

# 虚拟节点有限元法解析滴灌支管水力学计算<sup>\*</sup>

张志新<sup>1</sup> 王建东<sup>2</sup> 李鑫<sup>3</sup> 赵月芬<sup>4</sup>

(1. 中国农业大学现代精细农业系统综合研究重点实验室, 北京 100083; 2. 中国水利水电科学研究院水利研究所, 北京 100044; 3. 北京市昌平区水务局, 北京 102200; 4. 北京地星规划设计院有限公司, 北京 100080)

**【摘要】** 滴灌支管和毛管组成的支管单元的水力学计算是滴灌管网水力学设计的关键环节。运用虚拟节点有限元法和虚拟节点平均水头损失有限元法解析支管单元的水力学计算, 可以计算出支管和每根毛管的水头损失, 同时显著减少计算量, 研究结果为包含几十万乃至上百万个滴头的滴灌系统水力学设计提供了新的方法。

**关键词:** 滴灌 支管单元 有限元法 虚拟节点 水力学解析

中图分类号: S275.6 文献标识码: A

## Finite Element Method for Hydraulic Design of Drip Irrigation Submain Units with Virtual Emitter System

Zhang Zhixin<sup>1</sup> Wang Jiandong<sup>2</sup> Li Xin<sup>3</sup> Zhao Yuefen<sup>4</sup>

(1. Key Laboratory of Modern Precision Agriculture System Integration Research, China Agricultural University, Beijing 100083, China 2. Department of Irrigation and Drainage, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100044, China 3. Changping Water Resource Bureau, Beijing 102200, China 4. Beijing Land-star Planning & Design Institute, Beijing 100080, China)

### Abstract

The hydraulic calculation of drip irrigation submain units plays a key role in the system design. The finite element method with virtual emitters can compute the head loss of each submain and capillary. The ways to reduce computational errors were suggested by selecting a certain amounts of elements in order to meet drip irrigation design need. Moreover, finite element method with virtual emitters can reduce computational work and memory demands dramatically. The research method put forward in this study provides a new way for hydraulic design of large drip irrigation system.

**Key words** Drip irrigation, Submain unit, Finite element method, Virtual emitter, Hydraulic analysis

### 引言

滴灌支管和毛管组成的支管单元(为避免与有限元法中的单元混淆,以下简称支管)的水力学计算是滴灌管网水力学解析和设计的关键环节。一方面由于压力调节器的应用,即在支管的入口安装压力调节器,使得支管的水力学设计相对独立;另一方面由于其属于多口出流管道,而且数量大,因此计算繁

琐且计算量大。传统的支管水力学计算以人工计算为主,由于支管计算量大,在实际设计时只是选择典型的支管进行计算。因此寻求计算机数值计算方法代替人工计算迫在眉睫。

有限元法是目前应用最广的数值计算方法之一,有限元法用于微灌系统水力学解析已经取得的研究进展主要有:Bralts等<sup>[1]</sup>解析了滴灌支管水力学问题,将支管和毛管作为一个整体同时求解,解析

中使用 Hazen - William's 公式计算沿程水头损失。Kang Yaohu 等<sup>[2]</sup>提出的微灌支管设计方法中,将支管和毛管分别进行求解,首先对支管进行解析,解析完成后,求出每条毛管入口压力和流量,然后再对每条毛管分别解析,求出毛管上每个滴头的压力和流量,解析中使用 Darcy 公式计算沿程水头损失。由于有限元法计算量和存储量大,Bralts 等<sup>[3]</sup>提出虚拟节点的概念,通过合并多个灌水器为一个虚拟单元,增加虚拟单元内滴头的数量即增加虚拟单元长度来减少单元数量,减少计算量和存储量。并且假设单元内灌水器的分布是连续的,从而使虚拟单元具有连续可导的边界条件,组成虚拟单元的节点被称为虚拟节点。Bralts 等<sup>[4]</sup>利用虚拟节点概念,推导了描述微灌系统水力学特性的二阶偏微分方程,分别用一维线性单元和一维二次单元进行求解,但是没有对满足一定计算精度下合理的虚拟单元个数进行分析。张志新等<sup>[5]</sup>利用虚拟节点概念及有限元法中的直接法进行滴灌毛管水力学解析时,对虚拟节点有限元法、虚拟节点平均水头损失有限元法与有限元法及多口系数法计算水头损失的结果进行了比较分析,分别得出合理的虚拟单元数。

本文在虚拟节点有限元法解析滴灌毛管的结论<sup>[5]</sup>基础上,结合支管的特点,将支管和毛管同时求解,同时使用《微灌工程技术》规范<sup>[6]</sup>中指定的公式来计算沿程水头损失。

## 1 有限元法与虚拟节点有限元法简介

### 1.1 有限元法

有限元法进行滴灌系统水力学解析时,将每个滴头出口作为单元的节点,将滴头间距作为单元长度,利用连续性方程、伯努利能量方程、沿程水头损失计算公式和滴头流量公式,用直接法推导出单元刚度矩阵,将单元刚度矩阵按照相应的编号组装总体刚度矩阵,得到线性方程组,采用高斯消去法求解。有限元法将每 2 个滴头之间的管段作为 1 个单元,而一个滴灌系统包含几万、几十万甚至几百万个滴头,需要求解几万、几十万甚至几百万个方程,计算量、存储量巨大。

### 1.2 虚拟节点有限元法

虚拟节点有限元法将整条毛管上的  $m$  个滴头用  $n$  ( $n < m$ ) 个虚拟滴头代替,各单元内包含了  $N$  ( $N = m/n$ ) 个滴头,即相当于将  $N$  个常规滴头合并为一个虚拟的大滴头,放在节点上。通过增加单元内滴头的数量即增加虚拟单元长度来减少单元数量,达到减少求解方程数量和存储量的目的,减少了计算的工作量。

### 1.3 虚拟节点平均水头损失有限元法

由于虚拟单元内都包含一定数量的滴头,其虚拟单元入口流量与出口流量不相等,且虚拟单元入口流量大于出口流量。虚拟节点有限元法只用虚拟单元入口流量计算沿程水头损失,虚拟节点平均水头损失有限元法首先用虚拟单元入口流量计算沿程水头损失,然后再用虚拟单元出口流量计算沿程水头损失,最后取平均值作为整个虚拟单元的沿程水头损失。

## 2 虚拟节点有限元法与虚拟节点平均水头损失有限元法解析滴灌支管

### 2.1 典型算例

水平地形,支管内径 30 mm,支管长度 25 m,毛管单向布置,共 5 根,毛管长度 100 m,毛管间距 5 m,毛管内径 16 mm,滴头间距 0.5 m,每根毛管上有 200 个滴头,滴头流量系数 0.78,流态指数 0.50,滴头在 10 m 水头下的流量为 2.5 L/h,沿程水头损失系数  $f$  为 0.505,流量指数  $m$  为 1.75,管径指数  $b$  为 4.75。

### 2.2 虚拟单元划分

#### 2.2.1 虚拟节点有限元法单元划分

根据虚拟节点有限元法解析滴灌毛管的结论<sup>[5]</sup>,虚拟节点有限元法可以减少 95% 以上的单元数量。典型算例共 200 个滴头,因此毛管虚拟单元取 10 个,毛管虚拟单元长度 10 m,每个虚拟单元包含 20 个滴头。支管单元共 5 个,支管单元长度 5 m,支管入口压力水头 10.5 m。采用有限元法时单元数为 1 005 个,采用虚拟节点有限元法时虚拟单元数为 55 个。

#### 2.2.2 虚拟节点平均水头损失有限元法单元划分

根据虚拟节点平均水头损失有限元法解析滴灌毛管的结论<sup>[5]</sup>,虚拟节点平均水头损失有限元法可以减少 98% 以上的单元数量。典型算例共 200 个滴头,因此毛管虚拟单元取 5 个,毛管虚拟单元长度 20 m,每个虚拟单元包含 40 个滴头。支管单元共 5 个,单元长度 5 m,支管入口压力水头 10.5 m。采用有限元法时单元数为 1 005 个,采用虚拟节点平均水头损失有限元法时虚拟单元数为 30 个。

### 2.3 虚拟单元编号

在应用有限元法之前首先对单元进行编号。对支管,由于包含支管和毛管,将毛管和支管统一进行编号,即从支管最末端的毛管末端开始编号,之后是支管最末端,然后再对倒数第 2 根毛管编号,见图 1。图中, $h$  为虚拟节点压力水头(m), $L$  为虚拟单元长度(m), $Q$  为虚拟单元流量(L/h), $Nq$  为虚拟

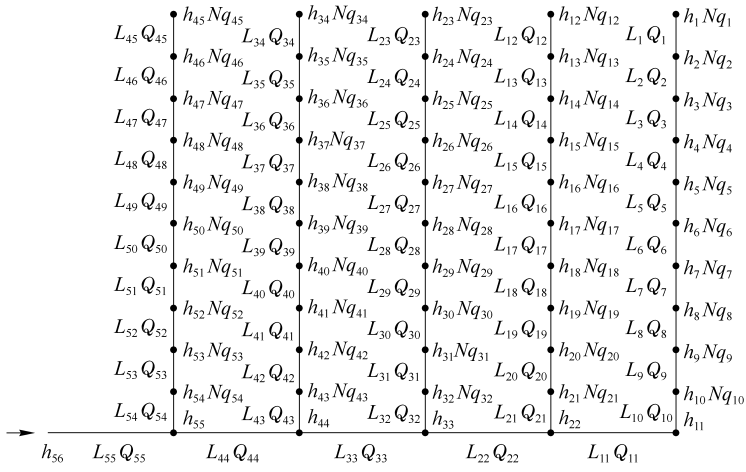


图 1 虚拟节点有限元解析滴灌支管图

节点流量(L/h)。

2.4 求解步骤

2.4.1 虚拟节点有限元法求解步骤

具体步骤为:①输入原始数据:支管入口压力,支管内径,支管单元长度,毛管内径,毛管虚拟单元数,虚拟单元长度,虚拟单元所包含的滴头数量,沿程水头损失系数,流量指数,管径指数,滴头流量系数,滴头流态指数以及误差限。②将支管各节点和毛管各虚拟节点压力值赋值,即等于支管入口压力。③计算各节点流量。④计算各单元流量。⑤用单元入口流量计算单元刚度矩阵。⑥计算节点位置水头。⑦计算虚拟滴头的线性化系数。⑧组装总体刚度矩阵。⑨代入已知条件组成方程组。⑩解线性方程组求得虚拟节点压力值。⑪如果步骤⑩与步骤②中各节点压力值之差小于给定的误差限,停止计算;否则,返回到步骤②,用步骤⑩求得各节点压力值重

新赋值计算。

2.4.2 虚拟节点平均水头损失有限元法求解步骤

前 10 步与虚拟节点有限元法相同。⑪用单元出口流量计算单元刚度矩阵。⑫计算节点位置水头。⑬计算虚拟滴头的线性化系数。⑭组装总体刚度矩阵。⑮代入已知条件组成方程组。⑯解线性方程组求得虚拟节点压力值。⑰将步骤⑩和步骤⑯求得的各节点压力值取平均值。⑱如果步骤⑰与步骤②中各节点压力值之差小于给定的误差限,停止计算;否则,返回到步骤②,用步骤⑰求得各节点压力值重新赋值计算。

2.5 计算结果

用 C# 编写程序进行计算,虚拟节点有限元法和虚拟节点平均水头损失有限元法可以同时计算出支管和毛管的节点压力,计算结果见表 1、2,2 种方法与多口系数计算的水头损失见表 3。

表 1 虚拟节点有限元法计算滴灌支管节点压力结果  
Tab.1 Submain and capillary pressure of calculation result by finite element using virtual emitter

支管	毛管 5	毛管 4	毛管 3	毛管 2	毛管 1
	$h_{45} = 8.523\ 1\ \text{m}$	$h_{34} = 8.444\ 4\ \text{m}$	$h_{23} = 8.396\ 9\ \text{m}$	$h_{12} = 8.373\ 6\ \text{m}$	$h_1 = 8.366\ 6\ \text{m}$
	$h_{46} = 8.530\ 8\ \text{m}$	$h_{35} = 8.452\ 0\ \text{m}$	$h_{24} = 8.404\ 5\ \text{m}$	$h_{13} = 8.381\ 2\ \text{m}$	$h_2 = 8.374\ 2\ \text{m}$
	$h_{47} = 8.556\ 7\ \text{m}$	$h_{36} = 8.477\ 7\ \text{m}$	$h_{25} = 8.430\ 1\ \text{m}$	$h_{14} = 8.406\ 6\ \text{m}$	$h_3 = 8.399\ 7\ \text{m}$
	$h_{48} = 8.609\ 4\ \text{m}$	$h_{37} = 8.530\ 0\ \text{m}$	$h_{26} = 8.482\ 0\ \text{m}$	$h_{15} = 8.458\ 5\ \text{m}$	$h_4 = 8.451\ 5\ \text{m}$
	$h_{49} = 8.696\ 7\ \text{m}$	$h_{38} = 8.616\ 5\ \text{m}$	$h_{27} = 8.568\ 2\ \text{m}$	$h_{16} = 8.544\ 4\ \text{m}$	$h_5 = 8.537\ 4\ \text{m}$
	$h_{50} = 8.826\ 0\ \text{m}$	$h_{39} = 8.744\ 9\ \text{m}$	$h_{28} = 8.695\ 9\ \text{m}$	$h_{17} = 8.671\ 8\ \text{m}$	$h_6 = 8.664\ 7\ \text{m}$
	$h_{51} = 9.004\ 8\ \text{m}$	$h_{40} = 8.922\ 1\ \text{m}$	$h_{29} = 8.872\ 3\ \text{m}$	$h_{18} = 8.847\ 8\ \text{m}$	$h_7 = 8.840\ 5\ \text{m}$
	$h_{52} = 9.240\ 1\ \text{m}$	$h_{41} = 9.155\ 6\ \text{m}$	$h_{30} = 9.104\ 6\ \text{m}$	$h_{19} = 9.079\ 5\ \text{m}$	$h_8 = 9.072\ 1\ \text{m}$
	$h_{53} = 9.539\ 5\ \text{m}$	$h_{42} = 9.452\ 6\ \text{m}$	$h_{31} = 9.400\ 1\ \text{m}$	$h_{20} = 9.374\ 3\ \text{m}$	$h_9 = 9.366\ 7\ \text{m}$
	$h_{54} = 9.910\ 6\ \text{m}$	$h_{43} = 9.820\ 6\ \text{m}$	$h_{32} = 9.766\ 4\ \text{m}$	$h_{21} = 9.739\ 7\ \text{m}$	$h_{10} = 9.731\ 8\ \text{m}$
$h_{56} = 10.500\ 0\ \text{m}$	$h_{55} = 10.361\ 4\ \text{m}$	$h_{44} = 10.267\ 9\ \text{m}$	$h_{33} = 10.211\ 4\ \text{m}$	$h_{22} = 10.183\ 7\ \text{m}$	$h_{11} = 10.175\ 4\ \text{m}$

表2 虚拟节点平均水头损失有限元法计算滴灌支管节点压力结果

Tab.2 Submain and capillary pressure of calculation result by finite element using virtual emitter with average head loss

支管	毛管 5	毛管 4	毛管 3	毛管 2	毛管 1
	$h_{25} = 8.5536 \text{ m}$	$h_{19} = 8.4826 \text{ m}$	$h_{13} = 8.4362 \text{ m}$	$h_7 = 8.4104 \text{ m}$	$h_1 = 8.4087 \text{ m}$
	$h_{26} = 8.5834 \text{ m}$	$h_{20} = 8.5110 \text{ m}$	$h_{14} = 8.4635 \text{ m}$	$h_8 = 8.4363 \text{ m}$	$h_2 = 8.4234 \text{ m}$
	$h_{27} = 8.7202 \text{ m}$	$h_{21} = 8.6469 \text{ m}$	$h_{15} = 8.5991 \text{ m}$	$h_9 = 9.2620 \text{ m}$	$h_3 = 8.5593 \text{ m}$
	$h_{28} = 9.0267 \text{ m}$	$h_{22} = 8.9514 \text{ m}$	$h_{16} = 8.9025 \text{ m}$	$h_{10} = 8.8749 \text{ m}$	$h_4 = 8.8629 \text{ m}$
	$h_{29} = 9.5603 \text{ m}$	$h_{23} = 9.4814 \text{ m}$	$h_{17} = 9.4304 \text{ m}$	$h_{11} = 9.4021 \text{ m}$	$h_5 = 9.3906 \text{ m}$
$h_{31} = 10.5000 \text{ m}$	$h_{30} = 10.3801 \text{ m}$	$h_{24} = 10.2956 \text{ m}$	$h_{18} = 10.2414 \text{ m}$	$h_{12} = 10.2117 \text{ m}$	$h_6 = 10.2006 \text{ m}$

表3 滴灌支管及毛管水头损失的计算结果

Tab.3 Submain and capillary head loss of calculation result

计算方法	支管	毛管 5	毛管 4	毛管 3	毛管 2	毛管 1
虚拟节点有限元法	0.3246	1.8307	1.8107	1.7986	1.7927	1.7909
虚拟节点平均水头损失有限元法	0.2994	1.8265	1.8130	1.8052	1.8013	1.7919
多口系数	0.4923			1.8353		

### 3 结束语

虚拟节点有限元法和虚拟节点平均水头损失有限元法解析支管单元的水力学计算,可以同时计算

出支管和每根毛管的水头损失。

若编写通用程序,可显著减少计算量,对包含几十万乃至几百万个滴头的滴灌系统可以同时进行水力学解析和设计。

### 参 考 文 献

- 1 Bralts V F, Segerlind L J. Finite element analysis of drip irrigation submain units[J]. Transactions of the ASAE, 1985, 28(3):809~814.
- 2 Kang Yaohu, Nishiyama S. Design of microirrigation submain units[J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, 122(2):83~89.
- 3 Bralts V F, Segerlind L J. Finite element analysis of drip irrigation submain units using virtual node substructures[C]. ASAE Paper 87-2040, 1987.
- 4 Bralts V F, Kelly S F, Shayya W H, et al. Finite element analysis of microirrigation hydraulics using a virtual emitter system[J]. Transactions of the ASAE, 1993, 36(3):717~725.
- 5 张志新,王建东,徐锁军,等.虚拟节点有限元法解析滴灌毛管水力特性的研究[J].农业机械学报,2009,40(2):68~70,36.  
Zhang Zhixin, Wang Jiandong, Xu Suojun, et al. Finite element method for hydraulic design of drip irrigation lateral lines with virtual emitter system[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2009, 40(2):68~70, 36. (in Chinese)
- 6 SL103—1995 微灌工程技术规范[S].

(上接第 116 页)

- 11 王震坤,肖泽娟,苏俊林,等. CWZX 系列型煤热水锅炉的结构设计与性能分析[J]. 农业机械学报, 2003, 34(4):68~70.  
Wang Zhenkun, Xiao Zejuan, Sun Junlin, et al. Construction design and performance analysis of CWZX series coal briquette hot-water boiler[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2003, 34(4):68~70. (in Chinese)
- 12 余昭胜,马晓茜. 秸秆直燃锅炉燃烧数值模拟[J]. 农业机械学报, 2008, 39(4):73~77.  
Yu Zhaosheng, Ma Xiaoqian. Numerical simulation of combustion in a straw-fired boiler[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(4):73~77. (in Chinese)