

$SU(2)$ 纯格点规范场热力学非对称点阵 Monte-Carlo 模拟

胡 经 国

(扬州大学工学院基础科学系 扬州 225009)

1996-09-10收稿

摘 要

在非对称点阵($\xi = 2, 3$)上模拟了 $SU(2)$ 纯格点规范场系统的热力学行为, 结果表明, 非对称点阵 Monte-Carlo 模拟是实现快速趋向连续物理极限的有效途径.

关键词 $SU(2)$ 规范场, Monte-Carlo 模拟, 非对称点阵.

1 引 言

$SU(2)$ 纯格点规范场系统热力学行为的 Monte-Carlo 模拟已有许多报道^[1, 2]. 其中有温点阵一般总是取代时间和空间方向各有 N_t 和 N_s 个点, 相应的点阵间距为 a_t 和 a_s , 这里的下标 s 和 t , 分别表示空间和时间. 但是, 格点作为一种正规化形式, 最终必须回到连续物理极限, 在格点点阵上要得到连续物理极限, 必须满足下述两条件:

1) 热力学极限

$$4N_s^3 N_t \rightarrow \infty; \quad (1)$$

2) 连续极限

$$a_{s(t)} \rightarrow 0, \quad (2)$$

并保持温度不变.

实际的 Monte-Carlo 模拟, 由于计算机容量的限制, 上述要求是不可能达到的, 因此, 研究格点点阵的有限尺寸效应以及寻求易于实现近似连续物理极限的途径是必要的.

本文选取不对称标度 ($\xi = a_s / a_t = 2$ 和 3) 的点阵, 在计算机上进行了热力学量的 Monte-Carlo 模拟, 结果发现用不对称点阵模拟其热力学量, 有利于扩大 N_t 的选择范围, 只要保证 N_t / ξ 较小. 文献 [1, 2] 中的 $N_t \leq 4$, 本文中的 $N_t \geq 6$, 并易于研究有限尺寸效应和连续物理极限.

2 非对称点阵和 $SU(2)$ 系统热力学量 Monte-Carlo 模拟

对非对称点阵, $SU(2)$ 系统作用量取代 Wilson 形式:

$$S(U) = \beta_s \xi^{-1} \sum_x \sum_{\substack{i>j \\ i \neq 4}} P_{ij} + \beta_t \xi \sum_x \sum_{i \neq 4} P_{4i}; \quad (3)$$

$$P_{ij} = 1 - \frac{1}{N_c} \text{Tr}(U_{x, x+i} U_{x+i, x+i+j} U_{x+j, x+i+j}^+ U_{x, x+j}^+), \quad (4)$$

这里 β_s, β_t 分别为空间、时间方向耦合常数, N_c 为色数目, U_{ij} 为 i, j 方向链变量, P_{ij} 为 i, j 方向方格量.

应用文献 [4, 5], 集合本文不对称点阵, 经过推导运算得:

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon \rangle / \varepsilon_B = \frac{15}{\pi^2} \cdot \frac{N_t^4}{\xi^4} & (\beta_s(a_s, \xi) \Delta \bar{P}_s - \beta_t(a_s, \xi) \xi^2 \Delta \bar{P}_t \\ & - 2\xi N_c C'_s(\xi) \Delta \bar{P}_s - 2N_c \xi^3 C'_t(\xi) \Delta \bar{P}_t); \end{aligned} \quad (5)$$

$$\Delta \bar{P}_s = \bar{P}_s^T - \bar{P}_s^E, \quad (6)$$

$$\Delta \bar{P}_t = \bar{P}_t^T - \bar{P}_t^E; \quad (7)$$

$$\beta_s(a_s, \xi) = \beta_E(a_s) + 2N_c C_s(\xi); \quad (8)$$

$$\beta_t(a_s, \xi) = \beta_E(a_s) + 2N_c C_t(\xi); \quad (9)$$

$$C'_s(\xi) = \frac{\partial C_s(\xi)}{\partial \xi}; \quad (10)$$

$$C'_t(\xi) = \frac{\partial C_t(\xi)}{\partial \xi}; \quad (11)$$

$$\bar{P}_s^T = \frac{1}{3(N_s^T)^3 N_t^T} \langle \sum_x \sum_{\substack{i>j \\ i \neq 4}} P_{ij} \rangle; \quad (12)$$

$$\bar{P}_t^T = \frac{1}{3(N_s^T)^3 N_t^T} \langle \sum_x \sum_{i \neq 4} P_{4i} \rangle; \quad (13)$$

$$\bar{P}_s^E = \frac{1}{3(N_s^E)^3 N_t^E} \langle \sum_x \sum_{\substack{i>j \\ i \neq 4}} P_{ij} \rangle; \quad (14)$$

$$\bar{P}_t^E = \frac{1}{3(N_s^E)^3 N_t^E} \langle \sum_x \sum_{i \neq 4} P_{4i} \rangle; \quad (15)$$

$$T = \frac{\xi}{N_t^E a_s}; \quad (16)$$

$$\beta_E(a_s) = \frac{2N_c}{g_E^2(a_s)}; \quad (17)$$

$$\Lambda_L a_s = (\beta_0 g_E^2)^{-\beta_1 / 2\beta_0} \exp(-1 / 2\beta_0 g_E^2) (1 + O(g_E^2)); \quad (18)$$

$$\beta_0 = \frac{11N_c}{48\pi^2}; \quad (19)$$

$$\beta_1 = \frac{17N_c^2 - \frac{3}{2}(N_c^2 - 1) / N_c}{384\pi^4}; \quad (20)$$

$$C_V / K_B = \frac{\partial \langle \varepsilon \rangle / \varepsilon_B}{\partial T}, \quad (21)$$

这里, $\varepsilon_B = \frac{\pi^2}{5} T^4$, $K_B = \frac{4}{5} \pi^2 T^3$, $\Lambda_L = 5.2 \pm 0.8 \text{ MeV}$, N_s^T , N_t^T 分别为有温点阵空间和时间格点数, N_s^E , N_t^E 分别为归一化热力学量而取的真空点阵空间和时间格点数, $g_E(a_s)$ 为真空欧氏空间耦合常数, 由 (18) 式决定, $C_s(\xi)$ 和 $C_t(\xi)$ 的值见表 1.

表 1 对应 $\xi=2$ 和 3 , $C_s(\xi)$, $C_t(\xi)$, $C'_s(\xi)$ 和 $C'_t(\xi)$ 的值

ξ	$C_s(\xi)$	$C_t(\xi)$	$C'_s(\xi)$	$C'_t(\xi)$
2	0.0615	-0.0285	0.0306	-0.0131
3	0.0813	-0.0392	0.0111	-0.00699

本文 $N_c = 2$, $N_s^T = N_s^E = 10$, $N_t^E = N_c \cdot N_t^T = 12$, 而 $C_s(\xi)$ 、 $C_t(\xi)$ 、 $C'_s(\xi)$ 和 $C'_t(\xi)$ 的值经繁琐的计算得结果表 1. 并用 Monte-Carlo 平均取代上述物理平均^[6], 即以正比于 $e^{-S(U)}$ 的分布进行抽样, 取平衡后的 N 个组态作统计平均, 则物理量 $\langle A \rangle$ 的 Monte-Carlo 估计为:

$$\langle A \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i. \quad (22)$$

Monte-Carlo 方法所产生的误差, 利用文献 [7] 中的方法进行估算.

3 结果和讨论

考虑 $10^3 \times 6$ 、 $\xi = 2$ 和 $10^3 \times 6$ 、 $\xi = 3$ 的具有周期性边界条件的点阵, 设开始时系统点阵为冷态, 即所有的 $U = 1$, 利用纠偏抽样算法^[7], 对格点点阵依次扫描, 为增加结果的可靠性, 将开始的 250 次格点点阵扫描舍去, 在后 3000 次扫描中随机地取 100 个格点点阵组态作为我们的研究系统, 模拟了 $SU(2)$ 系统热力学量能密度和热容量如图 (1) 和 (2).

比较图 (1) 和图 (2) 并参见文献 [1, 3], 发现大 ξ 点阵的过渡区比小 ξ 点阵的小, 且大 ξ 点阵的 $\langle \varepsilon \rangle$ 值对 ε_B 的偏离也比小 ξ 点阵的小, 说明大 ξ 点阵的有限尺寸效应比小 ξ 点阵的要小, 这表明, 选取不对称点阵是一种快速趋向连续物理极限的有效途径.

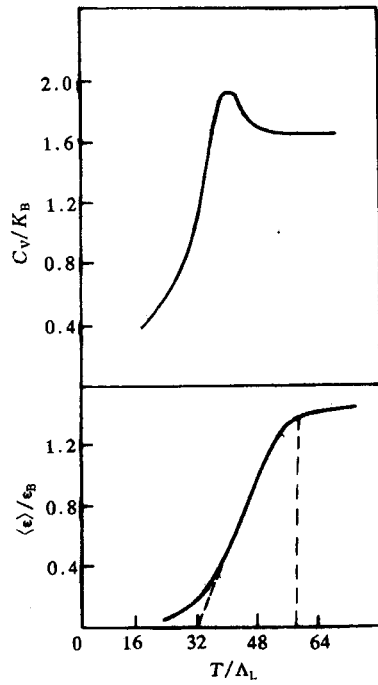


图 1

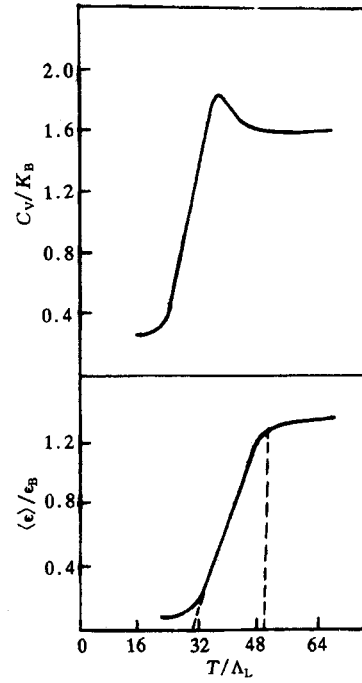


图 2

参 考 文 献

- [1] J. Engels, *et al.*, *Phys. Lett.*, **101B**(1981)89; *Nucl. Phys.*, **205B**(1982)545.
- [2] J. Engels, *et al.*, *Nucl. Phys.*, **280B**(1987)577.
- [3] 胡经国, 扬州大学工学院学报, **8**(2)(1996)51.
- [4] S. Das, *et al.*, *Nucl. Phys.*, **265B**(1986)303.
- [5] F. Karsch, *Nucl. Phys.*, **205B**(1982)285.
- [6] A. Hasenfratz, *et al.*, *Nucl. Phys.*, **193B**(1981)210.
- [7] 裴鹿成等编著, 蒙特卡罗方法在粒子输运问题中的应用, 科学出版社, 1986.

Monte-Carlo Simulation on Asymmetric Lattices for $SU(2)$ Gauge Field Thermodynamics

Hu Jingguo

(Department of Basic Science, Yangzhou Institute of Technology, Yangzhou 225009)

Received 9 October 1996

Abstract

We simulate thermodynamics of $SU(2)$ gauge field on the asymmetric lattices ($\xi = 2, 3$). It shows that Monte-Carlo simulation on the asymmetric lattices is an effective approach of realizing continuous physics limit.

Key words $SU(2)$ gauge field, Monte-Carlo simulation, asymmetric lattices.