,1,2,\dots$$

4 仿真试验

在校区周围进行了跑车实验,把跑车采集的数据作为定位参考数据。在获得原始数据的基础上,叠加不同种类的噪声源,根据以上扩展的 Kalman 滤波算法,进行车辆状态估计。图4的波形分别为 X, Y 2 个方向的位置误差信号经标准 Kalman 滤波及扩展 Kalman 滤波之后的变化过程,表3为 X, Y, Z 3 个方向的位置滤波前后的方差对比。由试验可知,采用本文所述的扩展 Kalman 滤波方程进行状态估计,比一般的 Kalman 滤波估计能更有效地抑制相关误差。

表3 位置信号滤波前后的方差比较

	σ_x	σ_y	σ_z
滤波前	20.531 0	41.225 4	37.049 0
标准滤波后	13.490 9	32.792 5	18.304 8
扩展滤波后	4.418 5	14.534 7	15.880 3

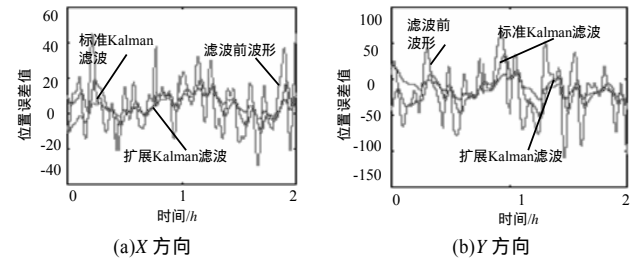


图4 滤波前后的误差信号波形比较

5 结束语

本文通过对 GPS 接收机的输出误差作建模研究,对大量数据样本的模型进行统计特性分析,认为将 GPS 接收机输出的单轴方向位置误差作为二阶 Markov 随机过程处理是适当的,再结合载体的 Singer 模型,对实际的 GPS 定位输出数据进行滤波处理。在滤波过程中,状态变量的初始值没有进行

(下转第 249 页)