

## OFDM 系统中一种新的分块迭代的部分传输序列算法

吴 交 杨鸿文 张 欣 杨大成

(北京邮电大学无线理论与技术实验室 北京 100876)

**摘 要:** 该文提出了一种新的基于分块迭代(BI)和自适应分块迭代(ABI)的部分传输序列算法, 能够有效地降低正交频分复用(OFDM)系统的峰均功率比(PAPR), 与原始部分传输序列(OPTS)和 Iterative Flipping(IF)算法相比, 该算法能够获得更好的性能与复杂度的折衷, 并且该算法可以看作 OPTS 和 IF 算法的一般化形式。

**关键词:** 正交频分复用; 部分传输序列; 峰均比; 分块迭代

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)12-2947-04

## A Novel Block Iterative Algorithm of PTS in OFDM

Wu Jiao Yang Hong-wen Zhang Xin Yang Da-cheng

(Wireless Theories and Technologies Lab, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

**Abstract:** A novel Block Iterative (BI) and Adaptive Block Iterative (ABI) based schemes of Partial Transmit Sequence (PTS) for Peak to Average Power Ratio (PAPR) reduction in Orthogonal Frequency-Division Multiplexing (OFDM) are proposed, which can effectively reduce the high PAPR caused by OFDM. Compared with the Original Partial Transmit Sequence (OPTS) and Iterative Flipping (IF) algorithm, the proposed schemes can obtain much better tradeoff between performance and complexity, and can be considered as the generalization of OPTS and IF algorithm.

**Key words:** OFDM (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing); PTS (Partial Transmit Sequence); PAPR (Peak to Average Power Ratio); BI (Block Iterative)

### 1 引言

正交频分复用技术(OFDM)被认为是下一代无线通信系统的关键技术, 它能够有效地抵抗由于多径引起的频率选择性衰落。此外, OFDM 还可以与高阶调制技术相结合从而在衰落信道获取更高的数据传输速率和频谱利用率。目前, 它已经应用于无线和有线通信领域, 比如数字广播系统, IEEE 802.11a, IEEE 802.16 等等。但是, 由于使用了快速傅里叶反变换(IFFT), 从而导致了高峰均功率比(PAPR), 这制约了 OFDM 技术的实际应用, 被认为是 OFDM 技术的最主要的缺陷之一。近年来, 提出了许多降低 PAPR 的新技术, clipping OFDM 是最简单有效的一种<sup>[1]</sup>, 但是由于产生了波形失真导致了系统性能下降。选择映射(SLM)<sup>[2]</sup>和部分传输序列(PTS)<sup>[3]</sup>技术能够有效地降低由于 IFFT 变换产生的高 PAPR, 并且不会产生波形失真, 因此, 被广泛地研究。

PTS 方式是将输入的数据序列先分成子模块, 然后将各个子模块乘以相位因子再通过 IFFT 变换, 最后进行相加运算, 由于对各个不同的子模块选择了不同的相位因子, 所以产生不同的 PAPR, 再选择具有最小 PAPR 的序列进行传输。对于接收端, 假设各个子模块选择的相位因子已知, 那么根

据由各个子模块的相位因子构成的相位序列就可以恢复出原始的输入数据序列<sup>[3]</sup>。同时, 也注意到如果子模块数和备选相位因子相同, PTS 的性能主要取决于相位因子的搜索算法。一种最优方式是进行穷尽搜索, 该方式被称为原始部分传输序列算法(OPTS)<sup>[3]</sup>, 不过, 由于穷尽搜索算法的复杂度随着子模块数的增加而成指数增长, 因此, 当子模块数很大时, OPTS 很难应用于实际系统。最近, 为了降低 PTS 算法的复杂度在许多文献中提出了各种次优算法。在文献[4]中提出了 Iterative Flipping (IF)算法, 该算法能够有效地降低搜索复杂度, 也因此降低了 PTS 算法的性能。在文献[5]中提出了一种分层相位搜索算法, 该算法也是局部最优算法, 可是当分块数比较大时, 该算法与 OPTS 算法相比存在着显著的差距。

本文对 OPTS 算法进行了研究, 通过观察发现, 当模块数很小时如果使用穷尽搜索方式能够获得很好的性能, 而且其复杂度也是可以接受的, 而当模块数很大时, 通过穷尽搜索算法获取最优相位序列几乎是不可能的。但是如果将这些子模块重新组合成一个新的模块, 在新模块内, 由于其中的子模块数比较小, 则可以使用穷尽搜索算法获取在该模块内的最优相位序列。本文基于以上思想提出了一种新的分块迭代(BI)的部分传输序列算法, 而为了控制 BI 算法的复杂度, 在 BI 算法中引入自适应思想, 提出了一种新的自适应分块

迭代算法(ABI)。与传统的 OPTS 和 IF 算法进行了比较, BI 和 ABI 算法能够获得更好的性能与复杂度的折衷。

本文在第 2 节介绍了 PAPR 的定义和 PTS 算法, 在第 3 节回顾了 IF 算法并且阐述了 BI 和 ABI 算法, 在第 4 节进行了仿真分析, 并与 OPTS 和 IF 算法进行了性能和复杂度比较, 第 5 节是结束语。

## 2 OFDM 系统中 PAPR 的定义和 PTS 算法

### 2.1 PAPR 的定义

在 OFDM 系统中, 设输入的数据序列为长度  $N$  的序列  $\mathbf{X} = [X(0), X(1), \dots, X(N-1)]^T$ , 其中  $N$  为 OFDM 的子载波个数。设输入符号  $X(n)$  的持续时间为  $T$ , 则相应的每一个输入符号  $X(n)$  调制到 OFDM 的一个子载波上,  $\{f_n, n = 0, 1, \dots, N-1\}$ 。这  $N$  个 OFDM 子载波是正交的, 并且  $f_n = n\Delta f$ , 而  $\Delta f = 1/(NT)$ ,  $T$  为 OFDM 符号的持续时间。因此最后经过 OFDM 调制的信号可以表示为

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} X(n)e^{j2\pi f_n t}, \quad 0 \leq t \leq NT \quad (1)$$

对该调制信号进行 Nyquist 抽样, 则可以得到离散的信号表达式为

$$x(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} X(n)e^{j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad 0 \leq n < N \quad (2)$$

根据式(1)可以得到 PAPR 表示为

$$\text{PAPR} = \frac{\max_{0 \leq t < NT} |x(t)|^2}{E[|x(t)|^2]} \quad (3)$$

理论上通过 Nyquist 采样率是不能精确获取一个连续 OFDM 符号的 PAPR。然而文献[6]证明了如果使用 4 倍的过采样就能够得到比较精确的 PAPR, 因此, 为了满足了 PAPR 计算精度要求, 本文使用 4 倍的过采样方式获取 OFDM 符号的 PAPR。

### 2.2 PTS 算法

设输入的数据序列为  $\mathbf{X}$ , 将  $\mathbf{X}$  序列分成  $M$  个子模块, 并记为  $\mathbf{X}^{(m)}$ , 其长度为  $N$ , 因此,  $\mathbf{X}$  可以表示为

$$\mathbf{X} = \sum_{m=0}^{M-1} \mathbf{X}^{(m)} \quad (4)$$

每一个子模块被调制到  $N$  个子载波上, 再乘以不同的相位因子, 所以通过 PTS 算法的输出序列  $\mathbf{x}'$  可以表示为

$$\mathbf{x}' = \sum_{m=0}^{M-1} b_m \cdot \mathbf{x}^{(m)} \quad (5)$$

其中  $\{b_m, m = 0, 1, \dots, M-1\}$  是相位因子, 可以记  $\mathbf{b} = [b_0, b_1, \dots, b_{M-1}]^T$  为相位序列,  $\mathbf{x}^{(m)}$  为通过 IFFT 变换的输入子模块  $\mathbf{X}^{(m)}$ 。由于选择的相位序列不同, 最后 PTS 算法输出  $\mathbf{x}'$  的 PAPR 也不同, 所以如何选择相位序列  $\mathbf{b}$  是 PTS 算法的关键之所在。为了简化运算, 假设备选的相位因子是有限的, 可以得到:

$$P = \{e^{j2\pi w/W} \mid w = 0, 1, \dots, W-1\} \quad (6)$$

其中  $W$  是备选的相位因子个数。同时, 在文献[3]中证明了在不影响 PTS 算法性能的情况下, 可以固定一个相位因子不变, 所以只需要穷尽搜索  $(M-1)$  个相位因子, 可以得到 OPTS 算法的复杂为  $W^{M-1}$ , 可知, 随着分块数  $M$  的增加 OPTS 的复杂度成指数增长<sup>[3]</sup>。

图 1 为 PTS 算法的实现框图。

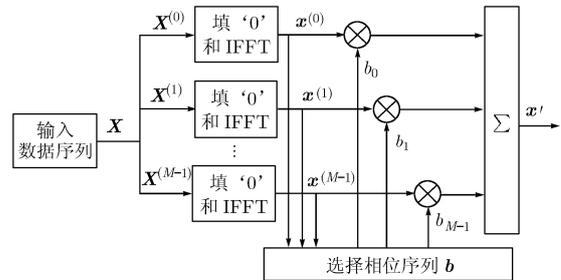


图 1 PTS 算法的实现框图

## 3 IF 算法回顾和新算法阐述

### 3.1 IF 算法回顾

IF 算法是一种经典的 PTS 算法, 最早在文献[4]中被提出, 它属于一种次优算法, 其算法的基本原理可以描述为: 首先, 设输入的数据序列先被分为  $M$  个子模块, 初始的相位序列为  $\mathbf{b} = [1, 1, \dots, 1]^T$ , 对于所有的  $m$ , 都有  $b_m = 1$ , 计算出这时的 PAPR; 其次, 固定  $b_0 = 1$ , 改变  $b_1$  的值, 计算 PAPR; 然后, 选择那些能够得到最小 PAPR 的相位因子作为最后使用的相位序列, 算法持续进行下去, 直到所有的相位因子都被计算。很容易知道该算法的复杂度为  $(M-1) \cdot (W-1) + 1$ , 当  $W = 2$  时, 其计算复杂度为  $M$ 。

### 3.2 BI 算法

通过对 OPTS 的介绍, 可知, 当分块数  $M$  很大时, 由于 OPTS 算法的高复杂度, 几乎不可能应用于实际系统, 例如, 当  $M = 16, W = 2$  时, OPTS 的复杂度为  $W^{M-1} = 2^{15}$ 。同时, 也注意到, 如果  $M$  比较小, OPTS 算法不仅能够实现而且能够获取很好的性能。所以, 可以将  $M$  个子模块重新组合成  $L$  个模块, 那么在每个模块里所需要搜索的相位因子数为  $W^{M/L}$ 。在本文的后面讨论中都假设  $W = 2$ 。

可以将 BI 算法描述如下:

- (1)将输入的数据序列分为  $M$  个子模块。
- (2)然后再将  $M$  个子模块重新组合成  $L$  个模块。
- (3)假设初始的相位序列为  $\mathbf{b} = [1, 1, \dots, 1]^T$ , 记  $\mathbf{b} = [b_0^0, \dots, b_{M/L-1}^0, \dots, b_0^1, \dots, b_{M/L-1}^1, \dots, b_0^{L-1}, \dots, b_{M/L-1}^{L-1}]^T$ , 其中  $0 \leq i \leq L-1$ 。设  $i = 0, c = 0, C$  为最大迭代次数, 其中  $0 \leq c \leq C-1$ 。

(4)在每个模块  $\mathbf{b}^i = [\dots, b_0^i, b_1^i, \dots, b_{M/L-1}^i, \dots]^T$  中进行穷尽搜索, 而保留其他模块中的相位序列不变, 选择能够使当前数据序列得到最小 PAPR 的  $\mathbf{b}^i$  序列。

(5)增加  $i$ , 如果  $i \leq L-1$ , 则转到(4)。如果  $i > L-1$  并且  $c \leq C-1$ , 则  $i = 0$ , 增加  $c$ , 转到(4)。如果  $c > C-1$ , 则终止搜索。

理论上, 如果  $L = 1$ , BI 算法所需要搜索的相位因子数就为  $W^M$ , 也就是对  $M$  个子模块不再进行重新组合, 因此, BI 算法是对这  $M$  个子模块进行穷尽搜索, 可以看成 OPTS 算法; 而如果  $L = M$ , 它的搜索过程与 IF 算法类似, 也就是对相位因子  $b_m (0 \leq m \leq M-1)$  从  $b_0$  到  $b_{M-1}$  进行依次搜索, 保留能够得到更好 PAPR 的  $b_m$ , 其搜索空间与 IF 算法是一样的, 因此可以认为是 IF 算法<sup>[4]</sup>。3 种算法的复杂度如表 1 所示。这里需要注意的是, 在本文的讨论中, 忽略了可以固定不变的那一个相位因子。

表 1 3种算法的复杂度比较

算法名称	搜索的相位序列数
OPTS	$2^{M-1}$
IF 算法	$M$
BI 算法	$\frac{CM}{\alpha} 2^{\alpha}, \alpha = M/L$

### 3.3 ABI 算法

在 BI 算法中, 模块数  $L$  和最大迭代次数  $C$  是固定不变的, 对于输入的数据序列  $\mathbf{X}$  来说也是相对独立的。而对于不同的输入数据序列  $\mathbf{X}$ , 其相应的初始 PAPR 值可能是不同的。如果初始的 PAPR 值比较小, 说明最优的相位序列可能离初始相位序列很近, 那么使用低复杂度的算法可能就能获取很好的 PAPR 性能。根据这样的观察, 本文提出了自适应分块迭代算法(ABI)。

首先, 根据使用的初始相位  $\mathbf{b} = [1, 1, \dots, 1]^T$ , 可以计算出初始的 PAPR, 记为  $P_I$ 。如果  $P_I$  比较小, 则选择对应较小搜索空间的  $(C, L)$  参数, 而如果  $P_I$  较大, 则选择获取较大搜索空间的  $(C, L)$  参数。假设两组  $(C, L)$  参数, 其分别为  $\{(C_1, L_1), (C_2, L_2)\}$ , 其中  $\frac{C_1 M}{\alpha_1} 2^{\alpha_1} < \frac{C_2 M}{\alpha_2} 2^{\alpha_2}, \alpha_1 = M/L_1, \alpha_2 = M/L_2$ , 第 1 组参数其对应了较低的复杂度, 而第 2 组参数对应较高的复杂度。假设一个 PAPR 的门限  $P_T$ , 如果  $P_I$  小于门限  $P_T$ , 则按照  $(C_1, L_1)$  参数进行 BI 算法, 否则, 按照  $(C_2, L_2)$  参数进行 BI 算法。

ABI 算法可以通过改变  $(C, L)$  参数来改变系统的性能和复杂度, 而在接收端并没有必要知道  $(C, L)$  参数, 因此不会传输额外的边信息。

## 4 系统仿真和讨论

假设数据是 QPSK 调制, OFDM 子载波数  $N = 64$ , 备选的相位因子  $W = 2$ , 对应  $P = \{+1, -1\}$ 。子模块数分别为  $M = 8$  和  $M = 16$ 。OFDM 的采样因子都是 4。通过仿真

100000 个 OFDM 符号获取 PAPR 的互补累积分布函数 (CCDF), 即 PAPR 大于 PAPR0 的概率。

图 2 得到了 BI, OPTS 和 IF 算法在  $M = 8$  时的 CCDF 曲线。从图中可以看出 BI 算法的性能位于 IF 和 OPTS 算法之间, 并且随着最大迭代次数  $C$  的增加, 其性能也逐渐变好, 同时注意到,  $C = 2$  和  $C = 4$  的曲线基本上重合, 说明通过两次迭代后 BI 算法基本上收敛, 因此,  $C = 2$  是 BI 算法一个不错选择。图 2 中, “Unmod” 曲线是未经过任何算法的原始 OFDM 的 CCDF 曲线。

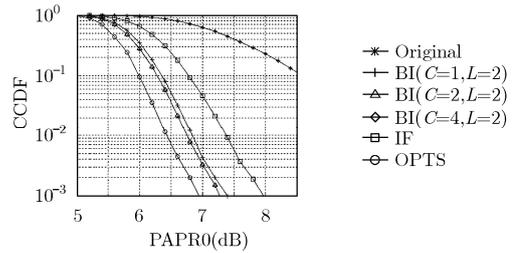


图 2  $M = 8$  时 3 种算法的性能比较图

$M = 16$  时的 3 种算法的 CCDF 曲线如图 3 所示, 从图中可以知道, 随着分块数  $M$  的增加, 3 种算法都获得了更好的性能, 而对于  $M = 16$ , 模块数  $L$  可以为  $L = 2$  和  $L = 4$ , 无论是  $L = 2$  还是  $L = 4$ , BI 算法的性能都优于 IF 算法, 其中, 当  $L = 2, C = 2$  时的 BI 算法, 其性能与  $M = 16$  时的 OPTS 算法相当。同时, 也说明了通过调整  $(C, L)$  参数可以在性能与复杂度之间获取更好的折衷。

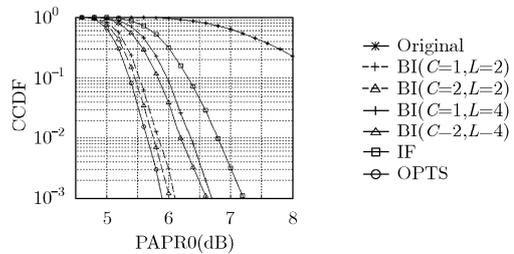


图 3  $M = 16$  时 3 种算法的性能比较图

图 4 比较了当  $M = 16$  时 BI 和 ABI 算法。ABI 算法根据  $P_I$  与  $P_T$  的不同进行了仿真比较, 从  $\{(C = 2, L = 2), (C = 2, L = 4)\}$  参数组中自适应地选择适当的  $(C, L)$  参数进行搜索。图 4 比较了  $P_T = 8, P_T = 7$  和  $P_T = 6.5$  (dB) 时的 ABI 性能曲线。设  $(C = 2, L = 4)$ , 则 BI 算法的复杂度为  $A_1 = 256$ , 而  $(C = 2, L = 2)$  时, 其复杂度  $A_2 = 1024$ 。假设  $P_I$  小于  $P_T$  的概率为  $p = P(P_I < P_T)$ , 那么可以得到  $A_{ABI} = pA_1 + (1-p)A_2$ 。通过仿真可以得到相应的  $P_T = 8, P_T = 7$  和  $P_T = 6.5$  (dB) 时的 ABI 算法平均复杂度为 419.68, 723.23 和 889.89。同时, 这也说明随着  $P_T$  的减少, ABI 算法性能逐渐提升, 而其复杂度也在增加。

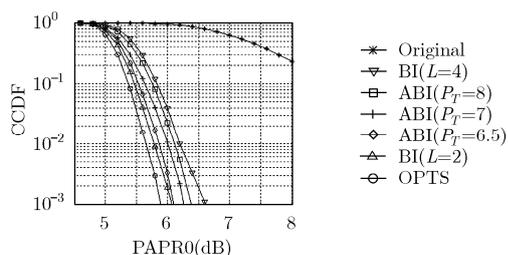


图4 BI算法与ABI算法的比较

BI算法可以被认为是OPTS和IF算法的一种一般性推广,反之,OPTS和IF可以看成BI算法的一种特例。而ABI算法在BI算法的基础上进行了改进,通过选择合适的 $P_T$ ,ABI算法能够得到更好地性能与复杂度的折衷。

## 5 结束语

本文提出了一种新的模块迭代算法(BI),并与传统的OPTS和IF算法进行了比较,通过仿真分析可知,与IF算法相比,BI算法的复杂度略高于IF算法,但是其性能要远高于IF算法,而与OPTS算法相比,其复杂度远小于OPTS算法,而其性能接近OPTS算法,因此,可以认为BI算法能够在复杂度与性能之间获取更好的折衷。同时,本文对BI算法也进行了改进,引入自适应的思想,提出了自适应的模块迭代算法(ABI),ABI算法能够通过调整PAPR门限参数 $P_T$ 获取更好的性能。

## 参考文献

- [1] Li X and Cimini L J Jr. Effects of clipping and filtering on the performance of OFDM. *IEEE Commun. Lett.*, 1998, 2(5): 131-133.
- [2] Bauml R W, Fischer R F H, and Hüber J B. Reducing the peak-to-average power ratio of multicarrier modulation by selective mapping. *Electron. Lett.*, 1996, 32(22): 2056-2057.
- [3] Müller S H and Huber J B. OFDM with reduced peak-to-average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences. *Electron. Lett.*, 1997, 33(5): 368-369.
- [4] Cimini L J Jr and Sollenberger N R. Peak-to-average power ratio reduction of an OFDM signal using partial transmit sequences. *IEEE Commun. Lett.*, 2000, 4(3): 86-88.
- [5] Sai Wong Ho, Madhukumar A S, and Chin Francois. Peak-to-average power reduction using partial transmit sequences: A suboptimal approach based on dual layered phase sequencing. *IEEE Trans. on Broadcasting*, 2003, 49(2): 225-231.
- [6] Sharifand M, Gharavi-Alkhansari M, and Khalaj B H. On the peak-to-average power of OFDM signals based on oversampling. *IEEE Trans. on Commun.*, 2003, 51(1): 72-78.

吴 交: 男, 1981年生, 博士生, 研究方向为OFDM系统中的关键技术。

杨鸿文: 男, 1963年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为移动通信。

张 欣: 男, 1975年生, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为移动通信。

杨大成: 男, 1951年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为移动通信。