

齿轮五杆曲柄滑块机构的轨迹综合^{*}

张彦斌¹ 吴鑫² 刘宏昭³ 刘汇洋⁴

(1. 河南科技大学建筑工程学院, 洛阳 471003; 2. 河南科技大学机电工程学院, 洛阳 471003;
3. 西安理工大学机械与精密仪器工程学院, 西安 710048; 4. 河南省洛阳市科学技术局, 洛阳 471023)

【摘要】 分析了一类齿轮五杆曲柄滑块机构的尺寸约束条件, 利用复矢量理论和 Fourier 级数理论建立了机构连杆轨迹的数学模型, 推导出计算机构实际尺寸和安装位置参数的数学公式, 根据曲柄和连杆间传动比的不同分别建立了相应机构连杆转角算子谐波特征参数的数值图谱库。利用数值图谱法实现了齿轮五杆曲柄滑块机构连杆轨迹的尺度综合, 综合算例证明了该方法的实用性和有效性。

关键词: 齿轮五杆曲柄滑块机构 轨迹综合 数值图谱

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A

Path Synthesis of Geared Five-bar Crank-slider Mechanisms

Zhang Yanbin¹ Wu Xin² Liu Hongzhao³ Liu Huiyang⁴

(1. School of Architecture Engineering, He'nan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China
2. School of Mechatronics Engineering, He'nan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China
3. Faculty of Mechanical Precision Instrumental Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China
4. Luoyang Science & Technology Bureau of He'nan Province, Luoyang 471023, China)

Abstract

The dimensional constraint conditions of a kind of geared five-bar crank-slider mechanism (GFBCSM) were analyzed. Mathematic model of coupler path has been established based on complex vector theory and Fourier series theory. The mathematic equations for calculating actual dimensions of mechanism, coupler's point position and mechanism installation parameters were derived. Several numerical atlas databases of harmonic characteristics of coupler rotation-angle operators have been set up for transmission ratio $i = -1, \pm 1/2, \pm 1/3$ between the crank and the coupler. Dimensional synthesis of coupler path of GFBCSM has been realized by using the numerical atlas method, and the given example showed that the method is efficient and feasible.

Key words Geared five-bar crank-slider mechanism, Path synthesis, Numerical atlas

引言

齿轮五杆机构是一种应用较广的组合机构, 它由定传动比的齿轮机构与变传动比的连杆机构组合而成, 可实现较复杂的运动规律和轨迹, 改变齿轮传动比即可调整从动杆的运动规律或轨迹, 因而这类机构的研究得到了广泛关注^[1~3]。常用的机构尺度综合方法有: 解析法^[2]、图谱法^[3]和几何法^[4]。

解析法和几何法一般只能实现有限精确点的综合, 而传统的图谱法虽然较为直观, 但精度较低、费时费力, 而且所建立的图谱极为有限。路懿^[5]利用 CAD 软件中的尺寸驱动和几何约束技术对曲柄摇杆机构的轨迹综合进行了研究, 该方法同样也只能实现有限点的综合。肖人彬^[6]根据图像离散化对连杆轨迹曲线进行的编码处理技术, 建立机构连杆轨迹模式的电子图谱库, 然后依照期望轨迹模式与图谱库

中轨迹模式的匹配度进行四杆机构的轨迹综合。

平面四杆机构的连杆轨迹形状通常较为简单,且其仅与机构的结构尺寸以及连杆平面上参考点的位置相关。而对于五杆机构,连杆轨迹不仅与机构的结构参数有关,还与两原动件的初始位置及两者的相对运动关系相关。所以利用文献[6]提出的方法,对于系统地建立连杆平面上各点轨迹曲线的初始数据较为困难。因此,如何能够较为完善地建立五杆机构连杆轨迹的特征图谱库是解决该类机构尺度综合的一个关键技术。

吴鑫^[7]根据曲柄摇杆机构连杆转角算子与连杆轨迹之间的内在联系,建立连杆转角算子谐波特征参数的数值图谱库,然后通过模糊识别的方法进行连杆轨迹综合。由于这种图谱库中每一组谐波特征参数对应一种机构基本尺寸型,即对应了该基本尺寸型连杆平面上所有点的轨迹曲线,因此利用该方法所建立的图谱库能够尽可能多地包含各种轨迹曲线。

本文利用复矢量理论和 Fourier 级数理论建立一类齿轮五杆曲柄滑块机构连杆轨迹的数学模型,推导计算机机构实际尺寸和安装位置等参数的数学公式,较为系统地建立机构连杆转角算子谐波特征参数的数值图谱库。实现利用数值图谱法进行齿轮五杆曲柄滑块机构连杆轨迹的尺度综合,并给出综合算例。

1 齿轮五杆曲柄滑块机构的尺寸约束条件

图 1 为研究的齿轮五杆曲柄滑块机构 (geared five-bar crank-slider mechanism)。该机构由一个五杆曲柄滑块机构 ABCD 和由齿轮 I、II 组成的行星轮系构成。杆 AB 为机构的曲柄,而连杆 BC 绕 B 点能做整周转动,齿轮 I、II 分别与机架和连杆 BC 固接,且齿轮 I 的中心与铰接点 A 重合。 L_1 、 L_2 、 L_3 和 E 分别代表机构 3 个杆长和滑块偏心距的实际尺寸。在曲柄 AB 和连杆 BC 间的传动比及其初始位置确定的情况下,对应杆长成比例的齿轮五杆曲柄滑块机构具有相同的运动输出特性。为了便于后面的分析,采用下面的方法统一处理对应杆长成比例的机构,以得到机构的基本尺寸型,即取

$$L = (L_1 + L_2 + L_3 + E) / 400$$

经过处理后,机构各结构参数的相对尺寸为

$$l_1 = L_1 / L \quad l_2 = L_2 / L \quad l_3 = L_3 / L \quad e = E / L$$

并有 $l_1 + l_2 + l_3 + e = 400$

根据机构几何约束条件,要保证 l_1 、 l_2 能绕相应铰链整周转动,必须满足下列结构条件^[8]: ① $0 <$

$l_1, l_2, l_3 < 200$ 。② $0 \leq e < 200$ 。③ $l_1 + l_2 + e \leq l_3$ 。

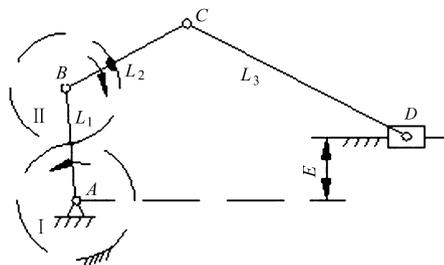


图 1 齿轮五杆曲柄滑块机构示意图

Fig. 1 Sketch of the GFBCSM

2 机构连杆轨迹的数学模型及数值图谱库的建立

齿轮五杆曲柄滑块机构一般位置简图如图 2 所示。对于平面四杆机构,一个机构基本尺寸型对应一个连杆转角算子^[9]。而齿轮五杆曲柄滑块机构却不同,一个机构基本尺寸型对应多个连杆转角算子。要确定一个连杆转角算子,除机构基本尺寸型确定外,曲柄 AB 和连杆 BC 间的传动比 $i = M/N$ (M, N 为整数)及它们的起始位置 ψ_1, ψ_2 也必须确定。根据行星轮系传动比的计算方法可推导出 i 与两齿轮齿数间的运算关系,且其为 $i = \pm Z_1/Z_2$, 其中 Z_1 和 Z_2 分别为齿轮 I 和 II 的齿数。当 i 取“-”号时,齿轮 I 和 II 的配置关系如图 1 和图 2 所示;而当 i 为正时取“+”号,此时应在图 1 和图 2 所示机构的齿轮 I、II 间加一个惰性轮。而由机构基本尺寸型、传动比 i 和 ψ_1, ψ_2 所决定的机构结构构型称为机构基本结构尺寸型,即一个齿轮五杆曲柄滑块机构的基本结构尺寸型对应一个连杆转角算子 $e^{j\alpha(\tau)}$,用 Fourier 级数将其展开有

$$e^{j\alpha(\tau)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n e^{jn\omega\tau} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\varphi_n} e^{jn\omega\tau} \quad (1)$$

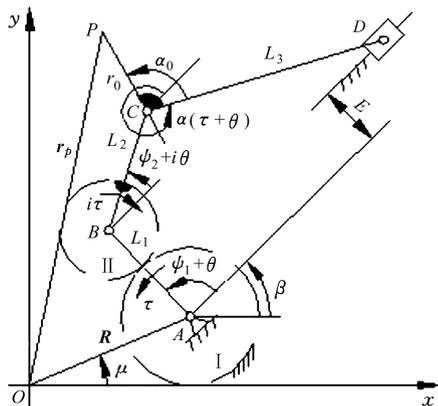


图 2 齿轮五杆曲柄滑块机构一般位置简图

Fig. 2 General position of the GFBCSM

图 2 中参考点 P 为连杆 CD 上的任一点, r_0 为从铰接点 C 到参考点 P 的距离; α_0 为 CP 与 CD 之

间的夹角; ψ_1 、 ψ_2 分别为曲柄 AB 和连杆 BC 相对于机架的初始位置; θ 为曲柄 AB 的起始位置; τ 为曲柄 AB 的转角; $\alpha(\tau)$ 为连杆 CD 的转角函数; r_p 为从 P 点到坐标原点的距离; 曲柄 AB 的回转中心 A 与坐标原点 O 的距离为 $R = Re^{j\mu}$; β 为机构绕坐标系的旋转角。

当机构处于标准安装位置时(即 $\theta = 0^\circ$, $\beta = 0^\circ$, $R = 0$), 若以曲柄 AB 的转角 τ 为自变量, 则连杆上任一点 P 的轨迹复矢量方程可表示为

$$\mathbf{r}_p(\tau) = \mathbf{r}_C(\tau) + r_0 e^{j\alpha_0} e^{j\alpha(\tau)} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{r}_C(\tau) = \mathbf{r}_B(\tau) + \mathbf{BC}(\tau)$ (3)

当机构以定传动比 $i = M/N$ 运动时, 点 C 的轨迹在进行 Fourier 级数变换后, 其谐波成份只有零次项、 N 次项和 M 次项。由于此时机构处于标准安装位置, 所以零次项的谐波成份为零, 只有 N 次项和 M 次项存在。因此 C 点轨迹的 Fourier 级数展开式为

$$\mathbf{r}_C(\tau) = L_1 e^{j(N\omega\tau + \psi_1)} + L_2 e^{j(M\omega\tau + \psi_2)} \quad (4)$$

将式(1)、(4)代入式(2), 整理得

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_p(\tau) = r_0 e^{j\alpha_0} \left[\left(\frac{L_1}{r_0} e^{j(\psi_1 - \alpha_0)} + c_N e^{j\varphi_N} \right) e^{jN\omega\tau} + \right. \\ \left. \left(\frac{L_2}{r_0} e^{j(\psi_2 - \alpha_0)} + c_M e^{j\varphi_M} \right) e^{jM\omega\tau} + \sum_{n \neq N, M} c_n e^{j\varphi_n} e^{jn\omega\tau} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

当机构处于图 2 所示的一般位置时, 连杆 CD 上任一点 P 的轨迹则可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_p(\tau + \theta) = r_0 e^{j\alpha_0} \left[\left(\frac{R}{r_0} e^{j(\mu - \alpha_0 - \beta)} + c_0 e^{j\varphi_0} \right) + \right. \\ \left(\frac{L_1}{r_0} e^{j(\psi_1 - \alpha_0)} + c_N e^{j\varphi_N} \right) e^{j(N\omega\tau + \theta)} + \\ \left(\frac{L_2}{r_0} e^{j(\psi_2 - \alpha_0)} + c_M e^{j\varphi_M} \right) e^{j \left(M \left(\omega\tau + \frac{\theta}{N} \right) \right)} + \\ \left. \sum_{n \neq 0, N, M} c_n e^{j \left(n\omega\tau + \varphi_n + n \frac{\theta}{N} \right)} \right] e^{j\beta} \end{aligned} \quad (6)$$

由式(1)与式(5)比较可以看出, 除 M 、 N 次项外, 当式(5)被常矢量 $r_0 e^{j\alpha_0}$ 除后所有对应项的谐波成分均相等; 式(1)与(6)比较, 除了 0 、 M 、 N 次项外, 当式(6)被常矢量 $r_0 e^{j\alpha_0} e^{j\beta}$ 除后所有对应项的谐波成分的幅值相等, 而相位相差 $n\theta/N$ 。这揭示了齿轮五杆曲柄滑块机构连杆转角算子和连杆轨迹之间的内在联系, 从而为机构连杆轨迹的尺度综合奠定了理论基础。

由于齿轮五杆曲柄滑块机构的基本结构尺寸型与连杆转角算子之间存在一一对应关系, 因此将不同的连杆转角算子经过二维快速 Fourier 变换(FFT)得到其谐波成分, 并把这些谐波成分进一步

进行归一化处理^[10]以得到其谐波特征参数, 而后再将机构基本结构尺寸型及其若干项谐波特征参数以数据库的形式存入计算机中, 此数据库就称为机构连杆转角算子谐波特征参数的数值图谱。本文根据传动比的不同($i = -1, \pm 1/2, \pm 1/3$)建立了 5 种均含有 243 050 组基本结构尺寸型的连杆转角算子谐波特征参数的数值图谱。

尺度综合时, 将给定连杆轨迹进行二维 FFT 和归一化处理得到其谐波特征参数, 利用计算机通过模糊识别方法^[10], 将给定轨迹的谐波特征参数与数值图谱库中每一组谐波特征参数的对应项进行比较, 计算出它们的加权 Hamming 距离 H , 并选出若干组 H 最小的基本结构尺寸型, 以备以后计算机构的实际尺寸和安装位置等参数使用。

3 机构实际尺寸的确定

当一个齿轮五杆曲柄滑块机构的基本结构尺寸型确定后, 该机构连杆转角算子 $e^{j\alpha(\tau)}$ 也随之确定。通过二维 FFT 可计算出 $e^{j\alpha(\tau)}$ 的谐波成份幅值 C_n 和相位 φ_n ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)。然后在给定的轨迹上采集 2^m (m 为正整数) 个坐标点并对这些点的坐标值进行二维 FFT, 得到其谐波成分幅值 B_n 和相位 ζ_n ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)。最后通过下列计算公式求出机构实际尺寸和安装位置等参数。

(1) 参考点 P 到铰接点 C 的距离为

$$r_0 = B_n / C_n \quad (n \neq 0, N, M) \quad (7)$$

(2) 第一原动件的起始转角为

$$\begin{aligned} \theta = \frac{N}{n-l} (\zeta_n - \zeta_l - \varphi_n + \varphi_l) \\ (l \neq 0, N, M; n \neq 0, N, M, l) \end{aligned} \quad (8)$$

(3) 第一原动件实际长度 L_1 和方向角 α_0 可计算为

$$\begin{aligned} B_N e^{j(\zeta_N - \zeta_l - \varphi_N + \varphi_l - \theta \left(1 - \frac{1}{N} \right))} = L_1 e^{j(\psi_1 - \alpha_0 - \varphi_N)} + r_0 c_N \\ (l \neq 0, N, M) \end{aligned} \quad (9)$$

(4) 机构安装的位置角为

$$\beta = \zeta_l - \varphi_l - \frac{l}{N} \theta - \alpha_0 \quad (l \neq 0, N, M) \quad (10)$$

(5) 曲柄 AB 的回转中心参数 R 和 μ 可计算为

$$R e^{j\mu} = B_0 e^{j\zeta_0} - r_0 c_0 e^{j(\alpha_0 + \varphi_0 + \beta)} \quad (11)$$

进而可以求出回转中心 A 点的 2 个坐标值

$$\begin{cases} A_x = R \cos \mu \\ A_y = R \sin \mu \end{cases} \quad (12)$$

机构另外 2 个杆长和偏心距尺寸可利用与基本结构尺寸型对应杆长成比例的关系求出。

4 综合算例及仿真

图3为一给定传动比 $i = 1/2$ 的带有预定标齿齿轮五杆曲柄滑块机构的连杆轨迹(图中“+”标注为采样点(取128个)位置,“⊕”标注为采样起始点位置,“↙”标注为采样方向),实际工程应用时可采用该轨迹的某一部分或全部。将采样点坐标值进行二维FFT和预处理得到其谐波特征参数,利用模糊识别法在建立的传动比 $i = 1/2$ 数值图谱库中识别出加权Hamming距离最小的8组机构基本结构尺寸型。通过上述尺度综合方法和所推导出的机构尺寸计算公式确定出机构的实际尺寸和安装位置参数(表1)。图4为综合所得实际机构的生成轨迹与给定轨迹的拟合仿真(其中“-”代表给定的连杆轨迹;“·”代表实际机构生成的连杆轨迹),从图中可以看出,每组实际机构的生成轨迹与给定轨迹都具有较好的拟合性。

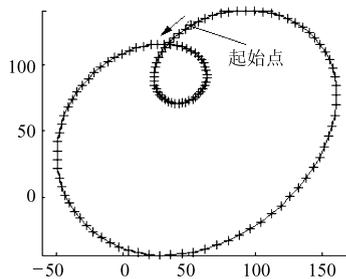


图3 给定轨迹示意图

Fig. 3 Given coupler path

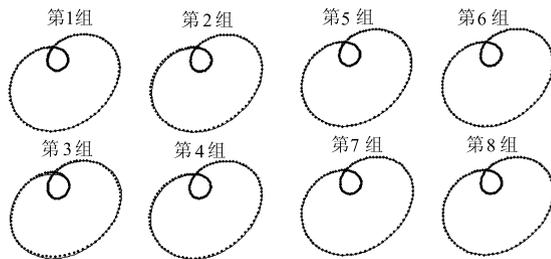


图4 实际轨迹与给定轨迹的拟合仿真

Fig. 4 Simulation of the actual path and the given path

表1 机构的实际尺寸参数和安装参数

Tab.1 Real sizes and installation parameters of mechanisms

序号	L_1/mm	L_2/mm	L_3/mm	E/mm	r_0/mm	$\psi_1/(^\circ)$	$\psi_2/(^\circ)$	$\alpha_0/(^\circ)$	$\theta/(^\circ)$	$\beta/(^\circ)$	A_x/mm	A_y/mm
1	56.49	60.26	227.84	32.01	47.90	60	0	65.00	98.57	358.10	34.88	24.39
2	61.95	66.37	267.70	46.46	53.32	100	0	354.72	22.45	29.40	6.99	38.98
3	54.35	56.23	209.92	54.35	43.91	340	0	243.63	262.98	262.22	89.57	54.76
4	52.61	56.00	205.33	25.45	45.73	40	0	108.00	138.61	337.18	51.53	24.23
5	56.45	60.09	223.99	23.67	47.47	60	0	67.58	98.82	357.85	35.21	24.75
6	61.96	66.23	262.79	36.32	52.83	100	0	356.38	22.15	29.63	7.29	39.42
7	56.53	60.57	238.24	48.46	49.24	60	0	60.61	98.24	358.44	34.24	23.16
8	60.01	63.88	241.97	21.29	49.51	80	0	31.97	59.96	15.03	20.29	30.41

5 结束语

讨论了齿轮五杆曲柄滑块机构的尺寸约束条件,利用复矢量理论和Fourier级数理论建立了机构连杆轨迹的数学模型,推导出计算机构实际尺寸和安装位置尺寸的数学公式,系统地建立了常用的机构连杆转角算子谐波特征参数的数值图谱库。根据给定轨迹的实际情况,利用模糊识别方法,通过计算机可迅速地从所建立的相应数值图谱库中识别出加权Hamming值最小的几组基本结构尺寸型,并计算出机构的实际尺寸和安装位置参数。通过综合算例

对所提出的方法进行了验证,给出了实际机构连杆轨迹与给定连杆轨迹的拟合仿真曲线。利用该方法不仅可以对整条轨迹曲线进行综合,还可以得到多组不同的机构,设计者可根据具体的机构安装空间和位置选择更为适合的一组。此外,本工作为进一步进行机构的优化设计和误差分析提供了前提。

对于任意给定的轨迹,很难直接根据轨迹的几何形状来确定齿轮间的传动比,因此本文所提出的方法适用于传动比已知的轨迹综合。对于机构轨迹形状与传动比之间的内在联系,则需要做进一步深入研究。

参考文献

1 李团结,曹惟庆,褚金奎. 齿轮五杆机构轨迹综合的连续法[J]. 西安理工大学学报, 1999, 15(4): 76~79.
 Li Tuanjie, Cao Weiqing, Chu Jinkui. Synthesis of path generation of the geared five bar mechanism by continuation method [J]. Journal of Xi'an University of Technology, 1999, 15(4): 76~79. (in Chinese) (下转第208页)

表4 汽车改进前后车内噪声水平比较

Tab.4 Comparison of the vehicle interior noise

levels before and after dB(A)

	驾驶员耳旁	第7排乘客	最后排乘客
降噪前	64.2	66.9	67.1
降噪后	62.8	63.2	62.4

注:5挡位,速度为50 km/h。

4 结论

(1) 测试分析发现,车内噪声主要受以发动机为主的动力总成噪声影响,不同车速、转速、挡位将

导致不同的车内噪声,而且车内噪声呈现宽频带、低频特性。

(2) 采用选择运行及传递函数方法进行声源识别,得主要噪声源通过空气对车内噪声的贡献度。风扇噪声对车内各位置噪声贡献度最大,且随着转速增加而变大,此外,油底壳、排气噪声、变速箱、气门室盖等声源对于车内不同的测点,在不同的转速下也有较明显的贡献。

(3) 对车身重新进行设计,改善了车身的隔声性能及密封性能,从前向后,车内地板隔声量分别提高了1.83~9.74 dB(A),汽车车内噪声下降了4.7 dB(A)。

参 考 文 献

- Sayyaadih, Abedi M. Acoustical identification of passenger cabin of vehicles [C] // Proceedings of Third International Conference on Modeling & Experimental Measurements in Acoustics, Cadiz, Espagne, 2003: 339~348.
- Nefske J D, Wolf J A, Howell L J. Structural-acoustic finite element analysis of the automobile passenger compartment: a review of current practice[J]. Journal of Sound and Vibration, 1982, 80(2): 247~266.
- Georg Eisele, Klaus Wolff, Norbert Alt, et al. Application of vehicle interior noise simulation (VINS) for NVH analysis of a passenger car[C]. SAE Paper 2005-01-2514, 2005.
- 李世岩, 宫镇, 蔡超. 轻型客车内部声场的贡献度分析[J]. 农业机械学报, 1994, 25(4): 76~80.
Li Shiyang, Gong Zhen, Cai Chao. Analysis of contribution degree for interior sound field of a vehicle cab[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 1994, 25(4): 76~80. (in Chinese)
- 李舜酩, 仪垂杰, 赵玉成, 等. 车辆内腔噪声分析及控制研究的发展[J]. 农业机械学报, 1998, 29(2): 165~170.
Li Shunming, Yi Chuijie, Zhao Yucheng, et al. Development of the research about noise analysis and control inside the vehicle[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 1998, 29(2): 165~170. (in Chinese)

(上接第198页)

- Zhou H, Ting K L. Path generation with singularity avoidance for five-bar slider-crank parallel manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 2005, 40(3): 371~384.
- 刘葆旗, 黄荣. 多杆直线导向机构的设计方法与轨迹图谱[M]. 北京: 机械工业出版社, 1994.
- Dijksman E A. Motion geometry of mechanisms[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1976.
- 路懿, Tatu Leinonen. 平面四杆机构近似位姿综合的计算机模拟逼近法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2002, 14(6): 547~552.
Lu Yi, Tatu Leinonen. Computer simulation of approximate dimensional synthesis with four bar linkage[J]. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics, 2002, 14(6): 547~552. (in Chinese)
- 肖人彬. 基于免疫计算的机构轨迹综合[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2004, 16(6): 812~818.
Xiao Renbin. Mechanism path synthesis based on immune computing[J]. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics, 2004, 16(6): 812~818. (in Chinese)
- 吴鑫, 褚金奎. 带有预定时标平面四杆机构连杆轨迹的尺度综合[J]. 机械科学与技术, 1998, 17(6): 885~888.
Wu Xin, Chu Jinkui. Dimensional synthesis for planar 4 bar path generator with prescribed timing[J]. Mechanical Science and Technology, 1998, 17(6): 885~888. (in Chinese)
- Ting K L. Five-bar Grashof criterion[J]. ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, 1986, 108(4): 533~537.
- 杨基厚, 高峰. 四杆机构的空间模型和性能图谱[M]. 北京: 机械工业出版社, 1989.
- Huo Jingping, Cao Weiqing. Fuzzy mathematics method for locus synthesis of planar four-bar linkage[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1990(1): 23~28.