

# FD无内部冲突时的 $P_{ek}$ 且无 $\alpha$ 环模式分解

赵龄强<sup>1</sup>, 郝忠孝<sup>1,2,3</sup>, 顾照鹏<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨理工大学计算机科学与技术学院, 哈尔滨 150080; 2. 齐齐哈尔大学计算机学院, 齐齐哈尔 161006;

3. 哈尔滨工业大学计算机科学与技术学院, 哈尔滨 150001)

**摘要:**通过分析FD集中F的最小归并依赖集特征, 提出了初等归并依赖集和最小归并依赖集, 定义了初等最小归并依赖集的弱左部冲突和弱右部冲突、 $P_{ek}$ (保持FD集, 无损连接且满足初等关键词范式)等概念。讨论了数据库模式分解为初等关键词范式的无 $\alpha$ 环判定问题, 实验证明, 在初等归并依赖集D有弱左部或弱右部冲突时, 满足 $P_{ek}$ 的分解具有 $\alpha$ 环, 该分解算法是有效的。

**关键词:**无内部冲突; 弱左部冲突; 弱右部冲突; 初等关键字范式

## Model Decomposition of $P_{ek}$ Without $\alpha$ -Cycle When Functional Dependency Without Inside Conflict

ZHAO Ling-qiang<sup>1</sup>, HAO Zhong-xiao<sup>1,2,3</sup>, GU Zhao-peng<sup>1</sup>

(1. College of Computer Science and Technology, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080; 2. College of Computer, Qiqihar University, Qiqihar 161006; 3. College of Computer Science and Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

**【Abstract】** By analyzing the minimum merge dependency set characteristics of  $F$  in  $FD$  set, the elementary merge dependency set and minimum merge dependency set are presented. Notions of weak left side conflict, weak right side conflict under elementary merge dependency set of  $F$  and  $P_{ek}$ (join-lossless,  $FD$  and Elementary Key Normal Form(EKNF)) are introduced. The scheme decomposition is discussed and the result concludes that when the elementary merge dependency set of  $F$  has weak left side conflicts or weak right side conflict, the decomposition meeting  $P_{ek}$  has  $\alpha$ -cyclic. Experimental results show that the decomposition algorithm is effective.

**【Key words】** without inside conflict; weak left side conflict; weak right side conflict; Elementary Key Normal Form(EKNF)

在经典数据库、时态数据库和主动数据库的模式分解中, 由于 $\alpha$ 环的存在将出现一些异常现象<sup>[1-2]</sup>, 因此许多问题是NP完全问题。文献[3-5]讨论了FD集F无内部冲突和有内部冲突时满足 $P_3$ 且为无 $\alpha$ 环的分解问题。在FD环境下, BCNF是最优的。但对于要达到Boyce-Codd正规化格式(BCNF)标准、具有“无 $\alpha$ 环”特性的数据库模式, 其分解过程就很难保证。因此, 本文讨论初等关键字范式(Elementary Key Normal Form, EKNF)的无 $\alpha$ 环分解问题。

### 1 预备知识

**定义 1**<sup>[4]</sup> 设 $D = \{d_i = L_i \rightarrow RT_i\}_{i \in N}$ 是FD集F的归并依赖集,  $d_i, d_j \in D(i \neq j)$ 。如果 $F \models X_i \rightarrow A, A \in W_{L_j}$ , 但 $X_i \not\rightarrow X_j$ , 且不存在属性集 $X, A \in X$ , 使 $X \leftrightarrow X_i$ , 则称 $d_i$ 对 $d_j$ 弱左部冲突。

**定义 2**<sup>[4]</sup> 设 $D = \{d_i = L_i \rightarrow RT_i\}_{i \in N}$ 是FD集F的归并依赖集,  $d_i, d_j \in D(i \neq j)$ 。如果 $F \models X_i \rightarrow A, A \in RT_j$ , 且不存在属性集 $X, A \in X$ , 使 $X_i \leftrightarrow X$ 。同时,  $F \models X_i \rightarrow X_j, F \not\models X_j \rightarrow X_i$ , 则称 $d_i$ 对 $d_j$ 弱右部冲突。

**定理 1**<sup>[3]</sup> 在FD环境下, 如果一个数据库模式 $R = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ 是无损连接的, 则存在某个关系模式 $R_i$ 包含整个数据库模式的候选关键词。

**定理 2**<sup>[3]</sup> 设 $\rho = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ 是数据库模式 $R < W, F >$ 的一个保持FD的分解,  $F \models X \rightarrow A$ 且 $X \rightarrow A$ 为非平凡完全函数依赖, 则 $\rho$ 对应连接超图中必存在由 $X$ 到 $A$ 的一条通路。

**定理 3**<sup>[3]</sup> 如果数据库模式 $R < W, F >$ 的一个分解 $\{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ 是保持函数依赖的, 且分解后有一个关系模式中含有候选

关键词, 则分解必是无损连接的。

**定理 4**<sup>[4]</sup> 设 $\rho = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ 是数据库模式 $R < W, F >$ 的一个保持FD的分解, 则对F的最小归并依赖集D中的任意 $X_i^k$ , 存在 $j(1 \leq j \leq n), X_j \subseteq R_j$ 且 $X_i^k \leftrightarrow X_j$ , 即有某个关系模式包含着一个与 $X_i^k$ 等价的属性集。

### 2 定义和定理

**定义 3** 设 $Q = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ 是数据库模式 $R < W, F >$ 的一个分解, 若满足保持FD、无损连接性、EKNF, 称该分解满足 $P_{ek}$ ; 若解除满足 $P_{ek}$ 外还具有无 $\alpha$ 环特性, 称该分解满足 $P_{ek}$ 和无 $\alpha$ 环的分解。

**定义 4** 设FD集F的归并依赖集为D, 若对于每一个 $d_i \in D$ , 对任意的 $A \in RT_i$ , 使得 $d_i$ 中每一个 $X_i^k$ 满足,  $X_i^k \rightarrow A$ 对于 $\prod_{R_i}(F)$ 是初等的, 称F存在初等归并依赖集, 记D为F的初等归并依赖集。

**定义 5** 设D是FD集F的一个初等归并依赖集, 对于D中的每一个 $d_i = L_i \rightarrow RT_i$ , 若存在 $j \neq i$ 使 $X_i^k \cap W_j \neq \emptyset (X_i^k \in L_i)$ , 则称 $X_i^k$ 为对外相关的。如果通过等价属性集的替换, 使D中每一个 $d_i$ 中对外相关的左部等价属性集的个数最少, 称替换后的结果集为初等最小归并依赖集。

**基金项目:** 黑龙江省自然科学基金资助项目(F00-06)

**作者简介:** 赵龄强(1963 - ), 男, 副教授、博士研究生, 主研方向: 计算机数据库; 郝忠孝, 教授、博士生导师; 顾照鹏, 硕士研究生

**收稿日期:** 2007-03-25 **E-mail:** zhaolq@hrbust.edu.cn

**定理 5** 设数据库模式  $R \langle W, F \rangle$  的 FD 集  $F$  无内部冲突, 如果  $D$  中存在弱左部冲突, 则将  $R \langle W, F \rangle$  分解为满足条件  $P_{ek}$  的数据库模式为有  $\alpha$  环的。

**证明** (反证法) 假设  $D$  存在弱左部冲突,  $R \langle W, F \rangle$  分解为得到满足  $P_{ek}$  的数据库模式  $\rho = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$  为无  $\alpha$  环的。设  $d_i$  对  $d_j$  弱左部冲突,  $d_i, d_j \in D (i \neq j), F \models X_i \rightarrow A, A \in W_{L_j}, X_i \leftrightarrow X_j$  且不存在属性集  $X$ , 有  $A \rightarrow X$ , 使  $X \leftrightarrow X_i$ , 根据定理 4, 在  $\rho$  中存在  $R_i, X_i \subseteq R_i, X_i \leftrightarrow X_i^k, R_j$ , 且  $X_j \subseteq R_j, X_j \leftrightarrow X_j^l$ 。由于  $X_i \leftrightarrow X_j, \rho \models EKNF$ , 因此  $i \neq j$  (否则  $X_i, X_j$  在同一个关系模式  $R_i$  中,  $X_i \rightarrow A \in R_i$ , 为初等函数依赖, 若  $X_i$  为  $R_i$  的初等候选关键词, 与  $X_i \leftrightarrow X_j$  矛盾, 若  $A$  为  $R_i$  的一个初等主属性, 存在一个  $R_i$  的初等候选关键词  $K, A \rightarrow K$ , 有  $K \rightarrow X_i, X_i \rightarrow A$ , 与  $F$  无内部冲突矛盾),  $F \models X_i \rightarrow A$  为非平凡完全函数依赖,  $\rho$  又是一个保持 FD, 由定理 2 可知,  $\rho$  对应的连接超图中存在一条由  $X_i$  至  $A$  的通路。因为  $A \in W_{L_j}, X_j \subseteq R_j$ , 所以  $A \in R_j, X_i \subseteq R_i$ 。则存在由  $R_i$  至  $R_j$  的一条通路。又  $\rho$  满足  $P_{ek}$ , 由定理 1 可知,  $\rho$  中存在某一关系模式  $R_s$ , 含有  $R$  的一个候选关键词  $K$ , 即  $K \rightarrow X_i, K \rightarrow X_j$ 。由定理 2, 存在由  $K$  至  $X_i, K$  至  $X_j$  这样两条通路。又由于  $K \subseteq R_s, X_i \subseteq R_i, X_j \subseteq R_j$ , 因此存在由  $R_s$  到  $R_i, R_s$  至  $R_j$  两条通路。 $X_i \rightarrow A, X_i \leftrightarrow X_j, R_i$  必有另外一条到  $R_j$  的通路, 形成环路。

如果环路上的一条超边  $R_i$  可归约至  $R_d$ , 即

$$R_i \prec_{N'} R_d$$

必有  $W_{N'}(R_i) \subseteq W_{N'}(R_d)$ 。设  $R_m, R_n$  为环路上的两条不同的超边, 且  $R_i \cap R_m \neq \emptyset, R_i \cap R_n \neq \emptyset$ , 则有  $R_d \cap R_m \supseteq R_i \cap R_m \neq \emptyset, R_d \cap R_n \supseteq R_i \cap R_n \neq \emptyset$ 。  $R_i$  归约后环路仍然存在, 且始终有  $X_i Y \subseteq W_{N'}(R_i)$ , 必有某时刻只对  $R_i$  和  $R_j$  进行归约。因为假定  $\rho$  是无  $\alpha$  环的, 所以  $R_i$  与  $R_j$  必是可归约的。存在

$$R_c, R_i \prec_{N'} R_c$$

即  $W_{N'}(R_i) \subseteq W_{N'}(R_c)$ , 有  $X_i Y \subseteq R_c$ 。因为  $R_c \models EKNF, X_i \rightarrow Y \in R_c$ , 所以: (1) 当  $X_i$  为  $R_c$  的初等候选关键词时,  $R_i$  的约去不会影响  $R_c$  以外其他  $R_k$  的  $W_{N'}(R_k)$ , 这时用  $R_c$  代替  $R_i$  依然可以构成环路, 而且  $X_i' Y \subseteq W_{N'}(R_c), X_i' \leftrightarrow X_i$ 。否则, 将不会保持  $R_s \rightarrow X_i$ 。而含有  $X_i$  等价属性集的关系模式有限, 最终不会存在这样的  $R_c$ 。(2) 当  $X_i$  不为初等候选关键词时,  $Y$  为  $R_c$  初等主属性, 存在一个  $R_c$  的初等候选关键词  $K, Y \subseteq K$ , 有  $K \rightarrow X_i, X_i \rightarrow Y$ , 与前提  $F$  无内部冲突矛盾, 命题成立。证毕。

**定理 6** 设数据库模式  $R \langle W, F \rangle$  的 FD 集  $F$  无内部冲突, 如果  $D$  中存在弱右部冲突, 则将  $R \langle W, F \rangle$  分解为满足条件  $P_{EK}$  的数据库模式为有  $\alpha$  环的。

**证明** (反证法) 假设  $D$  存在弱右部冲突,  $R \langle W, F \rangle$  分解为得到满足  $P_{ek}$  的数据库模式  $\rho = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$  是无  $\alpha$  环的。由于  $D$  存在弱右部冲突, 因此  $d_i, d_j \in D (i \neq j)$ , 存在  $F \models X_i \rightarrow A, A \in RT_j$ , 但不存在属性集  $X$ , 有  $A \rightarrow X$ , 使  $X_i \leftrightarrow X$ , 同时,  $F \not\models X_i \rightarrow X_j, F \not\models X_j \rightarrow X_i$ 。  $\rho$  满足  $P_{ek}$ , 由定理 4 可知, 在  $\rho$  中存在  $R_i, X_i \subseteq R_i, X_i \leftrightarrow X_i^k, R_j$ , 且  $X_j \subseteq R_j, X_j \leftrightarrow X_j^l$ 。由于  $X_i \leftrightarrow X_j, \rho \models EKNF$ , 因此  $F \models X_i \rightarrow A$  为非平凡完全函数依赖, 分解  $\rho$  又是保持 FD, 由定理 2 知,  $\rho$  对应的连接超图中存在一条由  $X_i$  至  $A$  的通路。同理, 存在一条由  $X_j$  至  $A$  的通路。

由定理 1,  $\rho$  中必存在一个关系模式  $R_s$  含有  $R$  的候选关键词  $K$ 。有  $K \rightarrow X_i, K \rightarrow X_j$ 。由定理 2, 存在由  $R_s$  至  $R_i, R_s$  至  $R_j$  的两条通路。由于  $X_i \rightarrow A, X_i \leftrightarrow X_j$ , 因此便存在  $R_s, R_i, A, R_j, R_s$  的一条环路。

在对  $\rho$  的连接超图进行归约时, 导出与假设矛盾。

### 3 算法及分析

**算法**  $FJ\{F$  无内部冲突, 分解为满足  $P_{ek}$  且满足无  $\alpha$  环的分解}。

**输入**  $R \langle W, F \rangle$  的初等归并依赖集  $D$ 。

**输出**  $R \langle W, F \rangle$  的一个分解。

```

begin
(1) if C-test(D, F) then Cyclic(D), return(R);
(2) G := Mini-GB(D); // 求 D 的初等最小归并依赖集 G
(3) 求 G 的关联度;
(4) G(0) := ∅;
for 每一个  $d_i \in G$  do
if  $G_i = -1$  then  $G(0) := G(0) \cup \{d_i\}$ ;
// 把关联度不为 -1 的  $d_i$  并入  $G(0)$  中
(5) for 每一个  $d_i \in G(0)$  do
 $e_i := \emptyset$ ;
for 每一个  $X_i^k \in L_i$  do
 $Q_i^k := \emptyset$ ;
for 每一个  $d_j \in G(0)$  且  $j \neq i$  do
 $Q_i^k := Q_i^k \cup (X_i^k \in W_j)$ ; // 求每个  $X_i^k$  的对外相交属性集
for 每一个  $X_i^k \in d_i$  do
if  $Q_i^k \neq \emptyset$  且不存在  $Q_i^k \subseteq Q_i^n (n \neq k)$  then  $e_i := e_i \cup X_i^k$ ;
// 考查每个  $X_i^k$  是否属于  $e_i$ 
if  $e_i = \emptyset$  then  $e_i := \min(L_i) / e_i = \emptyset$  表明  $d_i$  中无左部属性对外相交, 则取  $L_i$  中长度最小的
 $G(0) := G(0) \cup \{e_i\}$ ;
(6) for 每一个  $e_i \in G(0)$  do
if 存在  $d_j \in G(0) (i \neq j)$  且  $(W_j \cap e_i) \rightarrow e_i$ 
then  $G := G - \{e_i\}; G(0) := G(0) - \{e_i\}$ ;
// 消去被其他  $d_j$  所包含的  $e_i$ 
(7)  $K := \emptyset$ ;
for 每一个  $e_i \in G(0)$  do
 $K := K \cup e_i$ ;
 $K := K - (W - W_j)$ ;
// 把未参与任何依赖的外部属性加入候选关键词中
(8) for 每一个  $d_i, e_j \in G$  do
把  $W_i$  或  $e_j$  作为一个关系模式;
把  $K$  作为一个关系模式;
(9) for 每一个  $R_i \in R$  do
if 存在  $R_i \subseteq R_j (i \neq j)$  then  $R := R - \{R_i\}$ ;
// 消去被其他  $R_j$  所包含的  $R_i$ 
(10) return(R)
end

```

算法具有以下特性:

(1) 可终止性

步骤(1)~步骤(3)是可终止的, 其他步骤含有 for 循环, 是可自动终止的。因此, 该算法具有可终止性。

(2) 正确性

执行到步骤(1)时终止, 表明  $D$  不能同时满足无弱左部、弱右部冲突。据定理 1、定理 2 可知, 分解必为有  $\alpha$  环的, 此时执行算法 Cyclic(D)。输出  $R$  是满足:

1) 保持函数依赖性

在步骤(8)中, 将每一个  $d_i \in G$  的属性集  $W_i$  均作为一个关系模式。由于  $F$  与  $G$  具有等价性, 因此分解满足保持函数依赖性。

2) 无损联接性

在步骤(7)中, 求得一个候选关键词  $K$ , 把  $K$  作为一个关系模式, 由定理 3, 该算法分解具有无损联接性。