

正态模糊格点的 Feynman 规则和 轴矢流反常*

董绍静
(浙江大学, 杭州)

摘 要

在正态模糊格点费米子方案中, 一个合理的自洽的 Fourier 变换显示了动量空间中周期性的破缺, 从而避免了多余的费米子模. 本文并讨论了弱耦合极限下模糊格点的费曼规则, 计算了轴矢流反常的单圈微扰结果, 获得了标准的 Adler-Bell-Jackiw 手征反常项.

一、时空格点模糊化

在格点上定义费米场遇到了理论上的严重困难^[1]. L. H. Karsten 和 J. Smit 等人一般地讨论了格点规范理论的费米子模数, 手征对称性等问题的关系后指出, 若在格点上保持手征对称性则会引入多余的费米子模, 或者会成为连续时空非协变理论, 同时保持三者是不可能的. 这就是格点费米场的 No-Go 定理^[2]. 注意到连续时空规范场理论中不存在类似困难, 可以认为, 这困难是由于我们将时空的几何结构由连续变为点状离散而引起的. 改进时空的几何结构就可能解决这一困难.

在时空离散化为格点后, 我们将 Site 扩展为一个从属函数是 $\mu(\tilde{x}_n)$ 的模糊子集 $(\tilde{x}_n, \mu(\tilde{x}_n))$, 其中 $\tilde{x}_n = x_n + y_n$ 是带下标的 4-矢量, 用以表示模糊子集中的点. 下标 n 表示它属于 x_n 的邻域, 4-矢量表示时空位置, y_n 是该位置对 x_n 点的偏离^[3,4]. 利用扩张原理可以将 Site 上的费米场也诱导为模糊子集 $(\phi(\tilde{x}_n), \mu(\tilde{x}_n))$, 其中^[4,5]

$$\phi(\tilde{x}_n) \equiv \phi(x_n). \quad (1)$$

格点的平移不变性使我们可取 $\mu(\tilde{x}_n) = \mu(y_n)$. 若

$$C^{-1} = \int d^4 y_n \mu(y_n), \quad (2)$$

则 $C\mu(y_n)d^4 y_n$ 可以作为模糊积分的模糊测度. 模糊变量函数的微商可以由同一从属度的差分来代替^[5],

* 中国自然科学基金资助课题.
本文 1988 年 5 月 4 日收到.

此
积

于
糊

则
时
普

在
了.

必
段

并

$$\begin{aligned} & \{i\gamma_\mu \partial_\mu + m\} \mu(y_n) \phi(x_n) \\ & \sim \mu(y_n) \left\{ i\gamma_\mu \frac{1}{2a} [\phi(x_n + \hat{\mu}a) - \phi(x_n - \hat{\mu}a)] + m\phi(x_n) \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

此式表明, 我们可以把 $\mu(y_n)\phi(x_n)$ 作为定义在模糊格点上的 Dirac 费米场. 包含模糊积分的全时空积累效应应有如下等价关系

$$\int d^4\tilde{x} \sim ca^4 \sum_n d^4y_n.$$

于是, 不添加任何附加项, 仅仅将时空的连续结构改为模糊格点, 由连续场论立即可得模糊格点费米场作用量

$$\begin{aligned} S_{FF} = & \frac{a^3}{2} C \sum_n \int d^4y_n \{ \mu(y_n) \bar{\psi}(x_n) \gamma_\mu U(x_n, \hat{\mu}) \mu(y_n) \phi(x_n + a\hat{\mu}) \\ & - \mu(y_n) \bar{\psi}(x_n + a\hat{\mu}) \gamma_\mu U^+(x_n, \hat{\mu}) \mu(y_n) \phi(x_n) \\ & + 2am \mu(y_n) \bar{\psi}(x_n) \mu(y_n) \phi(x_n) \}. \end{aligned} \quad (4)$$

从属函数的确定有人为性. 若取正态从属函数

$$\mu(y_n) = \exp \left[-\frac{1}{2} (y_n/b)^2 \right], \quad (5)$$

则时空就成为正态模糊格点了^[4]. 当 $a \rightarrow 0$ $b \rightarrow 0$ 时, 正态模糊格点恢复到连续时空, 此时应要求作用量也回到连续极限. 显然, $\lim_{b \rightarrow 0} \lim_{a \rightarrow 0}$ 的次序不可颠倒. 否则, 时空结构一回到普通格点, No-Go 定理的结论就是不可避免的. 当 a 很小时我们有

$$\begin{aligned} S_{FF} = & Ca^4 \sum_n \int d^4y_n \left\{ \sum_\mu \mu(y_n) \bar{\psi}(x_n) \gamma_\mu \frac{1}{2a} [\mu(y_n) \phi(x_n + a\hat{\mu}) \right. \\ & \left. - \mu(y_n) \phi(x_n - a\hat{\mu})] + m \mu(y_n) \bar{\psi}(x_n) \mu(y_n) \phi(x_n) \right\} \\ & + \frac{i}{2} gCa^4 \sum_n \int d^4y_n \sum_\mu \{ \mu(y_n) \bar{\psi}(x_n) \gamma_\mu A_\mu(x_n) \mu(y_n) \phi(x_n + a\hat{\mu}) \\ & + \mu(y_n) \bar{\psi}(x_n + a\hat{\mu}) \gamma_\mu A_\mu(x_n) \mu(y_n) \phi(x_n) \} + O(a^5) \\ & \xrightarrow{b \rightarrow 0, a \rightarrow 0} \frac{1}{4} \int d^4x \bar{\psi}(x) [i\gamma_\mu D_\mu + m] \phi(x). \end{aligned} \quad (6)$$

在泛函中作 $\phi \rightarrow 2\phi$ 的积分变量变换并抛去不必要的常数就可以回到正确的连续极限了.

二、Fourier 变换及动量空间中周期性的破缺

这里的关键是如何在模糊格点上构造一个合理的 Fourier 变换及其自洽的逆变换. 必须满足的条件是 $b \rightarrow 0$ 时, 要回到一般数学分析中的 Fourier 变换. 我们先从一个逐段连续的普通函数出发考虑

$$\mathcal{F}(x) = f(x_n) \mu(x - x_n), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

并且

$$x_n - \frac{a}{2} \leq x < x_n + \frac{a}{2}, \quad x_n = na, \quad \mu(x - x_n) = \exp\left\{-\frac{1}{2} [(x - x_n)/b]^2\right\}. \quad (8)$$

作 Fourier 变换得

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(k) &= \sum_n \int_{x_n - a/2}^{x_n + a/2} d^4x f(x_n) \mu(x - x_n) e^{ik \cdot x} \\ &= \sum_n f(x_n) e^{ik \cdot x_n} \int_{-a/2}^{a/2} d^4y_n \mu(y_n) e^{ik \cdot y_n}. \end{aligned} \quad (9)$$

其逆变换为

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(x) &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \mathcal{F}(k) e^{-ik \cdot x} \\ &= \sum_m \int_{-a/2}^{a/2} d^4y_m f(x_m) \mu(y_m) \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ik \cdot (x' - x)}, \end{aligned} \quad (10)$$

这里

$$x' = x_m + y_m, \quad x = x_n + y_n. \quad (11)$$

$\mathcal{F}(x)$ 的定义本身对 x 的确定有如下三个约束

$$x = x_n + y_n, \quad x_n = na, \quad -\frac{a}{2} \leq y_n < \frac{a}{2}. \quad (12)$$

当 δ 函数确定了 x 值后, 此约束关系就唯一确定了 n, x_n 及 y_n . 所以我们有如下等价关系

$$\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ik \cdot (x - x')} = \delta^4(x' - x) \sim \delta_{m,n} \delta^4(y_m - y_n). \quad (13)$$

若 $b \ll a$, 则将 d^4y_n 的积分限扩展到 $(-\infty, \infty)$ 只引起可以忽略的小差异, 于是有

$$\mathcal{F}(k) = \sum_n f(x_n) e^{ik \cdot x_n} \int d^4y_n \mu(y_n) e^{ik \cdot y_n}. \quad (14)$$

要保持自洽的逆变换, 只需将(12)式的第三个约束条件改为

$$\mu(y_n) = \max\{\mu(y_i)\}, \quad \text{对所有 } x - ia = y_i. \quad (15)$$

这样, δ 函数仍有(13)式等价关系.

现在, 我们可以将以上分析推广到模糊格点的情况. 我们把修改后的三个约束条件拿来, 并将 x 改为 \tilde{x}_n ,

$$\tilde{x}_n = x_n + y_n, \quad x_n = na, \quad \mu(y_n) = \max\{\mu(y_i)\} \quad \text{对所有 } \tilde{x}_n - ia = y_i. \quad (16)$$

其中的第三个条件恰好是模糊模式识别理论中的“最大从属原则”^[5]. 当 δ 函数确定了 \tilde{x}_n 的 4-矢量值后, 此原则就唯一确定了 n, x_n 及 y_n . 所以, 我们可以引入一个具有类似(13)式的等价关系的推广的 δ 函数.

$$\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ik \cdot (\tilde{x}_m - \tilde{x}_n)} = \delta^4(\tilde{x}_m - \tilde{x}_n) \sim \delta_{m,n} \delta^4(y_m - y_n). \quad (17)$$

这样, 我们就建立了一种包含模糊积分的合理的 Fourier 变换及自洽的逆变换, 并保证在 $b \rightarrow 0$ 时回到一般数学分析的情况. 于是有

过

这
间

对

成
能
积
达
对

注
为¹⁶

所

$$\begin{aligned}
 (8) \quad & C a^4 \sum_n \int d^4 y_n \mu(y_n) \phi(x_n) e^{ik \cdot \tilde{x}_n} \\
 & = a^4 \sum_n \phi(x_n) e^{ik \cdot \tilde{x}_n} C \int d^4 y_n \mu(y_n) e^{ik \cdot y_n} \\
 & = \mu(k) \phi(k), \quad (18)
 \end{aligned}$$

逆变换为

$$\begin{aligned}
 (9) \quad & \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \mu(k) \phi(k) e^{-ik \cdot \tilde{x}_n} \\
 & = C a^4 \sum_m \int d^4 y_m \mu(y_m) \phi(x_m) \delta^4(\tilde{x}_n - \tilde{x}_m) \\
 & = \mu(y_n) \phi(x_n). \quad (19)
 \end{aligned}$$

(10) 这样,我们把(6)式中模糊格点费米场作用量的自由部份通过 Fourier 变换转换到动量空间后可得

$$(11) \quad S_{free} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \mu(k) \bar{\psi}(k) \left[\frac{i}{a} \sum_\rho \gamma_\rho \sin ak_\rho + m \right] \psi(k) \mu(k). \quad (20)$$

对于正态从属函数

$$(12) \quad \mu(k) = \exp(-2b^2 k^2), \quad (21)$$

价关

成为一个强衰减因子,破坏了动量空间中的周期性. 只要 $b \neq 0$, 一个布里渊区就不能反映场的全部行为了. 尤其在弱耦合极限下, $a < b$ 时, 只有 $|k| < \pi/b$ 才对 Feynman 积分有显著贡献. 即, $a \rightarrow 0$ 时只有 $ak_\mu \sim 0$ 的模才对配分函数有贡献, 并在 $b \rightarrow 0$ 时达到正确的连续极限. 这使(4)式所给的正态模糊格点作用量, 既保持了 $m = 0$ 时的手征对称极限又没有多余的费米子模, 且有正确的协变的连续极限.

(13)

(14)

三、正态模糊格点的 Feynman 规则

(15)

弱耦合极限下, 正态模糊格点上的相互作用拉氏项成为

条件

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_I = & \frac{i}{2} g [\mu(y_n) \bar{\psi}(x_n) \gamma_\mu A_\mu \psi(x_n + \hat{\mu}a) \mu(y_n) + \mu(y_n) \bar{\psi}(x_n + \hat{\mu}a) \\
 & \gamma_\mu A_\mu \psi(x_n) \mu(y_n)] - \frac{a}{2} g^2 [\mu(y_n) \bar{\psi}(x_n) \gamma_\mu A_\mu A_\mu \psi(x_n + \hat{\mu}a) \mu(y_n) \\
 & - \mu(y_n) \bar{\psi}(x_n + \hat{\mu}a) \gamma_\mu A_\mu A_\mu \psi(x_n) \mu(y_n)] + \dots \dots \dots \quad (22)
 \end{aligned}$$

了 \tilde{x}_n

(13)

注意到从属函数 $\mu(y_n)$ 是 C 数, 不包含产生与消灭算符. 由 Wick 定理可得编时乘积为^[6]

(17)

$$\begin{aligned}
 (17) \quad & T\{\mu_1 \hat{O}_1 \mu_2 \hat{O}_2 \dots \mu_n \hat{O}_n\} \\
 & = T\{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n\} \{:\hat{O}_1 \hat{O}_2 \dots \hat{O}_n: + : \hat{O}_1 \hat{O}_2 \dots \hat{O}_n: + \dots \\
 & + : \hat{O}_1 \hat{O}_2 \hat{O}_3 \hat{O}_4 \dots \hat{O}_n: + \dots \dots \dots\}. \quad (23)
 \end{aligned}$$

证在

所以, 在 Feynman 图中出现的传播子仅仅是场算符的收缩, 从属函数将出现在顶角中.

把 a 小时的泛函积分写成

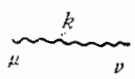
$$Z[j] = \int (d\bar{\psi})(d\psi)(dA) \exp \left\{ -Ca^4 \sum_n \int d^4y_n [\mathcal{L}_{free} + \mathcal{L}_i + \mu(y_n) \bar{j}_\psi \mu(y_n) \psi(x_n) + \mu(y_n) \bar{\psi}(x_n) \mu(y_n) \bar{j}_\psi] - a^4 \sum_n \left[\mathcal{L}_{gauge} + i_\mu A_\mu \left(x_n + \frac{a}{2} \hat{\mu} \right) \right] + S_{gh} + S_{gf} + \dots \right\}, \quad (24)$$

则费米子和玻色子的传播子就是

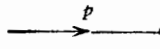
$$S_F(x_n - x_m) = \langle 0 | T \psi(x_n) \bar{\psi}(x_m) | 0 \rangle = \frac{\delta^2 Z[j]}{\mu^2(y_n) \delta j_\psi \mu^2(y_m) \delta \bar{j}_\psi}, \quad (25)$$

$$\Delta_{\mu\nu}(x_n - x_m) = \frac{\delta^2 Z[j]}{\delta j_\mu \delta j_\nu}. \quad (26)$$

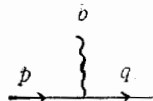
通过标准的处理方法可得^[6]正态模糊格点上的 Feynman 规则如下



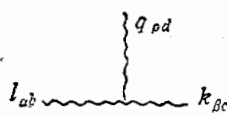
$$\Delta_{\mu\nu}(k) = \frac{1}{\frac{4}{a^2} \sum_\rho \sin^2 \frac{a}{2} k_\rho} \left[\delta_{\mu\nu} - (1 - \alpha) \frac{\sin \frac{a}{2} k_\mu \sin \frac{a}{2} k_\nu}{\sum_\rho \sin^2 \frac{a}{2} k_\rho} \right], \quad (27)$$



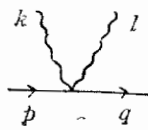
$$S_F(p) = \frac{1}{\frac{i}{a} \sum_\rho r_\rho \sin a p_\rho + m}, \quad (28)$$



$$V_\mu^3(p, q) = -ig\mu(p)\mu(q)\gamma_\mu \cos \frac{a}{2} (p+q)_\mu t^b, \quad (29)$$



$$V^3(q, l, k) = 2igf^{bcd} \frac{1}{a} \left\{ \delta_{\alpha\rho} \sin \frac{a}{2} (l-q)_\beta \cos \frac{a}{2} k_\alpha + \delta_{\alpha\beta} \sin \frac{a}{2} (k-l)_\rho \cos \frac{a}{2} q_\alpha + \delta_{\rho\beta} \sin \frac{a}{2} (q-k)_\alpha \cos \frac{a}{2} l_\rho \right\}, \quad (30)$$



$$V_\mu^4 = ig^2 a \delta_{\mu\nu} \mu(p)\mu(q)\gamma_\mu \sin \frac{a}{2} (p-q)_\mu t^a t^b. \quad (31)$$

为了讨论轴矢流问题,向作用量的手征不变部份引入一个额外的轴规范势,即

$$U_\mu \rightarrow \exp[ia g A_\mu(x_n) + ia \gamma_5 f_\mu(x_n)], \quad (32)$$

则理论中就出 $\bar{\psi} f_\mu(x_n) \psi$ 项,按前述方法就可求得轴矢流顶角为

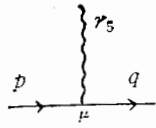
人费

对等其

在

在

在



$$V_{\mu}^3(p, q) = -i\mu(p)\mu(q)\gamma_{\mu}\gamma_5\cos\frac{a}{2}(p+q)_{\mu} \quad (33)$$

四、轴矢流反常的单圈微扰计算

轴矢流反常被认为是造成格点费米子问题的更深刻的原因^[2]。Wilson 方案是通过人为加入的手征破缺项来获得轴矢流反常的。那么, 不增加任何附加项的正态模糊格点费米子方案是否能在弱耦合微扰展开中获得正确的轴矢流反常呢?

在含轴矢流相互作用的作用量中有如下的轴矢量流和轴标量流

$$J_{\mu}^{\lambda}(\tilde{x}_n) = \frac{1}{2} \mu(y_n)[\bar{\psi}(x_n)\gamma_{\mu}\gamma_5 U(x_n, \hat{\mu})\psi(x_n + a\hat{\mu}) + \bar{\psi}(x_n + a\hat{\mu})\gamma_{\mu}\gamma_5 U^+(x_n, \hat{\mu})\psi(x_n)]\mu(y_n), \quad (34)$$

$$J^{\lambda}(\tilde{x}_n) = \mu(y_n)\bar{\psi}(x_n)\gamma_5\psi(x_n)\mu(y_n). \quad (35)$$

对正态模糊格点的泛函积分作一个全局的手征变换就可得到标准的无反常的 Ward 恒等式^[2,7,8],

$$\Delta_{\mu}J_{\mu}^{\lambda} - 2mJ^{\lambda} = 0. \quad (36)$$

其中

$$\Delta_{\mu}f(\tilde{x}_n) = \frac{1}{a} \mu(y_n)[f(x_n) - f(x_n - \hat{\mu}a)]. \quad (37)$$

在单圈微扰近似下, 包含 V-A-V 相互作用顶角的 Feynman 图有如下几种:

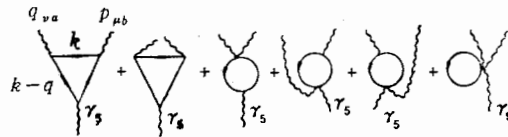


图 1 $\Gamma_{\alpha\mu\nu}(p, q)$ 的单圈 Feynman 图

在弱耦合极限下, 有贡献的只是两个三角图。若把三流矩阵元写为

$$\Gamma_{\alpha\mu\nu}^{ab}(p, q) + \Gamma_{\alpha\nu\mu}^{ba}(q, p) = C a^4 \sum_n \int d^4y_n C a^4 \sum_m \int d^4y_m \exp[ip\tilde{x}_n + iq\tilde{x}_m] \langle 0|T[J_{\mu}^a(\tilde{x}_n)J_{\nu}^b(\tilde{x}_m)J_{\alpha}^c(0)]|0\rangle, \quad (38)$$

在弱耦合极限下可以写出最低阶贡献为,

$$\Gamma_{\alpha\mu\nu}^{ab}(p, q) + \Gamma_{\alpha\nu\mu}^{ba}(q, p) = \text{Tr}(t^a t^b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left\{ i\mu(k+p)\mu(k-q) \cdot \gamma_{\alpha}\gamma_5 \cos\frac{a}{2}(2k+p-q)_{\alpha} \cdot S_F(k+p) \cdot V_{\mu}^3(k+p, k) \cdot S_F(k) \cdot V_{\nu}^3(k, k-q) \cdot S_F(k-q) \right\} + (p \leftrightarrow q, \mu \leftrightarrow \nu). \quad (39)$$

从属函数破坏了动量空间中的周期性行为,故内部动量的积分限是 $(-\infty, \infty)$ 。对正态模糊格点,(21)式的衰减使积分在 $b \rightarrow 0$ 之前保持有限。我们可以对内部积分动量作一个有限平移

$$k_\mu \rightarrow k_\mu + l_\mu, \quad l_\mu = cp_\mu + dq_\mu. \quad (40)$$

将上节写出的 Feynman 规则代入(39)式,并作平移可获得对无反常 Ward 恒式(36)的偏离为

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^{ab}(p, q) + T_{\nu\mu}^{ba}(q, p) &= ca^4 \sum_n \int d^4 y_n ca^4 \sum_m \int d^4 y_m \exp[ip \cdot \tilde{x}_n \\ &\quad + iq \cdot \tilde{x}_m] \langle 0 | T \{ J_\mu^a(\tilde{x}_n) J_\nu^b(\tilde{x}_m) [\Delta_\alpha J_\alpha^2(0) - 2mJ^2(0)] \} | 0 \rangle \\ &= \text{Tr}(\tau^a \tau^b) g^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \mu^2(k+l+p) \mu^2(k+l-q) \mu^2(k+l) \\ &\quad \cdot 4 \sum_{\rho\sigma} \varepsilon_{\mu\rho\nu\sigma} \cos a \left(k+l + \frac{p}{2} \right)_\mu \cos a \left(k+l - \frac{q}{2} \right)_\nu \\ &\quad \cdot \frac{\frac{1}{a} \sin a(k+l)_\rho}{\frac{1}{a^2} \sum_\alpha \sin^2 a(k+l)_\alpha + m^2} \cdot \left\{ \frac{\frac{1}{a} \sin(k+l-q)_\sigma}{\frac{1}{a^2} \sum_\alpha \sin^2 a(k+l-q)_\alpha + m^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\frac{1}{a} \sin(k+l+p)_\sigma}{\frac{1}{a^2} \sum_\alpha \sin^2(k+l+p)_\alpha + m^2} \right\} + \begin{pmatrix} p \leftrightarrow q \\ \mu \leftrightarrow \nu \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (41)$$

将(41)式求和号后的各项对外线动量展开,保留到 $0(a^0)$ 幂可得

$$T_{\mu\nu}^{ab}(p, q) + T_{\nu\mu}^{ba}(q, p) = \frac{g^2}{(2\pi)^2} \text{Tr}(\tau^a \tau^b) \sum_{\rho\sigma} \varepsilon_{\mu\rho\nu\sigma} (d-c) p_\rho q_\sigma I_L, \quad (42)$$

其中

$$\begin{aligned} I_L &= \frac{2}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} d^4 k \mu^2(k+l+p) \mu^2(k+l-q) \mu^2(k+l) \\ &\quad \cdot \frac{m^2 \prod_\alpha \cos ak_\alpha}{\left[\frac{1}{a^2} \sum_\alpha \sin^2 ak_\alpha + m^2 \right]^3}. \end{aligned} \quad (43)$$

平移参数 c 和 d 是由物理的要求来确定的^[3]。以同样的方式写出三角图的矢量流矩阵元

$$\begin{aligned} ca^4 \sum_n \int d^4 y_n ca^4 \sum_m \int d^4 y_m \exp[ip \cdot \tilde{x}_n + iq \cdot \tilde{x}_m] \langle 0 | T [\Delta_\mu J_\mu^a(\tilde{x}_n) \\ \cdot J_\nu^b(\tilde{x}_m) J_\alpha^2(0)] | 0 \rangle \\ = \left(\frac{g}{2\pi} \right)^2 \text{Tr}(\tau^a \tau^b) \sum_{\rho\sigma} \varepsilon_{\mu\rho\nu\sigma} (2+c-d) p_\rho q_\sigma I_L. \end{aligned} \quad (44)$$

矢量流守恒要求

$$d - c = 2. \quad (45)$$

类似于文献[2][7]的做法,我们可以求出 I_L 的 a 和 b 的最低阶结果

手

理
因
的
案

[

[

[

[

[

[

[

O

sf

is

to

$$I_L = \lim_{b \rightarrow 0} \lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} d^4 k \exp\{-4b^2[(k+l)^2 + (k+l+p)^2 + (k+l-q)^2]\} \\ \frac{m^2 \prod_{\rho} \cos ak_{\rho}}{\left[\frac{1}{a^2} \sum_{\rho} \sin^2 ak_{\rho} + m^2\right]^3} = 1. \quad (46)$$

我们最终得到对无反常轴矢流 Ward 恒等式的偏离为

$$T_{\mu\nu}^{ab}(p, q) + T_{\nu\mu}^{ba}(q, p) = \frac{g^2}{4\pi^2} \delta_{ab} \sum_{\rho\sigma} \varepsilon_{\mu\rho\nu\sigma} p_{\rho} q_{\sigma}. \quad (47)$$

五、结 论

(47)式给出的正是标准的 Adler-Bell-Jackiw 反常项^[8]. 此反常的获得是直接连续理论的时空离散化再模糊化, 即用模糊格点正规化方法, 不添加任何人为的附加项^[1,2,7]. 因此我们可以认为, 正态模糊格点即消除了费米子多重性又保持了手征对称极限和协变的连续极限, 还能给出正确的轴矢流反常项, 确实是解决格点费米子困难的一个好的方案.

感谢郭硕鸿教授, 郑希特教授的热情帮助和有益的讨论.

参 考 文 献

- [1] K. G. Wilson, *Phys. Rev.*, **D10**(1974), 2445.
L. Susskind, *Phys. Rev.*, **D16**(1977), 3031.
- [2] L. H. Karsten and J. Smit, *Phys. Lett.*, **104B** (1981), 315; *Nucl. Phys.*, **B183**(1981), 103.
H. B. Neilson, M. Ninomiya, *Nucl. Phys.*, **B185**(1981), 20; *Nucl. Phys.*, **B193**(1981), 173.
- [3] L. A. Zadeh, *Information and Control*, **8**(1965), 338.
- [4] Shao-Jing Dong, *High Energy Physics and Nuclear Physics*, **11**(1987), 543 (in Chinese)
- [5] D. Dubois, H. Prade, "Fuzzy Sets And Systems-Theory And Application", New York, 1980.
- [6] David Lurie, "Particles and Fields", New York, 1968.
- [7] H. W. Hamber and Chi Min Wu, *Phys. Lett.*, **136B**(1984), 255.
- [8] S. L. Adler, *Phys. Rev.*, **177**(1969), 2426;
J. S. Bell and R. Jackiw, *Nuovo Cimento*, **60A**(1969), 47;
L. Rosenberg, *Phys. Rev.*, **129**(1963), 2786.

ON THE FEYNMAN RULES AND AXIAL VECTOR ANOMALY OF NORMAL FUZZY LATTICE FERMION

DONG SHAOJING

(Center of Theoretical Physics, CCAST (World Lab.), Beijing and Zhejiang University, Hangzhou)

ABSTRACT

In the normal fuzzy lattice fermion scheme, a reasonable and self-consistent Fourier transformation shows a breakdown of the periodicity in the momentum space. It means that there is not special multiplicity. The Feynman rules in weak coupling limit are discussed. The one-loop perturbative calculation gives a regulator Adler-Bell-Jackiw chiral anomaly.