

# 多维映射 BICM-ID 系统的 SISO 解映射算法

宫丰奎, 葛建华, 王 勇

(西安电子科技大学 综合业务网理论及关键技术国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

**摘要:** 通过修改二维映射下的 MAX-LOG-MAP 算法的概率计算函数, 得到针对多维映射比特交织编码调制迭代译码(BICM-ID)系统的软输入软输出(SISO)解映射公式. 提出一种简化 MD-TS(Multi-Dimensional Tree-Searching)算法, 该算法结合多天线系统下的树搜索算法, 选择概率较大的可能发送符号矢量, 而不是在整个符号集合穷搜索, 计算复杂度与选择的列表长度成正比. 仿真结果表明, 多维映射时, BICM-ID 系统可以取得更优的渐进 BER 性能, 且采用简化 MD-TS 解映射算法性能损失仅 0.2 dB 左右.

**关键词:** 比特交织编码调制迭代译码(BICM-ID); 多维映射; 软输入软输出解映射; 多维树搜索  
**中图分类号:** TN911   **文献标识码:** A   **文章编号:** 1001-2400(2007)06-0895-05

## Soft in soft out demapper for the BICM-ID system with multi-dimensional mappings

GONG Feng-kui, GE Jian-hua, WANG Yong

(State Key Lab. of Integrated Service Networks, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

**Abstract:** By modifying the probability function of the MAX-LOG-MAP algorithm of two-dimensional mappings, a soft in soft out demapper is derived for BICM-ID with multi-dimensional mapping. By combining with the tree-searching algorithm of multi-antenna systems, a simplified multi-dimensional tree-searching algorithm (MD-TS) is also proposed, whose computational complexity is decreased significantly by selecting the symbol vectors with high probability. The reduced complexity is in proportion to the list length. Computer simulations show that the asymptotic BER performance is improved compared with two-dimensional mappings and that the simplified MD-TS algorithm brings only about 0.2 dB performance degradation.

**Key Words:** bit-interleaved coded modulation with iterative decoding; multi-dimensional mapping; soft in soft out demapper; multi-dimensional tree-searching algorithm

比特交织编码调制迭代译码系统(BICM-ID)<sup>[1]</sup> 由于适合瑞利衰落信道以及高斯信道, 并具有高频谱效率、低实现复杂度等方面的优势, 已经成为新一代蜂窝移动通信系统无线传输链路技术的一个热点课题. 对于 BICM-ID 系统, 星座信号的不同标识映射方法对其性能影响较大<sup>[2]</sup>, 如格雷映射(Gray)、MSP 映射(Modified Set-Partitioning)、MSEW 映射(Maximum Squared Euclidean Weight)、EFD 映射(Effort Free Distance)等. 但这些映射仅考虑一般的二维空间, 为了进一步提高渐进性能, 最近, 提出了一种多维映射的思想<sup>[3~6]</sup>, 即将一组比特映射到一个符号矢量, 而不是原来的单独一个符号, 通过增加欧氏距离以提高性能. 其中 Tran 等<sup>[5]</sup> 研究多维超立方体映射, 给出了一种针对 QPSK 的最优多维映射的设计方法, 并搜索得到 8-PSK 最优四维映射<sup>[6]</sup>, 性能有很大改进, 代价是更高的接收复杂度.

可见, 对多维映射 BICM-ID 的研究目前主要集中在映射构造上, 还没有提出针对接收端软输入软输出解映射的实现算法. 笔者通过对二维 MAX-LOG-MAP 算法进行扩展, 修改其概率计算函数, 得出多维映射时的解映射公式. 同时, 考虑到多维解映射和多天线系统软检测算法存在相似之处, 将多天线系统下的树搜

收稿日期: 2007-01-20

基金项目: 国家自然科学基金重大项目资助(60496316); 863 项目资助(2006AA01Z270); 广东省自然科学基金项目资助(U0635003)

作者简介: 宫丰奎(1979-), 男, 讲师, 博士.

索算法进行了推广,提出一种多维树搜索解映射算法(MD-TS),通过仅选择概率较大的可能发送符号,而不是在整个符号矢量集合穷搜索,极大地降低了解映射复杂度,计算复杂度与选择的候选矢量数成正比。

### 1 多维映射 BICM-ID 系统模型

如图 1,信息序列  $u$  经编码为编码序列  $c$ ,再经比特交织器表示为  $c'$ ,和传统的二维映射不同,这里将每组  $K = mN$  编码比特映射为  $N$  个连续的  $M$  进制星座符号,这里  $m = \log_2 M$ 。由于  $M$  进制星座由  $I/Q$  部分构成,因此,将生成  $2N$  维的超几何体星座,且  $N$  个  $M$  进制星座符号就存在  $2^{mN}$  种不同的组合方式,表示为  $s_i = [s_{i,1}, s_{i,2}, \dots, s_{i,2N-1}, s_{i,2N}]$ ,或等效表示为  $x_i = [x_{i,1}, \dots, x_{i,N}]$ ,其中  $x_{i,l} = [s_{i,2l-1}, s_{i,2l}]$ ,  $l \in [1 N]$  表示第  $l$  个通常的  $M$  进制符号,复数表示为  $x_{i,l} = s_{i,2l-1} + js_{i,2l}$ 。

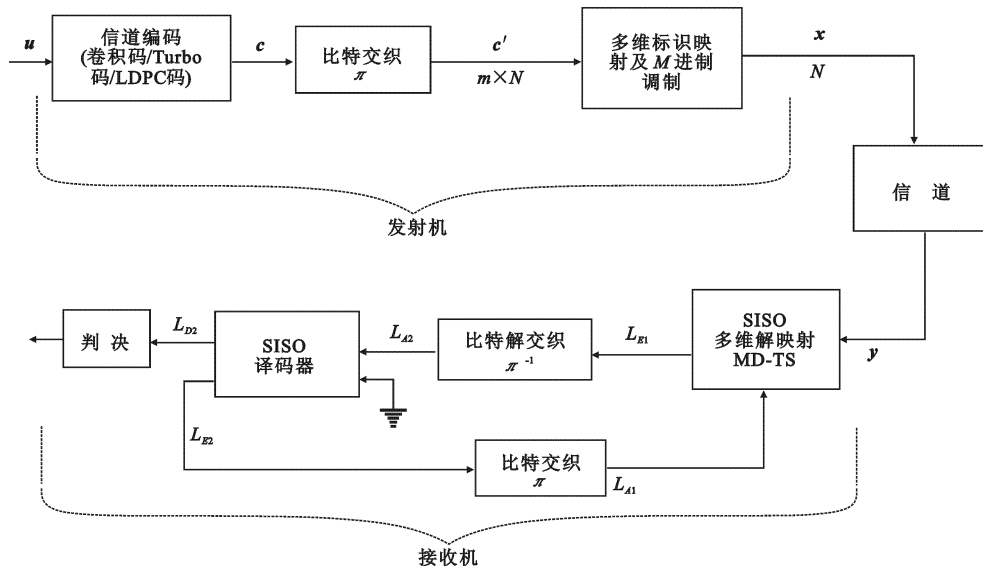


图 1 多维映射 BICM-ID 系统框图

和通常的二维映射相同,当  $2N$  维超几何体用作 BICM-ID 系统中的信号星座时,每一个顶点即代表一个发送信号,用  $K$  个二进制比特加以标识  $s_i \stackrel{\mu}{\leftarrow} a_i = [a_{i,1}, \dots, a_{i,K}]$ ,  $s_i$  或  $x_i$  定义了发送信号在欧氏空间的位置,如何选择相应的标识  $a_i$  是一个主要考虑问题<sup>[3~6]</sup>。

迭代解调和译码过程同一般的二维映射,仅解映射算法有所不同,不再累述,具体参考文[2]等。

图 2 给出了 QPSK 调制时二维 Anti-gray 映射以及四维超立方体映射的示意图<sup>[6]</sup>,后者可以通过列表表示为表 1,等效的矢量映射关系为  $\mu = [0 9 10 3 12 5 6 15 7 14 13 4 11 2 1 8]$ 。图 2 中方括号表示发送信号的坐标形式  $s_i$ ,圆括号表示对应的映射比特  $a_i$ 。其他更高维的映射关系可以通过矢量映射关系  $\mu$  简单表示,如本文中仿真用到的六维超立方体映射。

表 1 QPSK 调制时的四维超立方体最佳映射

$x_{\text{QPSK}}$	1	2	3	4	$x_{\text{QPSK}}$	1	2	3	4
1	0	9	10	3	3	7	14	13	4
2	12	5	6	15	4	11	12	1	8

表中  $x_{\text{QPSK}} = [-1-j, -1+j, +1-j, +1+j]$ ;如  $[x_{\text{QPSK}}[2] x_{\text{QPSK}}[3]] \rightarrow 6$  或  $\mu(6) = [x_{\text{QPSK}}[2] x_{\text{QPSK}}[3]]$ 。

### 2 针对多维映射的 SISO 解映射算法

#### 2.1 多维映射下的 MD-MAX-LOG-MAP 解映射公式

假定复映射符号矢量  $y = [y_1, \dots, y_N]$ ,对任意发送符号矢量,由于比特交织器的作用,序列  $c$  中的比特

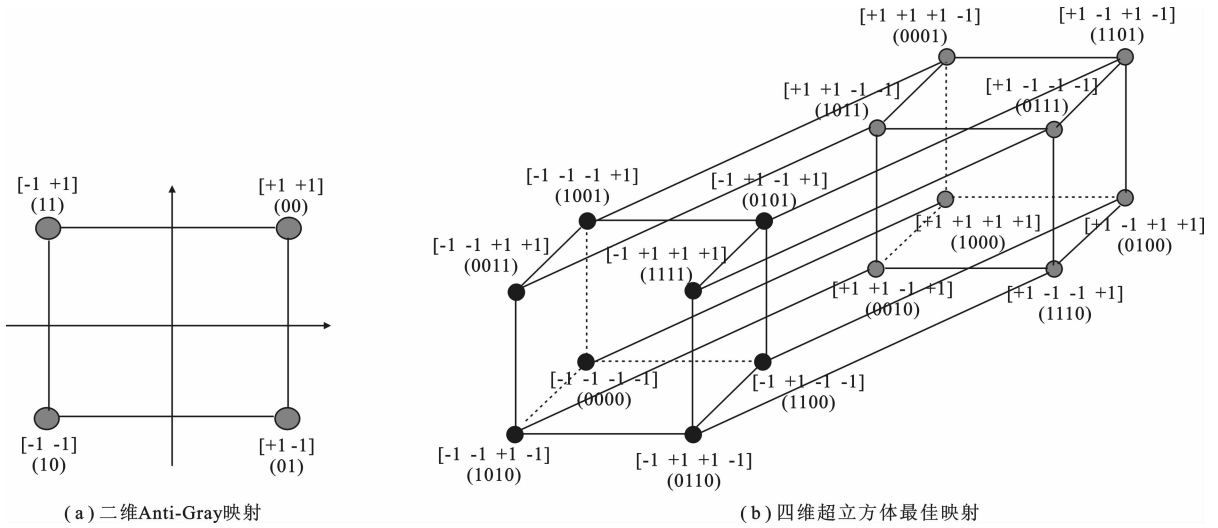


图 2 QPSK 调制时的映射示意

认为近似统计独立, 于是, 利用贝叶斯准则, 第  $k$  ( $k = 0, \dots, K-1$ ) 比特的对数似然信息为<sup>[7]</sup>

$$L(a_k | \mathbf{y}) = L_A(a_k) + \ln \frac{\sum_{\mathbf{a} \in \chi^{(k,1)}} P(\mathbf{y} | \mathbf{x}) \exp \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k; a_j=1}}^K L_A(a_j)}{\sum_{\mathbf{a} \in \chi^{(k,0)}} P(\mathbf{y} | \mathbf{x}) \exp \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k; a_j=0}}^K L_A(a_j)}, \quad (1)$$

其中  $\mathbf{a}$  为二进制标识序列,  $a_k$  表示  $\mathbf{a}$  中第  $k$  个元素,  $\chi(k, b) = \{\mathbf{a} | a_k = b\}$  表示满足  $a_k = b$  ( $b = 0, 1$ ) 的  $2^{K-1}$  个比特矢量  $\mathbf{a}$  构成的集合,  $\mathbf{x}$  为  $\mathbf{a}$  对应的发送符号矢量. 由于软解映射器的外部信息为  $L_E(a_k) = L(a_k | \mathbf{y}) - L_A(a_k)$ , 且对复高斯信道, 条件概率密度函数为

$$P(y_i | x_i) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left[ -\frac{(y_i^I - x_i^I)^2 + (y_i^Q - x_i^Q)^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (2)$$

考虑到对多维映射, 式(2)变为  $N$  个连续  $M$  进制符号的概率乘积, 结合式(1), (2)并利用 ‘MAX-LOG’ 近似简化后即得:

$$L_E(a_k) \approx \max_{\mathbf{a} \in \chi^{(k,1)}} \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{l=1}^N [(y_l^I - x_l^I)^2 + (y_l^Q - x_l^Q)^2] + \mathbf{a}_{[k]} \cdot L_A^T(\mathbf{a}_{[k]}) \right\} - \max_{\mathbf{a} \in \chi^{(k,0)}} \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{l=1}^N [(y_l^I - x_l^I)^2 + (y_l^Q - x_l^Q)^2] + \mathbf{a}_{[k]} \cdot L_A^T(\mathbf{a}_{[k]}) \right\}, \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{a}_{[k]}$  表示删除  $\mathbf{a}$  中第  $k$  个元素  $a_k$  后的子矢量, 上标  $I, Q$  表示实、虚部. 式(3)即为多维映射下的 MD-MAX-LOG-MAP 解映射公式, 可见, 其复杂度和  $K$  成指数关系, 当  $N$  较大或者为高阶调制时, 算法复杂度很高, 因此需要考虑其简化算法.

### 2.2 多维映射下的树搜索解映射算法

树搜索算法在多天线系统的简化检测算法中有广泛应用<sup>[8]</sup>, 一方面可以大幅降低复杂度, 另一方面性能损失很小. 笔者首次将其推广到单天线多维解映射中以降低 MD-MAX-LOG-MAP 算法复杂度, 简称为 MD-TS 算法 (Multi-Dimensional Tree-Searching algorithm).

令  $r = \sum_{l=1}^N [(y_l^I - x_l^I)^2 + (y_l^Q - x_l^Q)^2]$ . 考虑到使得  $r$  较大的点对外部信息计算的作用非常小, 则估计式(3)的一种简化方法就是仅考虑  $r$  最小的  $N_{\text{cand}}$  个点,  $N_{\text{cand}} \leq 2^K$ , 通过减小算法的搜索范围降低计算复杂度. 要构造这样一个候选序列集合  $\mathfrak{R}$ , 利用树搜索算法, 每一级 (第  $i$  级) 从  $\min(2^{m-1} N_{\text{cand}}, m^i)$  条计算路径中选择值最小的  $\min(N_{\text{cand}}, m^i)$  条路径对应的节点符号.

每一级的路径值  $r_i$  可以通过上一级得到的结果递推计算( $r_0 = 0$ ), 即

$$r_i = r_{i-1} + \Delta r_i, i = 1, \dots, 2N, \Delta r_i = \begin{cases} (y_i^I - x_i^I)^2, & i \bmod 2 = 1 \\ (y_i^Q - x_i^Q)^2, & i \bmod 2 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

如图 3 所示的树型结构, QPSK 调制,  $N_{\text{cand}} = 4, N = 3$  时, 总共进行 6 级搜索判决, 选择候选发送符号矢量集合  $\mathfrak{R} = \{[+1 +1 -1 -1 +1 +1], [+1 +1 -1 -1 +1 -1], [-1 +1 +1 +1 -1 -1], [-1 -1 +1 +1 -1 -1]\}$  或  $\mathfrak{R} = \{[+1+j, -1-j, 1+j], [+1+j, -1-j, 1-j], [-1+j, 1+j, -1-j], [-1-j, 1+j, 1-j]\}$ , 于是 MD-TS 算法下, 式(3)可以简化为

$$L_E(a_k) \approx \max_{a \in R \cap \chi^{(k,1)}} \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{l=1}^N [(y_l^I - x_l^I)^2 + (y_l^Q - x_l^Q)^2] + \mathbf{a}_{[k]} \cdot L_A^T(\mathbf{a}_{[k]}) \right\} - \max_{a \in R \cap \chi^{(k,0)}} \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{l=1}^N [(y_l^I - x_l^I)^2 + (y_l^Q - x_l^Q)^2] + \mathbf{a}_{[k]} \cdot L_A^T(\mathbf{a}_{[k]}) \right\} \quad (5)$$

根据式(5), 若忽略列表构造过程的计算量, 则 MD-TS 解映射算法的计算复杂度近似为原 MD-MAX-LOG-MAP 算法复杂度的  $N_{\text{cand}}/2^{mN}$ .

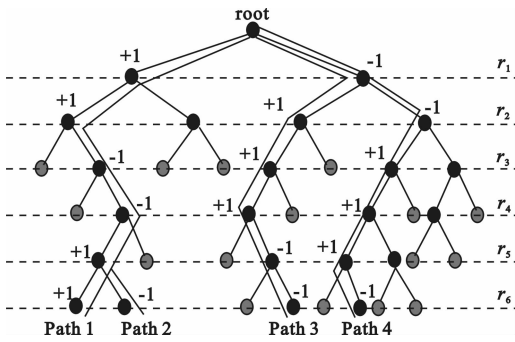


图 3 树搜索算法示例

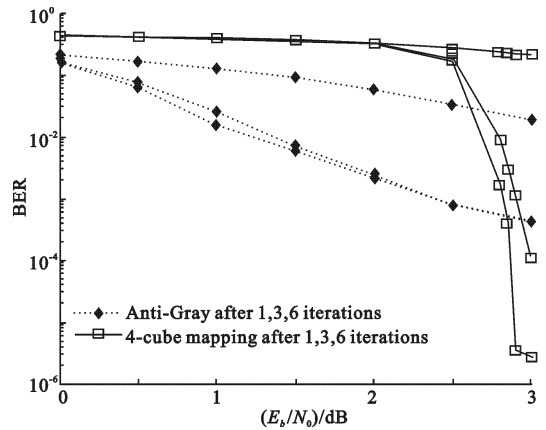


图 4 AWGN 信道下二维映射和四维超立方体映射的性能比较

### 3 计算机仿真

图 4 给出了采用 QPSK 调制时, 不同迭代次数下二维 Anti-Gray 映射和表 1 四维超立方体映射的 BER 性能, 其中纠错码采用生成多项式为  $[7, 5]$  的卷积码, 交织器为长度等于 12 288 的随机交织器. 可见, 采用多维映射时, 首轮迭代性能变差, 但信噪比高于一定门限, 如本例约 2.8 dB 时, 其 6 次迭代后的性能远优于相同参数下二维 Anti-Gray 映射, 信噪比为 2.9 dB 时 3 次迭代性能超过二维 Anti-Gray 映射, 表明采用多维映射可以得到更好的渐进性能.

图 5 给出了不同迭代次数下, MD-MAX-LOG-MAP 算法和简化 MD-TS 算法的性能比较, 仿真参数为 QPSK 调制, 随机的六维超立方体映射,  $\boldsymbol{\mu} = [23 \ 21 \ 39 \ 62 \ 11 \ 4 \ 32 \ 13 \ 17 \ 51 \ 57 \ 30 \ 40 \ 16 \ 25 \ 45 \ 22 \ 43 \ 33 \ 9 \ 36 \ 48 \ 56 \ 28 \ 8 \ 29 \ 44 \ 63 \ 3 \ 19 \ 31 \ 15 \ 53 \ 24 \ 54 \ 34 \ 2 \ 46 \ 52 \ 0 \ 60 \ 38 \ 10 \ 7 \ 12 \ 26 \ 20 \ 5 \ 59 \ 49 \ 55 \ 50 \ 14 \ 1 \ 18 \ 35 \ 42 \ 61 \ 27 \ 41 \ 6 \ 58 \ 47 \ 37]$ , 候选矢量数  $N_{\text{cand}}$  选择为  $\{4, 8, 16, 32, 64\}$ , 当  $N_{\text{cand}} = 64$  时 MD-TS 算法等价于 MD-MAX-LOG-MAP 算法. 可见, 当迭代次数较少时(3 次, 图 5(a)),  $N_{\text{cand}}$  低至 8 时 MD-TS 算法的性能损失仍在 0.1 dB 以下. 当迭代次数较高时(12 次, 图 5(b)),  $N_{\text{cand}}$  取值 32, 16 时和 MD-MAX-LOG-MAP 算法性能接近, 且错误平层几乎相同, 而计算复杂度却分别约下降为原来的 1/2, 1/4, 说明 MD-TS 算法优于 MD-MAX-LOG-MAP 算法. 同时也应该注意到, 虽然基于距离准则下的最大似然解一定在选择符号范围内, 但由于最优解可能不在其中, 所以, 当  $N_{\text{cand}}$  取值很小的时候, 如本例  $N_{\text{cand}} = 8$  或  $N_{\text{cand}} = 4$  时, 会导致中低信噪比时错误平层的明显上升.

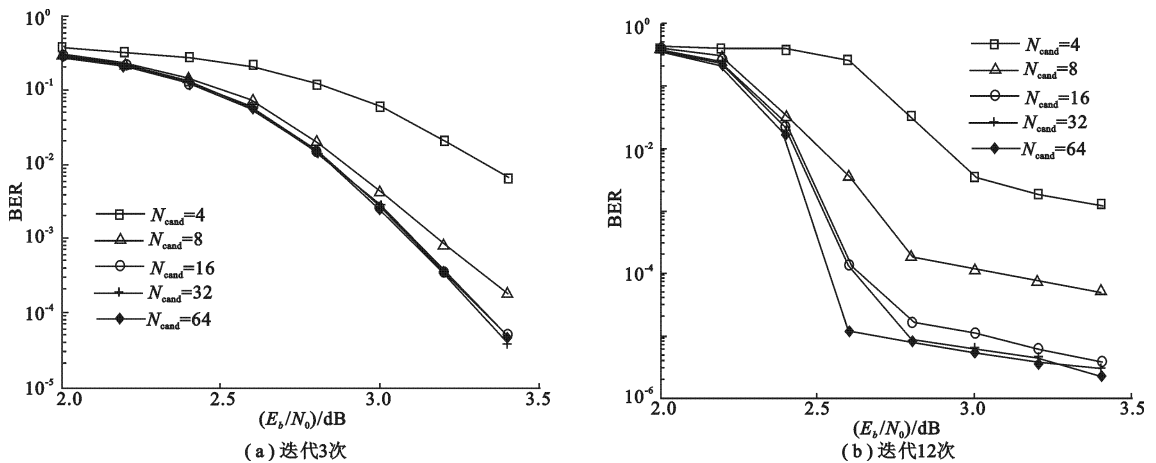


图5 AWGN信道下多维解映射MAP算法和MD-TS算法的比较

## 4 结 论

重点研究了多维映射 BICM-ID 系统下的 SISO 解映射算法,在推导了基本的 MD-MAX-LOG-MAP 算法公式的基础上,利用树搜索算法选择发送符号矢量空间,从而得到一种更为简化的 MD-TS 算法.通过计算机仿真说明了简化 MD-TS 算法性能和其选择矢量数的关系.候选矢量数介于一定范围时,简化 MD-TS 算法较 MD-MAX-LOG-MAP 算法造成的性能损失可以忽略.笔者下一步主要研究如何在选择矢量数很小时有效降低错误平层.

### 参考文献:

- [1] Li X D, Ritcey J A. Bit-interleaved Coded Modulation with Iterative Decoding and 8PSK Signaling [J]. IEEE Trans on Communications, 2002, 50(8): 1250-1257.
- [2] 宫丰奎,葛建华,李兵兵. BI-STCM-ID 系统的标识映射设计及性能分析[J]. 计算机学报, 2006, 29(4): 561-569.
- [3] Gresset N, Boutros J J, Brunel L. Multidimensional Mappings for Iteratively Decoded BICM on Multiple-antenna Channels [J]. IEEE Trans on Information Theory, 2005, 51(9): 3337-3346.
- [4] Simoons F, Wymeersch H, Bruneel H, et al. Multi-dimensional Mapping for Bit-interleaved Coded Modulation with BPSK/QPSK Signaling [J]. IEEE Communications Letters, 2005, 9(5): 453-455.
- [5] Tran N H, Nguyen H H. Multi-dimensional Mappings of M-ary Constellations for BICM-ID Systems [J]. IEICE Trans Fundamentals, 2006, E89-A(7): 2088-2091.
- [6] Tran N H, Nguyen H H. Design and Performance of BICM-ID Systems with Hypercube Constellations [J]. IEEE Trans Wireless Commun, 2006, 5(5): 1169-1179.
- [7] Brink S T, Speidel J, Yan R H. Iterative Demapping and Decoding for Multilevel Modulation [C]//Proceedings of GLOBECOM. Sydney: IEEE, 1998: 579-584.
- [8] De Jong Y L C, Willink T J. Iterative Tree Search Detection for MIMO Wireless Systems [J]. IEEE Trans on Comm, 2005, 53(6): 930-935.

(编辑:高西全)