

用卵形体描述裂变动力学的探讨

戴光曦 · 刘希明

(中国科学院近代物理研究所, 兰州)

摘 要

用卡西尼亚卵形迴转体并以单体耗散势的0.2倍作出对称裂变动力学计算。以质心环代替质心点并给出单体耗散势对形变参数的通用函数。以 $A = 238$ 核为例, 计算了鞍点到断点的时间对鞍点处激发能的关系。

一、引 言

自从 B. C. СтаВинский^[1] 提出用卡西尼亚卵形迴转体来描述裂变过程以来, 此形状在核裂变过程中的应用已经作了许多工作^[2-4]。结果证明它是一个好的形状近似。1959年 J. R. Nix 首先对无旋无粘滞流体做了广泛的裂变流体动力学计算^[5], 表明了对称裂变的优先性, 并算出鞍点到断点的时间 $\tau_{..}$, 如对 ^{237}Np 核, 在鞍点上集体动能为 1 MeV 时, $\tau_{..} = 3 \times 10^{-21}$ 秒。

近年来从准裂变实验^[6]发现, 非对称质量朝对称质量的弛豫时间, 可用单体耗散机制^[7]来表征。由于对称裂变过程和质量从非对称到对称的运动过程都是集体大形变过程, 故本文将以单体耗散作为对称裂变动力学中的阻尼项。

二、质心环和单体耗散函数

为了引进质心环的概念, 首先定义卵形迴转体的形变对称轴为 z 轴, 垂直于此对称轴并通过核的总质心的轴为 x 轴。半核的质心 z_c (见附录) 在核运动过程中只能描述核在 z 轴方向的形变, 不能反映核在 x 轴方向的形变。因此, 将任一垂直于 z 轴的横断面等分成许多扇面, 其半径为 $\rho(z, \varepsilon)$, 扇面的质心偏离 z 轴的距离为 $2/3\rho(z, \varepsilon)$ 。在整个横断面上的所有扇面的质心构成一个环, 将这样的环对整个 $z > 0$ 的区间积分就得到所谓质心环的半径 $x_c(\varepsilon)$,

$$x_c(\varepsilon) = a_0 f_v(\varepsilon) \int_0^{\sqrt{1+\varepsilon^2}} (\sqrt{4\varepsilon^2 z^2 + 1 - z^2 - \varepsilon^2})^{2/3} dz, \quad (1)$$

其中 $a_0 = r_0 A^{1/3}$, A 为核质量数, $f_v(\varepsilon)$ 为体积守恒因子(见附录)。这样以来, 质心环的变化反映在 x_c 及 z_c 的变化, 它将核的形变在两维方向上都反映出来。核形变在 x 方向的动能与总动能之比为:

$$\eta(\varepsilon) = \frac{x_{ce}'^2}{x_{ce}'^2 + z_{ce}'^2}, \quad (2)$$

式中的上撇表示函数对 ε 的导数. $\eta(\varepsilon)$ 仅取决于卵形迴转体的表面方程, 从计算的结果来看, 在小形变时, x 方向所产生的形变动能比较大. 在大形变时, 这个动能比较小.

将拉格朗日方程用于卡西尼亚卵形迴转体的对称裂变过程, 得到动力学方程为

$$A\ddot{\varepsilon}(z_c'^2 + x_c'^2) + A\dot{\varepsilon}^2(z_c'x_c'' + x_c'x_c'') + \frac{dV(\varepsilon)}{d\varepsilon} = -\gamma\dot{\varepsilon} \quad (3)$$

式中包含了 x_c, z_c 对 ε 的一阶和二阶导数及 ε 对时间 t 的一阶和二阶导数 (见附录). $V(\varepsilon)$ 是在标准液滴模型下计算出来的形变势, γ 为阻尼因子, 它与瑞利耗散函数 W 的关系是 $\frac{\partial W}{\partial \dot{\varepsilon}} = \gamma\dot{\varepsilon}$. 在单体耗散势下, 费米气体与运动壁间的碰撞所产生的能损率为:

$$dE/dt = \gamma\dot{\varepsilon}^2 = \frac{12}{4} P_f \left(\frac{4}{3} \pi P_f^3 / h^3 \right) \oint U_n^2 d\sigma \quad (4)$$

式中 P_f 为核子的费米动量, h 为普朗克常数. 积分遍及核的全表面, 面积元 $d\sigma$ 的法向方向上的核壁运动速度投影为 u_n . 对于卵形迴转体

$$\gamma = 0.2256 A^{1/3} f_v^4(\varepsilon) I(\varepsilon) \text{ MeV} \cdot 10^{-20} \text{ sec}, \quad (5)$$

其中 $I(\varepsilon)$ 为一普适积分

$$I(\varepsilon) = \int_0^{\pi/2} \left\{ \frac{f_v'}{f_v} \sqrt{B(B+D)} + \frac{1}{\varepsilon \sqrt{B}} [(B+D)^2 - (1+\varepsilon^4) + G]^2 \right\} \sin\theta d\theta, \quad (6)$$

式中 $B = \sqrt{1 - \varepsilon^4 \sin^2(2\theta)}$; $D = \varepsilon^2 \cos(2\theta)$; $G = \frac{f_v'}{f_v} \varepsilon \left[D + 1 - \frac{\varepsilon^4}{f_v} \right]$, 在 $\varepsilon = 1$ 时, 积分上限为 $\frac{\pi}{4}$. 图 1 中给出 $I(\varepsilon)$ 在 $\varepsilon \geq 0.2$ 时的计算曲线. 为了对 $I(\varepsilon)$ 作简化的表示, 在 $\varepsilon > 0.6$ 时, 得 $I(\varepsilon)$ 的近似表达式

$$I(\varepsilon) = 19.3 e^{-5.37\sqrt{1-\varepsilon}} \quad (\varepsilon \geq 0.6) \quad (7)$$

从计算的 $I(\varepsilon)$ 可以看到, ε 从 0.2 变到 1.0 时, $I(\varepsilon)$ 增加了近 300 倍, 从鞍点 ($\varepsilon = 0.8$) 到断点 $I(\varepsilon)$ 将增加 10 倍以上, 这时 $f_v'(\varepsilon)$ 将增加 2.5 倍, 因此随着形变从鞍点到断点, 耗散系数 γ 将增加 25 倍, 所以将耗散系数当做常数来看待将会引进很大的误差.

三、对称裂变鞍点到断点的时间

以 $A = 238$ 为例解动力学方程 (3) 可以得到裂变过程中形变动能的耗散情况, 并给出从鞍点到断点的时间依赖于鞍点激发能的关系. 在计算中, 单体耗散函数太大, 裂变在达到鞍点前已耗散掉全部动能, 而不能裂开. 因此不得不将 $I(\varepsilon)$ 乘以 0.2 的缩减因子. 在这种情况下, 当 $\varepsilon = 0.75$ (略提前于鞍点), $E^* = 35 \text{ MeV}$ 时, 达到鞍点 ($\varepsilon = 0.8$) 的 E^* 为 0.7 MeV , 即勉强过鞍点而发生裂变. 从鞍点到断点的时间 $\tau_{..}$ 依赖于鞍点激发能的关系曲线显示在图 2 中, 从图可见, $\tau_{..}$ 对于 E^* 的依赖大致为一条直线, 即

$$\tau_{..} = 3.20 - 0.011 E^* + 1.41 \times 10^{-5} E^{*2}. \quad (8)$$

对于无粘滞的情况, 在鞍点处的 E^* 为 1.34MeV 时, $\tau_{ii} = 2.3 \times 10^{-21}$ 秒. 这与 Nix 对 $A = 237$, $E^* = 1.0\text{MeV}$ 时得到的 3×10^{-21} 秒是可以比的; 而在有粘滞的情况下, 对鞍点处 $E^* = 1.0\text{MeV}$ 时, 从(8)式得到 $\tau_{ii} = 3.2 \times 10^{-20}$ 秒, 它比无粘滞时 τ_{ii} 增长了 10 倍, 这是可以接受的.

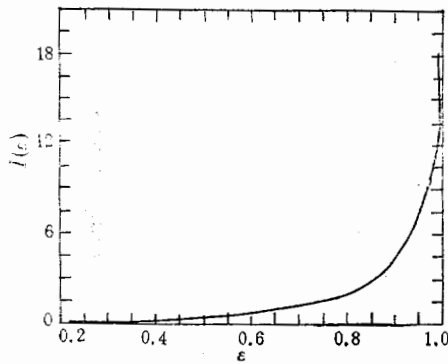
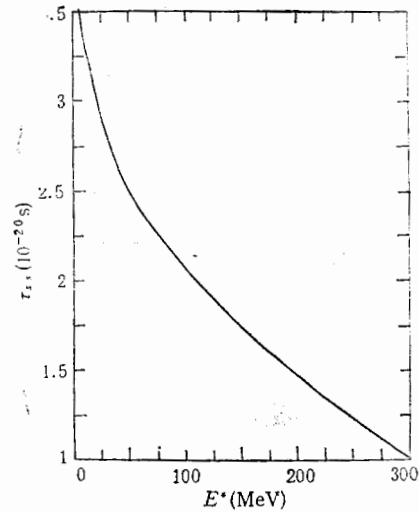
图 1 $I(\varepsilon)$ 与 ε 的普适曲线

图 2 从鞍点到断点的时间与鞍点激发能的关系

四、结 论

本工作引入质心环比质心点进了一步, 而单体耗散函数的值太大, 乘以 0.2 的缩减因子才比较合理. 在计算中没有使用可调参数. 位势用标准液滴势. 进一步的考虑是, 可以引入各种形式的参数位势, 或采用比卵形体位势更优的优形势, 并加进离心势来进行计算.

附 录

从卵形体表面方程出发

$$(z^2 + \rho^2)^2 - 2\varepsilon^2(z^2 - \rho^2) = 1 - \varepsilon^4, \quad (0 \leq \varepsilon \leq 1) \quad (1)$$

在此对核子数为 A 的核有 $a_0 = r_0 A^{1/3}$. z 与 ρ 均以 $a_0 f_v(\varepsilon)$ 为单位, 这时有

$$f_v(\varepsilon) = \left(\frac{4}{(1 - 2\varepsilon^2)\sqrt{1 + \varepsilon^2} + \frac{3}{\varepsilon} \ln(\varepsilon + \sqrt{1 + \varepsilon^2})} \right)^{1/3}, \quad (2)$$

$$f'_v(\varepsilon) = \frac{f}{3\varepsilon} + \frac{f^4}{3\varepsilon} \sqrt{1 + \varepsilon^2} (2\varepsilon^2 - 1), \quad (3)$$

$$f''_v(\varepsilon) = \frac{f}{9\varepsilon^2} \left[4(2\varepsilon^2 - 1)^2 (1 + \varepsilon^2) f^6 + \frac{(22\varepsilon^4 + 11\varepsilon^2 - 2)}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} f^3 - \varepsilon \right], \quad (4)$$

$$z_c(\varepsilon) = \frac{3}{8} a_0 \left(1 - \frac{1}{3} \varepsilon^4 \right) f_v^2, \quad (5)$$

$$z'_c(\varepsilon) = 1.5 a_0 f_v^3 \left[\left(1 - \frac{1}{3} \varepsilon^4 \right) f'_v - \frac{\varepsilon^3}{3} f_v \right], \quad (6)$$

$$z''_c(\varepsilon) = 1.5 a_0 f_v^2 \left[3f''_v \left(1 - \frac{1}{3} \varepsilon^4 \right) + f_v f''_v \left(1 - \frac{1}{3} \varepsilon^4 \right) - \frac{8}{3} \varepsilon^3 f'_v - \varepsilon^2 f_v \right] \quad (7)$$

$$x'_c(\varepsilon) = 4x_c f'_v / f_v + a_0 f'_v \int_0^{\sqrt{1+\varepsilon^2}} 3\varepsilon (\sqrt{4\varepsilon^2 z^2 + 1} - z^2 - \varepsilon^2)^{1/2} \cdot \left(\frac{2z^2}{\sqrt{4z^2\varepsilon^2 + 1}} - 1 \right) dz, \quad (8)$$

$$x''_c(\varepsilon) = 4a_0 f''_v \left[3f'_v \int_0^{\sqrt{1+\varepsilon^2}} (\sqrt{4z^2\varepsilon^2 + 1} - \varepsilon^2 - z^2)^{3/2} dz + f_v f''_v \int_0^{\sqrt{1+\varepsilon^2}} (\sqrt{4z^2\varepsilon^2 + 1} - \varepsilon^2 - z^2)^{3/2} dz + 2f_v f'_v F'(\varepsilon) + \frac{1}{4} f''_v F''(\varepsilon) \right], \quad (9)$$

其中

$$F'(\varepsilon) = 3\varepsilon \int_0^{\sqrt{1+\varepsilon^2}} (\sqrt{4z^2\varepsilon^2 + 1} - \varepsilon^2 - z^2)^{1/2} \left(\frac{2z^2}{\sqrt{4z^2\varepsilon^2 + 1}} - 1 \right) dz, \quad (10)$$

$$F''(\varepsilon) = 3 \int_0^{\sqrt{1+\varepsilon^2}} (\sqrt{4z^2\varepsilon^2 + 1} - \varepsilon^2 - z^2)^{1/2} \left(\frac{2z^2}{\sqrt{4z^2\varepsilon^2 + 1}} - 1 \right) dz + 3\varepsilon^2 \int_0^{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \left[\left(\frac{2z^2}{\sqrt{4z^2\varepsilon^2 + 1}} - 1 \right)^2 / (\sqrt{4z^2\varepsilon^2 + 1} - \varepsilon^2 - z^2)^{1/2} \right] dz - 3\varepsilon^2 \int_0^{\sqrt{1+\varepsilon^2}} (\sqrt{4z^2\varepsilon^2 + 1} - \varepsilon^2 - z^2)^{1/2} \frac{8z^4 dz}{(4z^2\varepsilon^2 + 1)^{3/2}}. \quad (11)$$

参 考 文 献

- [1] В. С. Ставинский, Н. С. Работнов, А. А. Серегин, Ядерная физика, Т. 7(1968), 1051.
 [2] 戴光曦,王正大,高能物理与核物理, 9(1985), 622.
 [3] 戴光曦,刘希明,刘国兴,高能物理与核物理, 11(1987)515.
 [4] 戴光曦,李伟生,高能物理与核物理, 5(1988), 669.
 [5] J. R. Nix, *Nucl. Phys.*, **A130** (1969), 241.
 [6] W. Q. Shen (沈文庆), J. Albinski, A. Gobbi et al., *Phys. Rev.*, **C36** (1987), 115.
 [7] J. Randrup, W. J. Swiatecki, *Nucl. Phys.*, **A 429** (1984), 105.

APPROCH TO DYNAMICS OF FISSION DESCRIBED BY CASSINIAN OVALOID

DAI GUANGXI LIU XIMING

(Institute of Modern Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

The dynamics of fission are calculated by the description of Cassinian ovaloid with one body dissipation by deducing factor 0.2. The ring of center of mass is introduced instead of the center of mass. The function of one body dissipation vs deformation parameter has been obtained. Taken $A=238$ as an example, the relation between time from saddle to scission and excitation energy at saddle are calculated.