

# OFDM 系统中基于导频的时变信道估计<sup>1</sup>

胡 蝶 杨绿溪

(东南大学无线电工程系信息与信号处理实验室 南京 210096)

**摘 要:** 该文对 OFDM 系统中基于导频的时变信道估计进行了研究, 采用分组导频对一个 OFDM 符号间隔内某些时刻的信道冲击响应值进行估计, 提出一种利用低通插值估计一个符号间隔内其他时刻的信道值的方法. 仿真结果表明该文采用的低通插值方法所得到的估计均方误差要小于用线性插值或直接用信道模型产生的系数进行插值所得到的估计均方误差.

**关键词:** OFDM, 时变信道估计, 低通插值, 导频

**中图分类号:** TN911.23 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)09-1376-07

## Time-Varying Channel Estimation Based on Pilot Tones in OFDM Systems

Hu Die Yang Lü-xi

(Dept of Radio Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract** The time-varying channel estimation methods for OFDM systems based on pilot tones are investigated. Grouped and equispaced pilot tones are used to estimate the Channel Impulse Response (CIR) of some given moments. The CIR of other moments over one OFDM symbol are estimated by a new low-pass interpolation method proposed in this paper. The simulation results show that the Normal Mean-Square Error (NMSE) of the proposed method is smaller than the linear interpolation method and model-based interpolation method.

**Key words** OFDM, Time-varying channel estimation, Low-pass interpolation, Pilot tones

### 1 引言

正交频分复用 (OFDM)<sup>[1]</sup> 是高速传输的有效技术, 因其抗多径和高频带利用率高这两大优点而被广泛用于如数字音频广播 (DAB), 数字视频广播 (DVB) 和数字高清晰度电视 (HDTV) 等领域. 其基本原理是将整个系统频带划分为若干个带宽相同的独立的子信道, 每个子信道传输各自的调制信号, 通过在每个符号前插入保护间隔能减小或避免码间干扰 (ISI). 因此, 这种并行传输的方式不仅可以提高频带利用率而且能有效抵抗多径.

OFDM 系统中对信道进行估计是十分必要的, 因为其估计的准确性对后继的信号检测有着很大的影响. 当信道频选且时变时, 精确的信道估计是一个具有挑战性的课题, 如果对信道作一定的假设则将有助于减小估计的难度. 例如当信道慢变时, 可以假定在一个 OFDM 符号间隔内信道不变, 此时我们既可以采用利用重复发送的训练序列进行估计, 两个训练序列之间的信道值采用判决反馈进行跟踪的方式<sup>[2]</sup>; 也可以采用利用每个符号中插入的导频对信道的频率响应进行估计, 然后再进行频域插值的方式<sup>[3]</sup>. 常用的估计方法有最小二乘 (LS) 算法<sup>[4]</sup>、最小均方误差 (MMSE) 算法<sup>[4]</sup>、线性最小均方误差 (LMMSE) 算法<sup>[5]</sup> 和适用于不同信道的鲁棒算法<sup>[6]</sup>. 但当信道快变时, 上述假设不再成立, 子载波间会因丧失正交性而导致载波间干扰

<sup>1</sup> 2003-06-03 收到, 2003-09-26 改回

国家自然科学基金 (No.60272046)、江苏省自然科学基金 (BK2002051)、教育部博士点基金 (20020286014) 和国家 863 计划重大项目 (2002AA123031, 2001AA123015) 资助课题

(ICI) 的产生。在这种情况下, 所要估计的时域信道参数会大大增加。为减小估计量, 本文采用插值方法, 通过分组导频估计出一个 OFDM 符号间隔里某些时刻的信道冲击响应值后, 利用插值得到该符号间隔内所有时刻的信道值。

本文的安排如下: 第 2 节介绍时变信道 OFDM 系统基带模型; 第 3 节介绍时变信道的估计方法和导频分布方式, 提出利用低通插值进行性能改进的方法; 第 4 节给出仿真结果; 第 5 节为本文的一些结论。

## 2 基带系统模型

基于导频进行信道估计的 OFDM 系统由图 1 给出 (保护间隔的插入和去除模块未在图中画出)。

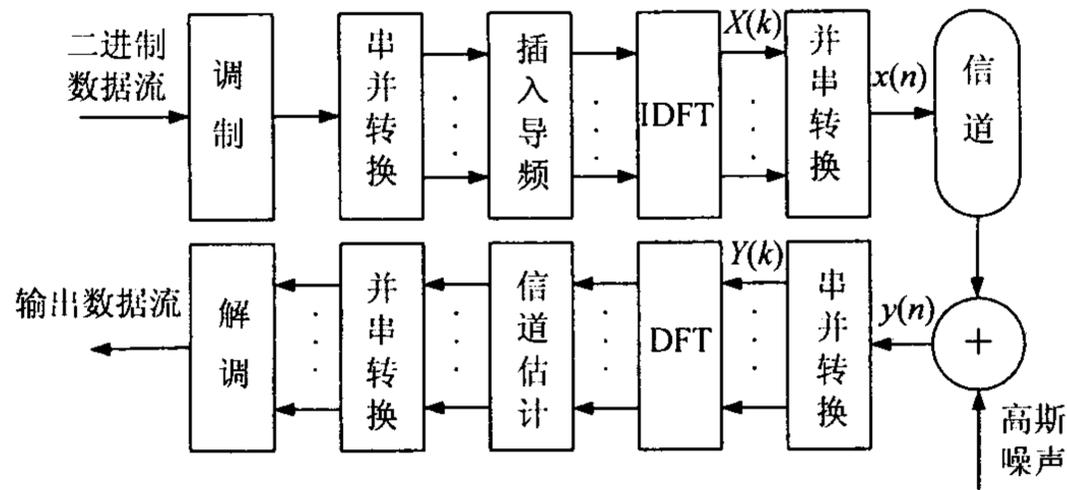


图 1 OFDM 系统基带模型

已插入导频的调制信号  $X(k)$  经过  $N$  点 IDFT 后变为时域信号  $x(n)$ :

$$x(n) = \text{IDFT}\{X(k)\} = \sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{j2\pi nk/N}, \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (1)$$

接收信号  $y(n)$  可表示为

$$y(n) = \sum_{l=0}^{L-1} h(n,l)x(n-l) + w(n) \quad (2)$$

其中  $L$  为信道的多径数,  $h(n,l)$  为时变信道冲击响应的抽样值,  $w(n)$  为 Gauss 白噪声。将接收信号写成矩阵形式为

$$y = hx + w \quad (3)$$

其中

$$y = [y(0) \ y(1) \ \dots \ y(N-1)]^T, \quad x = [x(0) \ x(1) \ \dots \ x(N-1)]^T$$

$$w = [w(0) \ w(1) \ \dots \ w(N-1)]^T$$

$$h = \begin{bmatrix} h(0,0) & 0 & \dots & h(0,2) & h(0,1) \\ h(1,1) & h(1,0) & \dots & h(1,3) & h(1,2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ h(L-1, L-1) & h(L-1, L-2) & \dots & 0 & 0 \\ 0 & h(L, L-1) & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & h(N-2, 0) & 0 \\ & & \dots & h(N-1, 1) & h(N-1, 0) \end{bmatrix} \quad (4)$$

定义  $Q$  为标准的  $N$  维 DFT 矩阵 ( $Q(l, k) = 1/\sqrt{N}e^{-j(2\pi/N)lk}$ ,  $0 \leq l, k \leq N-1$ ), 则接收信号  $y$  经过 DFT 变换后为

$$Y = Qy = QhQ^H X + Qw = GX + W \quad (5)$$

其中每个频点的表达式如下:

$$Y(k) = G(k, k)X(k) + \underbrace{\sum_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{N-1} G(k, m)X(m)}_{\text{载波间干扰}} + W(k) \quad (6)$$

### 3 时变信道估计

信道时变时, 由式 (4) 可知估计信道矩阵  $h$  意味着估计  $N$  个信道向量  $h_n = [h(n, 0), \dots, h(n, L-1)]^T$ , 亦即  $N \times L$  个参数. 如果假定信道在一个 OFDM 符号间隔内不变, 且保护间隔采用循环前缀的形式, 则  $h$  成为一个块循环矩阵, 时域所要估计的参数就只剩  $L$  个. 若信道多谱勒频率较高时, 在上述假设下对信道进行估计将导致均方误差的增大, 因此本文不对信道做块平稳的假设, 而仅假设一个符号间隔内第  $n$  与  $n+1$  时刻的信道响应没有突变, 这样为了减小估计参数的个数, 可以采用插值的方法对信道进行估计. 其基本思想是: 首先利用导频估计出一个符号间隔内  $M$  个时刻的信道冲击响应值 ( $h$  阵中的  $M$  行):  $h_{m(1)}, \dots, h_{m(M)}$ , 然后利用这些已估计出的时刻组合得到其他时刻的冲击响应值, 如

$$h(n, l) = a_n^H [h(m(1), l), h(m(M), l)]^T, \quad 0 \leq l \leq L-1, n \notin \mathcal{M} \quad (7)$$

其中  $a_n$  为组合系数,  $\mathcal{M} \triangleq \{m(1), \dots, m(M)\}$ .

#### 3.1 利用分组导频估计 $M$ 个时刻的信道值

当只估计  $M$  个信道向量时, 所要估计的参数个数由  $NL$  个锐减到  $ML$  个, 所用的导频点数  $P \geq ML$  即可. 通过对式 (5) 计算可得到矩阵  $G$  的第  $(p, q)$  个元素为

$$G(p, q) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} h(n, l) e^{j2\pi n(q-p)/N} e^{-j2\pi ql/N} \quad (8)$$

将式 (7) 代入式 (8) 得到由所要估计的信道向量表示的元素值为

$$\tilde{G}(p, q) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{i=1}^M a_n^*(i) h(m(i), l) e^{j2\pi n(q-p)/N} e^{-j2\pi ql/N} \quad (9)$$

定义  $b_{m(i)}^{p, q}(l) := e^{-j2\pi ql/N} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} a_n^*(i) e^{j2\pi n(q-p)/N}$ ,

$$\begin{aligned} b_{m(i)}^{p, q} &:= [b_{m(i)}^{p, q}(0) \cdots b_{m(i)}^{p, q}(L-1)], & b^{p, q} &:= [b_{m(1)}^{p, q} \cdots b_{m(M)}^{p, q}] \\ h_m &:= [h_{m(1)}^T \cdots h_{m(M)}^T]^T \end{aligned} \quad (10)$$

则 [7]

$$\tilde{G}(p, q) = b^{p, q} h_m \quad (11)$$

再根据式 (6) 得到  $P$  个接收到的导频点的线性方程, 写成如下方程组的形式:

$$\begin{bmatrix} Y(p(1)) \\ \vdots \\ Y(p(P)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X(p(1))\mathbf{b}^{p(1),p(1)} \\ \vdots \\ X(p(P))\mathbf{b}^{p(P),p(P)} \end{bmatrix} \mathbf{h}_m + \text{子载波间干扰} + \text{噪声}。或$$

$$\mathbf{Y}_{(P)} = \mathbf{B}_{(P)}\mathbf{h}_m + \text{子载波间干扰} + \text{噪声} \quad (12)$$

可以证明系数矩阵  $\mathbf{B}_{(P)}$  不是列满秩的<sup>[7]</sup>, 因此用其伪逆去估计  $\mathbf{h}_m$  是不准确的。本文所用的是结合所有的发送导频值来构造  $\mathbf{B}_{(P)}$  矩阵的估计方法<sup>[7]</sup>。将式 (6) 重写为

$$\begin{aligned} Y(p) &= \tilde{G}(p,p)X(p) + \sum_{\substack{q \text{ 为导频} \\ q \neq p}} \tilde{G}(p,q)X(q) + \sum_{n \text{ 非导频}} \tilde{G}(p,n)X(n) + W(p) \\ &= \mathbf{b}^p \mathbf{h}_m + e(p) \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $\mathbf{b}^p := (\sum_{q \text{ 为导频}} X(q)\mathbf{b}^{p,q})$ ,  $e(p) := (\sum_{n \text{ 非导频}} X(n)\mathbf{b}^{p,q}) \mathbf{h}_m + W(p)$ 。从得到的  $P$  个线性方程:

$$\begin{bmatrix} Y(p(1)) \\ \vdots \\ Y(p(P)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}^{p(1),p(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{b}^{p(P),p(P)} \end{bmatrix} \mathbf{h}_m + \begin{bmatrix} e(p(1)) \\ \vdots \\ e(p(P)) \end{bmatrix} \quad \text{或} \quad \mathbf{Y}_{(P)} = \mathbf{B}_{(P)}\mathbf{h}_m + \mathbf{e}_{(P)} \quad (14)$$

中估计出  $\mathbf{h}_m$ :  $\hat{\mathbf{h}}_m = \mathbf{B}_{(P)}^\dagger \mathbf{Y}_{(P)}$ 。

可以证明  $E\{\|e(p)\|^2\}$  是  $((p-q) \bmod N)$  的递减函数<sup>[7]</sup>, 亦即当导频  $p$  离导频  $q(p \neq q)$  越近时  $E\{\|e(p)\|^2\}$  越小, 这就意味着对于快时变信道估计, 导频应该集中分布; 而另一方面, 对于时不变频率选择性信道估计, 等间隔分布的导频被证明是最优的方案<sup>[8]</sup>。因此对于时变频选信道的估计, 所采用的导频分布方案应该是分组式的, 组与组之间等间隔, 且每组由连续的导频点构成。在仿真部分, 本文将给出采用不同导频分布方案时, 估计性能的比较。

### 3.2 组合系数 $\mathbf{a}_n$ 的选择

如果对信道不作任何假设, 则  $\mathbf{a}_n$  可以由线性插值系数给出, 以  $M=2$  的情况为例 (即只估计  $\mathbf{h}$  阵中第一行与最后一行的向量), 可选择

$$\mathbf{a}_n = \begin{bmatrix} \frac{N-1-n}{N-1} & \frac{n}{N-1} \end{bmatrix}^T, \quad 0 < n < N-1 \quad (15)$$

如果假定了信道模型, 则可根据模型计算出系数  $\mathbf{a}_n$ <sup>[7]</sup>。以 Jakes 模型为例:  $E[h(m,l)h^H(n,l)] = J_0(2\pi f_d(m-n)T)$ , 其中  $f_d$  为多普勒频率,  $T$  为抽样间隔, 当  $M=2$  时, 使均方误差  $E[|h(n,l) - \mathbf{a}_n^H \hat{\mathbf{h}}_m(l)|^2]$  最小的系数为

$$\mathbf{a}_n^H = \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{h}}_n \hat{\mathbf{h}}} \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{h}} \hat{\mathbf{h}}}^{-1}, \quad 0 < n < N-1 \quad (16)$$

其中  $\hat{\mathbf{h}}_m(l) \triangleq [h(0,l) \quad h(N-1,l)]^T$ ,  $J_0[n] \triangleq J_0(2\pi f_d n T)$ ,

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{h}}_n \hat{\mathbf{h}}} = E[h(n,l)\hat{\mathbf{h}}_m^H(l)] = [J_0[n] \quad J_0[N-1-n]],$$

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{h}} \hat{\mathbf{h}}} = E[\hat{\mathbf{h}}_m(l)\hat{\mathbf{h}}_m^H(l)] = \begin{bmatrix} 1 & J_0[N-1] \\ J_0[N-1] & 1 \end{bmatrix}。$$

在仿真部分, 本文将给出采用不同系数时, 估计性能的比较。

### 3.3 其它时刻信道时域响应的估计

一个最直接的办法就是利用事先给定的系数  $a_n$  由式 (7) 得到  $\hat{h}_n^{[7]}$ , 但这种方法仅仅利用了当前传送的 OFDM 符号中已估计出  $M$  个的信道时域响应值, 因此为了改善估计的性能, 可以利用前后若干个 OFDM 符号中已估计出的信道时域响应值对  $h_n$  进行估计。

在时变信道的研究中, 多谱勒功率谱反映了信道的时变特性, 给出了信道在多谱勒频率域上的谱扩展, 其最大多谱勒频率定义为

$$f_d = v/\lambda$$

其中  $v$  为移动台的速度,  $\lambda$  为信号波长。从实际信道的多谱勒功率谱可以看出, 时变信道为一带限信号, 因此根据 Nyquist 抽样定理, 可以通过理想内插在均方意义上恢复该带限信号, 由此得到的点与理想值之间的均方误差将达到最小。在实际 OFDM 系统中, 信道的最大多谱勒频率远小于一个 OFDM 符号的采样速率, 因此将若干个 OFDM 符号间隔内已估计出的信道时域响应值作为采样点是符合抽样定理条件的。从频域的角度上看, 即将原数据通过一个理想低通滤波器, 在保持原数据不变的情况下进行插值。

基于上述原因, 本文提出一种用时域低通插值的方法来估计  $h_n$ 。假定所要估计的是传送第  $K$  个 OFDM 符号时的信道矩阵  $h^{(K)}$ , 则对信道的每一条路径  $l$  本文采用下面相同的步骤: 首先, 将已估计出的前后共  $2S + 1$  个  $\hat{h}^{(K-S)}(m, l), \dots, \hat{h}^{(K)}(m, l), \dots, \hat{h}^{(K+S)}(m, l), m \in \mathcal{M}$  进行低通插值, 对于每一个  $m \in \mathcal{M}$  都可得到  $h^{(K)}(n, l), n \notin \mathcal{M}$  的一个估计值  $\hat{h}_m^{(K)}(n, l)$ , 这样共可得到  $M$  个估计值; 然后将这  $M$  个值进行组合得到  $\hat{h}^{(K)}(n, l), n \notin \mathcal{M}$ 。一种最简单的方式就是对这  $M$  个值求和取平均:

$$\hat{h}^{(K)}(n, l) = \frac{1}{M} \sum_{i=m}^M \hat{h}_m^{(K)}(n, l), \quad 0 \leq l \leq L-1, n \notin \mathcal{M}$$

以  $M = 2$  为例: 由  $\hat{h}^{(K-S)}(0, l), \dots, \hat{h}^{(K)}(0, l), \dots, \hat{h}^{(K+S)}(0, l)$  低通插值得到第  $n$  个时刻第  $l$  径的一个估计值  $\hat{h}_{(1)}^{(K)}(n, l)$ ; 由  $\hat{h}^{(K-S)}(N-1, l), \dots, \hat{h}^{(K)}(N-1, l), \dots, \hat{h}^{(K+S)}(N-1, l)$  低通插值得到另一个估计值  $\hat{h}_{(2)}^{(K)}(n, l)$ , 然后按下式获得  $h_n^{(K)}$  的估计 ( $\alpha = 0.5$ ):

$$\hat{h}^{(K)}(n, l) = \alpha \hat{h}_{(1)}^{(K)}(n, l) + (1 - \alpha) \hat{h}_{(2)}^{(K)}(n, l), \quad 0 \leq l \leq L-1, 0 < n < N-1 \quad (17)$$

仿真结果表明本文的方法估计出的  $\hat{h}_n$  比直接用  $a_n$  与  $\hat{h}_m$  组合得到的  $\hat{h}_n$  均方误差要小。

## 4 仿真结果及讨论

### 4.1 系统参数

参照 IEEE 802.11a, 本文所用的 OFDM 系统参数如表 1 所示。

表 1 OFDM 系统参数

系统参数	参数值
FFT 点数 ( $N$ )	64
有用符号持续时间 ( $T_u$ )	$3.2 \mu\text{s}$
保护间隔 ( $T_g$ )	$0.8 \mu\text{s}$
信号调制方式	QPSK
信道模型	Jakes 模型
信道径数 ( $L$ )	4
载波频率	2.4 GHz, 5 GHz

仿真时取  $M = 2$ (只估计  $h$  阵中第一行参数  $h_0$  和最后一行参数  $h_{N-1}$ )。本文所有的仿真都以 1000 个  $NMSE(K)$  的平均值  $NMSE$  作为性能指标, 其中  $NMSE(K)$  为估计的第  $K$  个  $h^{(K)}$  的归一化均方误差, 其定义如下:

$$NMSE(K) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} E[|h(n,l) - \hat{h}(n,l)|^2] / \sum_{l=0}^{L-1} E[|h(n,l)|^2] \right\}$$

### 4.2 采用不同导频分布时信道估计的性能比较

图 2 为信道多普勒频率  $f_d=240$  Hz 时, 用 3 种不同导频分布方案估计信道得到的  $NMSE$  比较。3 种方案所用的导频个数和取值均相同, 占用的导频位置分别为 (a) 分组分布 {6, 7, 8, 9, 22, 23, 24, 25, 38, 39, 40, 41, 54, 55, 56, 57}; (b) 等间隔分布 {1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49, 53, 57, 61}; (c) 集中分布 {24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39}。  $a_n$  采用式 (15) 中给出的线性插值系数。

从仿真结果可以看出, 在快时变信道的估计中, 分组导频分布 (方案 (a)) 要优于其他两种分布, 包括慢变信道估计中性能最优的等间隔分布 (方案 (b))。

### 4.3 不同插值方式的性能比较

用本文第 3 节给出的方法对  $h_n$  进行估计, 采用分组导频分布。

从图 3 可以看出, 采用式 (15) 给出的线性插值系数与采用根据式 (16) 计算出 Jakes 模型系数差别不大, 而采用式 (17) 的低通插值方法得到的  $NMSE$  要小于前两种组合方式。

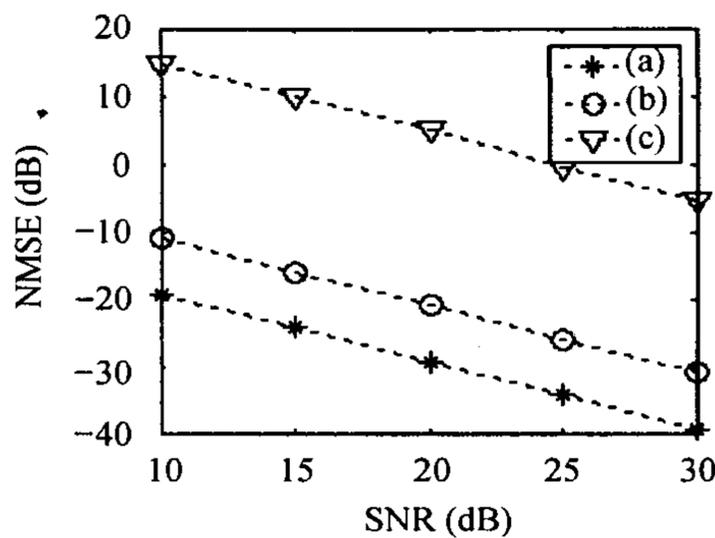


图 2 不同导频分布方案的性能比较

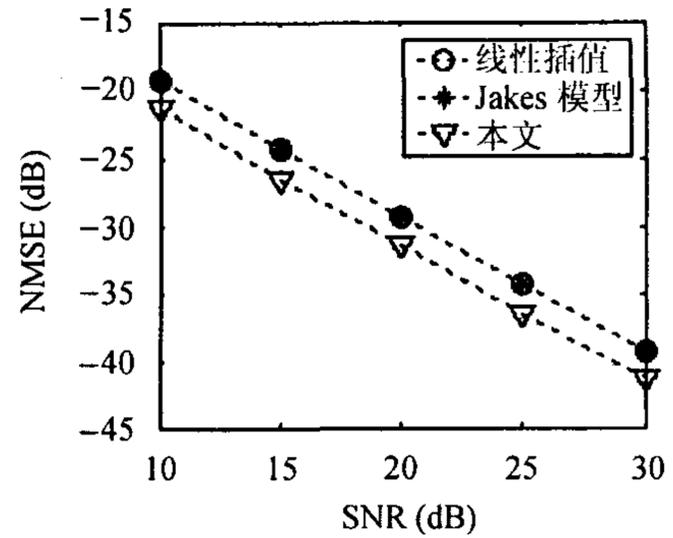


图 3 不同插值方式的性能比较

### 4.4 本文的方法与 LS, LMMSE 和 MMSE 方法的性能比较

将本文的估计方法与慢变信道中的估计方法 (LS, LMMSE<sup>[5]</sup>, MMSE<sup>[6]</sup>) 相比较。从图 4, 图 5 中可以看出, 当信道的多普勒频率较大, 亦即信道快变时, 产生的子载波间干扰会导致 LS, LMMSE 和 MMSE 信道估计算法性能的急剧下降, 而本文的算法则可在时变的情况下达到较好的性能。但从图中可以看出, 当多普勒频率进一步增大时, 所有算法的性能均会降低。

## 5 结论

本文研究了快时变信道的估计方法, 比较了不同导频分布方案对信道估计的影响, 提出了一种基于低通插值获得一个符号间隔内所有时刻信道值的方法, 并将其与 LS, LMMSE 和 MMSE 估计方法相比较。仿真结果表明, 信道多普勒频率较大时, 这种低通插值方法在均方意义上不仅优于线性插值与根据模型的插值方法, 还明显优于 LS, LMMSE 和 MMSE 估计方法。

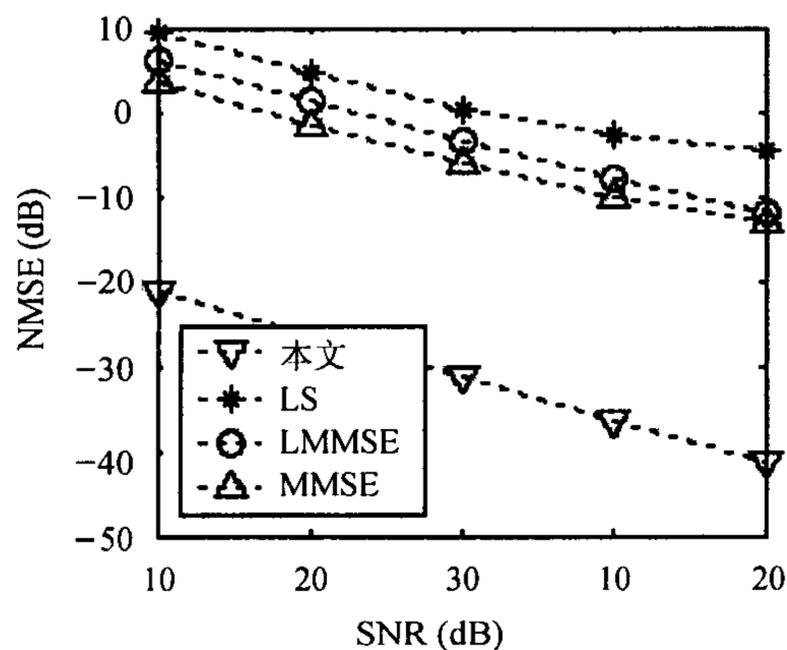


图 4 本文算法与 LS, LMMSE 和 MMSE 算法的性能比较,  $f_d=240$  Hz

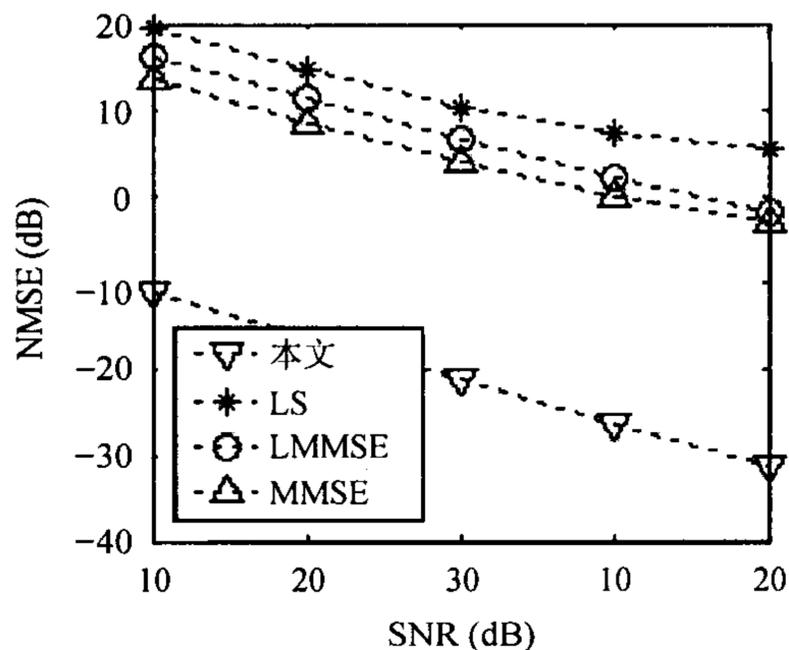


图 5 本文算法与 LS, LMMSE 和 MMSE 算法的性能比较,  $f_d=833$  Hz

### 参 考 文 献

- [1] Cimini L J, Jr. Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency-division multiplexing. *IEEE Trans. on Comm.*, 1985, COM-33(7): 665-675.
- [2] Mignone V, Morello A. CD3-OFDM: A novel demodulation scheme for fixed and mobile receivers. *IEEE Trans. on Comm.*, 1996, COM-44(9): 1144-1151.
- [3] Coleri S, Ergen M, Puri A, Bahai A. Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems. *IEEE Trans. on Broadcasting*, 2002, 48(3): 223-229.
- [4] van de Beek J J, Edfors O, Sandell M, Wilson S K, Börjesson P O. On channel estimation in OFDM systems. Proc. of VTC '95, Chicago, Illinois, 1995: 815-819.
- [5] Edfors O, Sandell M, van de Beek J J, Wilson S K, Börjesson P O. OFDM channel estimation by singular value decomposition. *IEEE Trans. on Comm.*, 1998, COM-46(7): 931-939.
- [6] Li Y G, Cimini L J, Jr., Sollenberger N R. Robust channel estimation for OFDM systems with rapid dispersive fading channels. *IEEE Trans. on Comm.*, 1998, COM-46(7): 902-915.
- [7] Stamoulis A, Diggavi S N, Al-Dhahir N. Intercarrier interference in MIMO OFDM. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, SP-50(10): 2451-2464.
- [8] Negi R, Cioffi J. Pilot tone selection for channel estimation in a mobile OFDM system. *IEEE Trans. on Consum. Electron.*, 1998, 44(3): 1122-1128.

胡 蝶: 女, 1979 年生, 博士生, 主要研究数字信号处理以及移动通信中的信道估计与信道跟踪.

杨绿溪: 男, 1964 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究数字信号 / 图像处理、盲信号处理、神经智能信息处理以及移动通信中的空时信号处理.