



半导体电子学基础

Basic Semiconductor Electronics

陈根祥

北京交通大学全光网与现代通信网教育部重点实验室

2007-4-23

北京交通大学



量子力学初步 (1)

➤ 波与粒子的统一：波粒二象性

De Broglie关 $E = \hbar\omega$, $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$

粒子性：确定的能量和动量；在传播过程中不弥散；在任何测量过程中总是以完整的粒子面目出现。

波动性：任何粒子均具有干涉、衍射等波动的全部特征。

➤ 粒子波动性的数学描述：波函数

考虑一个以能量 E 和动量 \mathbf{p} 在自由空间中运动的粒子，该粒子具有恒定的频率和波矢量，对应于一列沿 \mathbf{p} 方向传播的单色平面波，可表述为：

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \psi_0 e^{j(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)} = \psi_0 e^{j(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - Et)/\hbar}$$

上式即为自由粒子的波函数。

波函数的最基本物理意义是：

$$|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 = t \text{ 时刻在 } \mathbf{r} \text{ 点处单位体积内找到粒子的几率}$$

事实上，波函数携带了关于该粒子的全部物理学性质。



量子力学初步 (2)

➤ 力学量的算符表示：波函数的深层含义

对于一个处于状态 $\psi(\mathbf{r}, t)$ 的粒子，其任一力学性质 A 的测量值 a 可以通过一个与该力学量相应的算符 \hat{A} 作用于粒子的状态波函数得到：

$$\hat{A}\psi = a\psi$$

上式表明，仅当粒子处于 A 的某一本征态 $\psi_n(\mathbf{r}, t)$ 时，该力学量才具有确定的值 a_n 。由于本征函数族的正交性和完备性，粒子的任一可能运动状态 $\psi(\mathbf{r}, t)$ 均可用 A 的本征函数族 $\psi_n(\mathbf{r}, t)$ (相应本征值为 a_n) 展开：

$$\psi = \sum_n c_n \psi_n \quad \text{归一化:} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 d^3r = \sum_n |c_n|^2 = 1$$

此时力学量 A 不具有确定值，但可以求得其测量平均值为：

$$\bar{A} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* A \psi d^3r}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 d^3r} = \sum_n |c_n|^2 a_n$$

$|c_n|^2$ 为粒子处于 A 的本征态 $\psi_n(\mathbf{r}, t)$ 的几率，即 A 的测量值为 a_n 的几率。由于任何物理量的测量值均为实数，因此代表力学量的算符具有厄密性：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_1^* \hat{A} \psi_2 d^3r = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_1^* \hat{A}^+ \psi_2 d^3r = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_2 (\hat{A} \psi_1)^* d^3r \longrightarrow \hat{A} = \hat{A}^+$$



量子力学初步 (3)

➤ 几个基本力学量的算符表示

几个最基本的力学量，即粒子的位置、动量和能量算符为：

$$\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}, \quad \hat{\mathbf{p}} = \frac{\hbar}{j} \nabla, \quad E = j\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

由此可得粒子的动能和势能算符为：

$$\hat{T} = \frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2, \quad \hat{U}(\mathbf{r}) = U(\mathbf{r})$$

➤ 粒子的波动方程

一个在势场 $U(\mathbf{r})$ 中运动的粒子，其波函数满足Schrodinger方程：

$$j\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = \hat{H}\psi, \quad \hat{H} = \hat{T} + \hat{U} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\mathbf{r}) \text{ 为体系的Hamiltonion}$$

如果粒子处于确定能量状态，

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-j(E/\hbar)t}$$

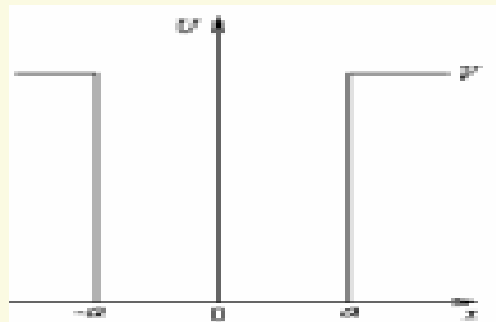
即： $\psi(\mathbf{r})$ 满足定态Schrodinger方程：

$$\hat{H}\psi = E\psi \text{ 为体系的能量本征值方程}$$

一维定态问题

➤ 一维方势阱

$$U(x) = \begin{cases} 0 & |x| \leq a \\ V & |x| > a \end{cases}$$



➤ 粒子的定态波动方程

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + V\psi(x) = E\psi(x), \quad |x| > a;$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = E\psi(x), \quad |x| \leq a$$

$$\Rightarrow \psi'' - \gamma^2\psi = 0, \quad [\gamma^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(V-E)] \quad |x| > a; \quad \psi'' + \delta^2\psi = 0, \quad (\delta^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}) \quad |x| \leq a$$

➤ 粒子的束缚态 ($E < V$) 波函数和能级

$$\psi(x) = \begin{cases} Ae^{\gamma x} & x < -a \\ B\cos(\delta x) + C\sin(\delta x) & |x| \leq a \\ De^{-\gamma x} & x > a \end{cases}$$

在 $x = \pm a$ 处 ψ 和 ψ' 连

续:

$$\tan(\delta a) = \frac{a}{\delta} \quad \text{or} \quad \tan(\delta a) = -\frac{\delta}{a}$$

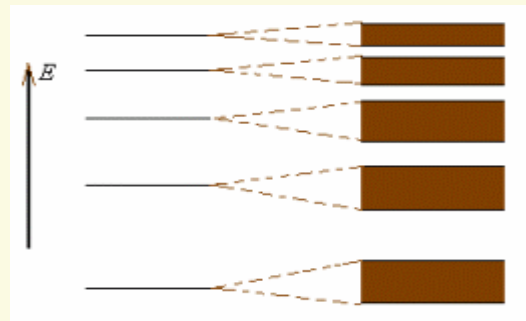
$$\Rightarrow E_n, \quad \psi_n$$

固体中的能带

➤ 固体中能带的形成

由于固体中原子的紧密排列，原子中电子的分立能级由于原子间的相互作用而分裂为相应的能带

按照量子力学的理论，处于周期性势场中运动的粒子即具有能带结构。



➤ 一维周期性势场和能带

$$U(x) = U(x+a)$$

由于势的周确性，电子波函数应满足：

$$|\psi(x)|^2 = |\psi(x+a)|^2$$

因此电子波函数具有形 $\psi(x) = e^{jkx} u(x)$, $u(x) = u(x+a)$

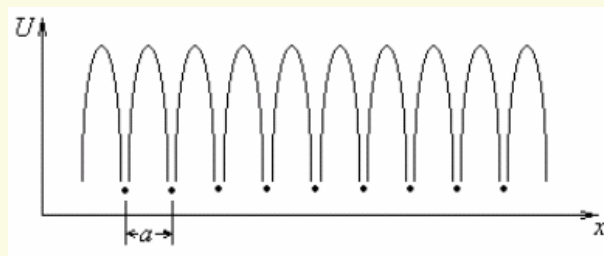
由于因子 e^{jkx} 和 $e^{j(k+2\pi/a)x}$ 所表述的状态相同，因此可作限制 $-\pi/a < k < \pi/a$

将上述波函数代入定态Schrodinger方程得

到：

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \left(\frac{d^2 u}{dx^2} \right) - \frac{j\hbar^2 k}{m_0} \frac{du}{dx} + U(x)u = \left(E - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} \right) u$$

对于给定的 k ，可求得一系列 $E_n(k)$ 和 $u_{nk}(x)$ ， $-\pi/a < k < \pi/a$ 给出相应的能带





有效质量近似

➤ 有效质量

将能带 $E_n(k)$ 在 $k=0$ 附近（一般为其极值点）展开：

$$E_n(k) = E_{n0} + \frac{1}{2} \frac{d^2 E_n(k)}{dk^2} k^2 = E_{n0} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*} \quad m_n^* = \left[\frac{d^2 E_n(k)}{d(\hbar k)^2} \right]^{-1}$$

m_n^* 称为第 n 个能带内电子的有效质量。 E_{n0} 相当于电子在周期势场中的势能，而 $\hbar^2 k^2 / 2m_n^*$ 则为其动能。即在周期势场中运动的电子可以看作是一个具有一定势能，质量为 m_n^* 的自由粒子。

➤ 有效质量方程

借助于有效质量，电子在能带内运动的波动方程为：

$$-\frac{\hbar^2}{2m_n^*} \nabla^2 \psi_n + U(\mathbf{r}) \psi_n = (E_n - E_{n0}) \psi_n$$

其中 $U(\mathbf{r})$ 是除晶格周期势外的其他势能函数（如外加电场、量子阱等）。

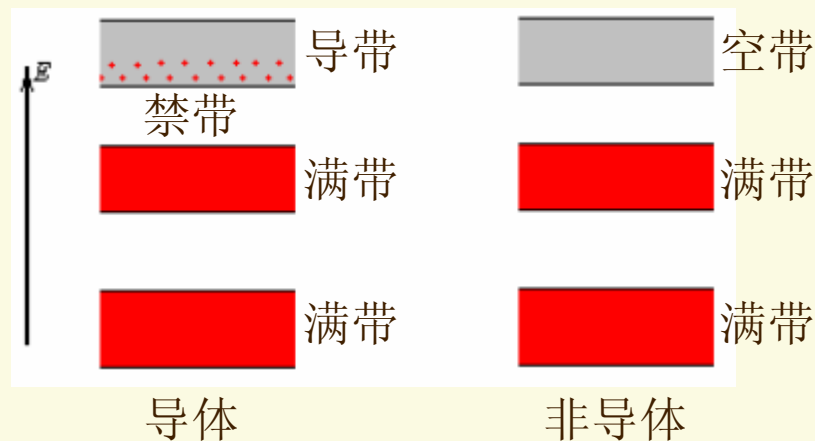
应当注意，电子的真实波函数为：

$$\psi_0(x) = \psi(x)u(x)$$

绝缘体、导体和半导体

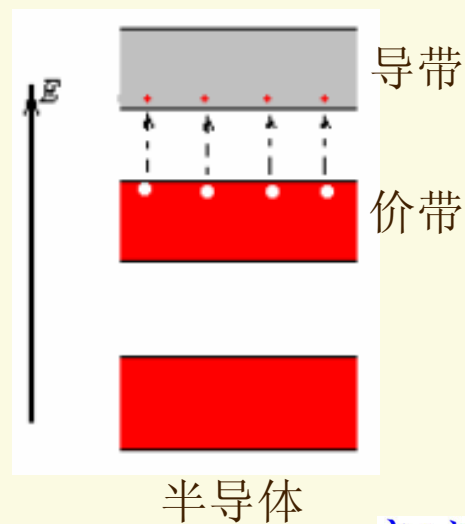
➤ 导体和非导体

满带中的电子均处于成键或束缚状态，由于Pauli不相容原理，这些电子在外电场作用下不能形成电流。只有部分状态被电子占据的能带中的电子可以在外场作用下转移至其他动量状态并形成电流。

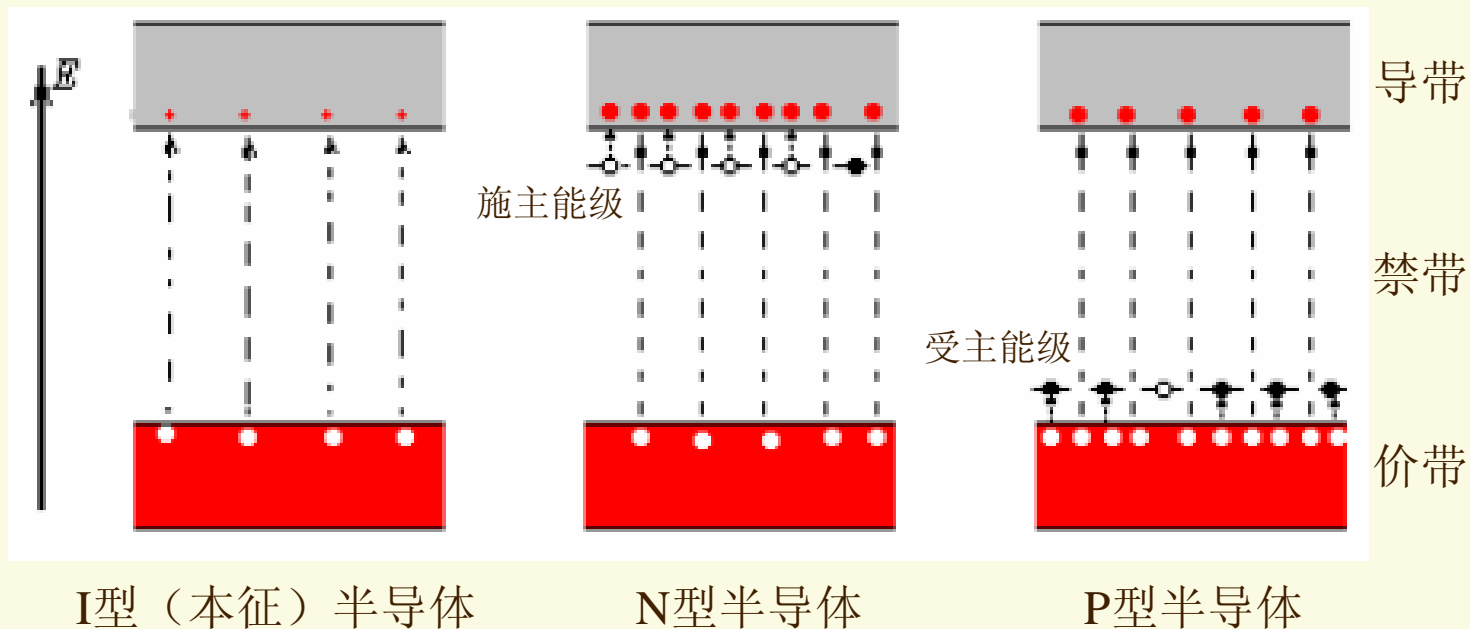


➤ 半导体

当非导体的禁带宽度较小时，处于满带中的部分电子在室温下即可热激发至空带形成可以导电的电子，而在满带中留下电子空位（空穴）。空穴的性质与带正电荷的电子相似，也可形成电流。电子与空穴统称载流子。这种材料的导电性介于导体和绝缘体之间，故称半导体。由于最上层的满带相应于最外层价电子能级，故称价带。



半导体的掺杂和导电类型



I型半导体：无杂质或杂质浓度很低的半导体，电子与空穴浓度相同。

杂质能级：杂质原子能造成对周期性晶格势场的扰动，从而在禁带中形成电子的束缚态能级。若杂质态含有电子，则称为施主杂质；若杂质态为空，则称为受主杂质。

N型半导体：掺有施主杂质的半导体。其电子浓度大于空穴浓度。

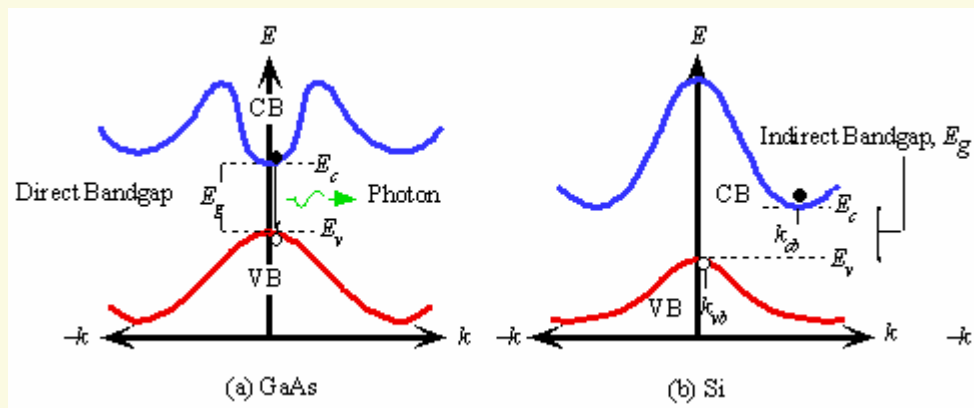
P型半导体：掺有受主杂质的半导体。其电子浓度小于空穴浓度。

半导体材料的分类

➤ 直接带隙和间接带隙

直接带隙材料：导带最底点与价带最高点具有相同的 k 值。

间接带隙材料：导带最底点与价带最高点的 k 值不同。



由于半导体内光子与电子的相互作用所伴随的带间跃迁需要满足能量和动量守恒条件，与电子相比，光子动量可忽略，仅有光子参与的带间跃迁要求电子的始末态具有相同的 k 值 (k 选择定则)。因此直接带隙材料具有良好的光电性质，而间接带隙材料则不然。

➤ 主要的半导体材料

IV族材料： Si、Ge及SiGe合金；间接带隙；微电子器件和光电管。

III-V族化合物材料： GaAlAs/GaAs、InGaAsP/InP、InAlGaAs/GaN、InAlGaAs/InP等材料系；直接带隙；微电子和各种光电子器件。

II-VI族化合物材料： ZnSeTe、HgCdTe等；直接带隙；可见光和远红外光电子器件。



粒子的统计分布

➤ Fermi-Dirac统计分布（电子）

自旋为半奇数（电子为 $1/2$ ）的粒子为费米子，一个状态只能容纳一个粒子。在热平衡状态下，粒子占据能量为 E 的状态的几率服从Fermi-Dirac统计：

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp[(E - E_f)/kT]}$$

E_f 为体系的Fermi能级， k 为Boltzmann常数， T 为绝对温度。

$T = 0\text{K}$ 时， $f(E) = 0$ for $E > E_f$ ； $f(E) = 1$ for $E < E_f$ 。当 $T > 0\text{K}$ 时， $f(E_f) = 1/2$ 。

$E - E_f \gg kT$ 时，Fermi分布退化为经典的Boltzmann分布：

$$f(E) = \exp[-(E - E_f)/kT]$$

➤ Bose-Einstein统计分布（光子）

自旋为整数（光子为 1 ）的粒子为玻色子，一个状态可容纳任意数目的粒子。在热平衡状态下，能量为 E 的状态上的平均粒子数服从Bose-Einstein统计：

$$f(E) = \frac{1}{\exp[(E - E_f)/kT] - 1} \quad \text{一般情况下，} E_f \approx 0$$



载流子态密度

➤ 载流子态密度的定义

能量 E 处单位体积单位能量间隔内的粒子状态数 $\rho(E)$

➤ 状态的相空间体积和相空间态密度

一个电子态在相空间所占体积 $(2\pi/L_x)(2\pi/L_y)(2\pi/L_z) = (2\pi)^3/V$

在相空间 $k-k+dk$ 范围内电子态的数目 $4\pi k^2 dk / [(2\pi)^3/V] = Vk^2 dk / (2\pi^2)$

考虑到电子自旋， $k-k+dk$ 范围单位体积内的电子态数目 $k^2 dk / \pi^2$

➤ 载流子态密度

从导带结构 $E = E_c + \hbar^2 k^2 / 2m_e^*$ 可得： $k = (2m_e^* / \hbar^2)^{1/2} (E - E_c)^{1/2}$ ，以及 $dk = (m_e^* / \hbar^2) dE$ ，因此得到导带内的电子态密度为：

$$\rho_c(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} \quad \text{for } E > E_c$$

经同样手续，从价带结构 $E = E_v - \hbar^2 k^2 / 2m_h^*$ 可得价带空穴态密度为：

$$\rho_v(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_h^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E_v - E)^{1/2} \quad \text{for } E < E_v$$

半导体内的载流子浓度

➤ 导带电子浓度和价带空穴浓度

$$n = \int_{E_c}^{+\infty} f(E) \rho_c(E) dE = N_c F_{1/2} \left(\frac{E_f - E_c}{kT} \right), \quad N_c = 2 \left(\frac{m_e^* kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$$

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} [1 - f(E)] \rho_v(E) dE = N_v F_{1/2} \left(\frac{E_v - E_f}{kT} \right), \quad N_v = 2 \left(\frac{m_h^* kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$$

其中 F 为 Fermi-Dirac 积分

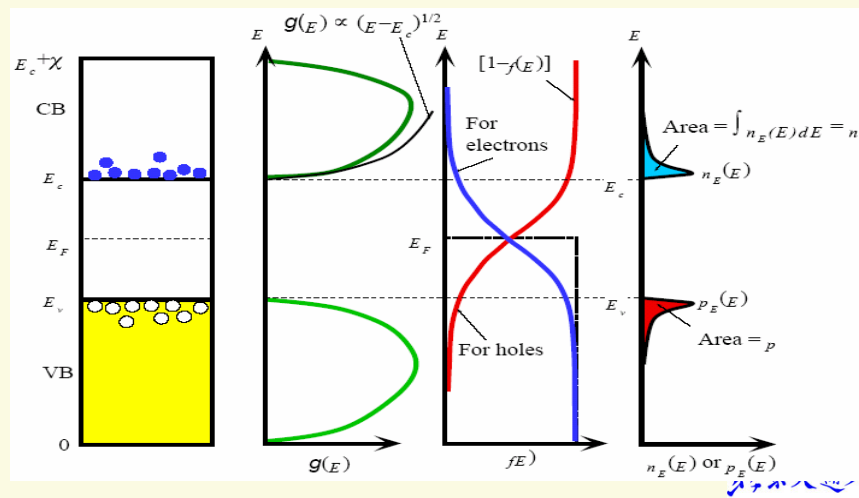
$$\text{分: } F_j(\eta) = \frac{1}{\Gamma(j+1)} \int_0^{\infty} \frac{x^j}{1+e^{x-\eta}} dx \Rightarrow F_{1/2}(\eta) \approx \begin{cases} e^\eta & \eta \ll -1 \\ (4/3)(\eta^3/\pi)^{1/2} & \eta \gg 1 \end{cases}$$

➤ 非简并情形

在非简并情况下, $E_c - E_f \gg kT$, $E_f - E_v \gg kT$ 。载流子浓度为:

$$n = N_c \exp \left(\frac{E_f - E_c}{kT} \right)$$

$$p = N_v \exp \left(\frac{E_v - E_f}{kT} \right)$$





Fermi能级

➤ 本征半导体

对于本征半导体, $n = p$, 在非简并情形有:

$$N_c \exp\left(\frac{E_f - E_c}{kT}\right) = N_v \exp\left(\frac{E_v - E_f}{kT}\right) \Rightarrow E_f = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3kT}{4} \ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right)$$

在 $T = 0K$ 时, E_f 位于禁带的中央, 随着温度增加, E_f 向导带方向移动, 导带中热激发电子数增加。

➤ N型半导体

导带电子主要来自施主杂质态电子向导带的热激发, 因此:

$$n = N_c \exp\left(\frac{E_f - E_c}{kT}\right) \approx N_D [1 - f(E_D)] \approx N_D \exp\left(\frac{E_D - E_f}{kT}\right) \Rightarrow E_f = \frac{E_c + E_D}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_D}{N_c}\right)$$

在重掺杂 (**N⁺型半导体**) 情形, E_f 将进入导带内部, 成为**N型简并半导**

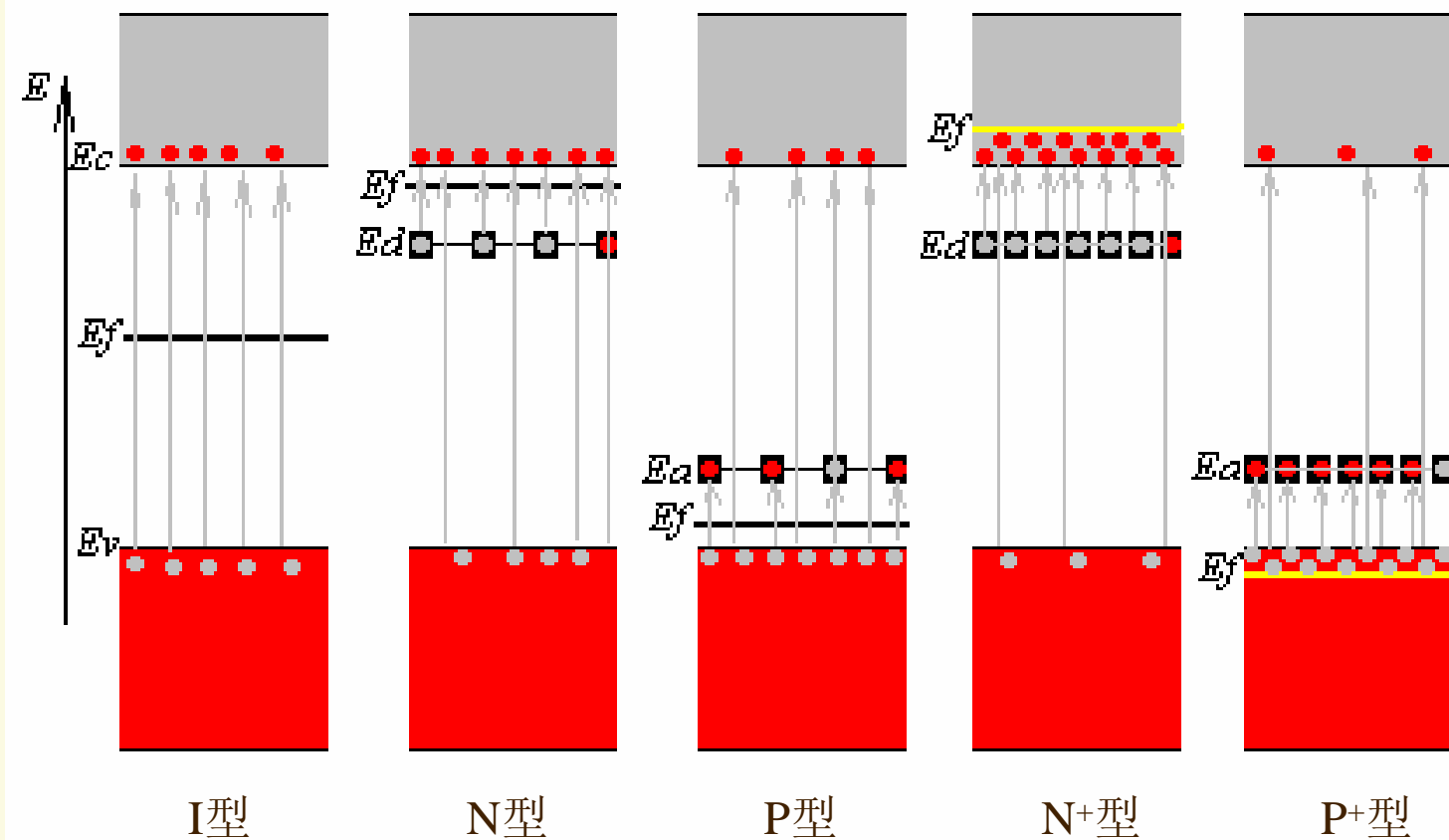
➤ P型半导体

价带空穴主要来自价带电子向受主杂质态的热激发, 因此:

$$p = N_v \exp\left(\frac{E_v - E_f}{kT}\right) \approx N_A f(E_A) \approx N_A \exp\left(\frac{E_f - E_A}{kT}\right) \Rightarrow E_f = \frac{E_v + E_A}{2} - \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_A}{N_v}\right)$$

在重掺杂 (**P⁺型半导体**) 情形, E_f 将进入价带内部, 成为**P型简并半导**
体。

各种掺杂情况下的Fermi能级



光与电子的相互作用

➤ 自发辐射复合

$E_2 \rightarrow E_1$ 态的自发辐射速率与 E_2 被占据而 E_1 为空的几率成正比:

$$\left. \frac{d\rho(\nu)}{dt} \right|_{\text{spon}} = A f(E_2) [1 - f(E_1)] \delta(E_2 - E_1 - h\nu)$$

$\rho(\nu)$ 为频率 ν 附近单位能量间隔单位体积内的光子数 [$\text{eV}^{-1}\text{cm}^{-3}$], A 为材料的Einstein自发辐射系数 [$\text{s}^{-1}\text{cm}^{-3}$].

➤ 受激辐射复合

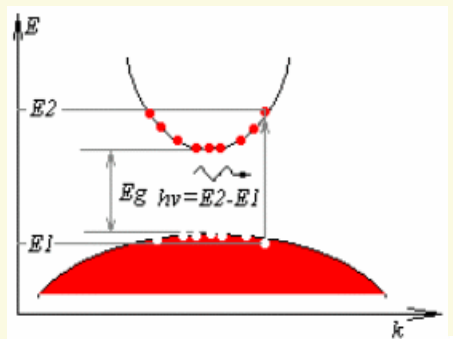
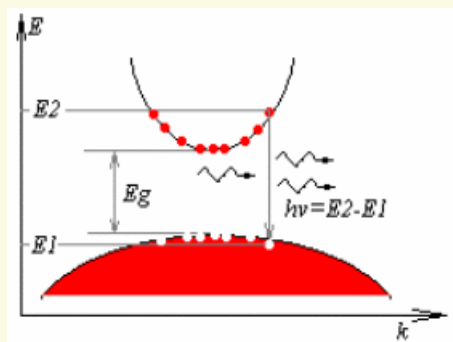
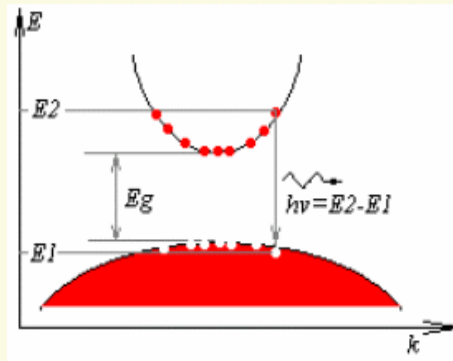
$$\left. \frac{d\rho(\nu)}{dt} \right|_{\text{stim}} = B_{21} \rho(\nu) f(E_2) [1 - f(E_1)] \delta(E_2 - E_1 - h\nu)$$

B_{21} 为材料的Einstein受激辐射系数 [eV s^{-1}].

➤ 受激吸收和光生载流子

$$\left. \frac{d\rho(\nu)}{dt} \right|_{\text{abs}} = -B_{12} \rho(\nu) f(E_1) [1 - f(E_2)] \delta(E_2 - E_1 - h\nu)$$

B_{12} 为材料的Einstein受激吸收系数 [eV s^{-1}].





平衡状态下的光子密度分布函数 $\rho(\nu)$

光子态密度

一个光子态在相空间所占体积 $(2\pi/L_x)(2\pi/L_y)(2\pi/L_z) = (2\pi)^3/V$

在相空间 $k-k+dk$ 范围内光子态的数目 $4\pi k^2 dk / [(2\pi)^3/V] = Vk^2 dk / (2\pi^2)$

考虑到两个正交偏振态, $k-k+dk$ 范围内的光子态密度为: $k^2 dk / \pi^2$

由 $E = h\nu = hc/2\pi n_e$ 可得频率 ν 处单位能量间隔内的光子态密度为:

$$N(\nu) = \frac{8\pi n_e^3 \nu^2}{hc^3} \quad \text{or} \quad N(E) = \frac{8\pi n_e^3 E^2}{h^3 c^3} \quad \text{in [eV}^{-1}\text{cm}^{-3}\text{]}$$

热平衡状态下的光子密度分布: 黑体辐射定律

能量为 E 的每一光子态上的平均光子数服从 Bose-Einstein 分布:

$$f(E) = \frac{1}{\exp(E/kT) - 1} \quad \text{or} \quad f(\nu) = \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}$$

频率 ν 处单位能量间隔单位体积内的光子数为:

$$\rho(\nu) = N(\nu)f(\nu) = \frac{8\pi n_e^3 \nu^2}{hc^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \text{or} \quad \rho(E) = \frac{8\pi n_e^3 E^2}{h^3 c^3} \frac{1}{e^{E/kT} - 1} \quad \text{in [eV}^{-1}\text{cm}^{-3}\text{]}$$



Einstein系数

➤ 辐射跃迁的细致平衡原则

在辐射跃迁达到平衡的情况下:

$$\left. \frac{d\rho(\nu)}{dt} \right|_{\text{spon}} + \left. \frac{d\rho(\nu)}{dt} \right|_{\text{stim}} + \left. \frac{d\rho(\nu)}{dt} \right|_{\text{abs}} = 0$$

由此可得:

$$\rho(\nu) = \frac{A}{B_{12}e^{(E_2-E_1)/kT} - B_{12}} = \frac{A}{B_{12}e^{h\nu/kT} - B_{12}}$$

➤ 辐射跃迁的Einstein系数

由细致平衡原则与黑体辐射定律可得:

$$B_{12} = B_{21}, \quad \frac{A}{B_{12}} = N(\nu) = \frac{8\pi n_e^3 \nu^2}{hc^3}$$

带间跃迁的吸收和增益

一对电子空穴态之间的净受激辐射增益

考虑入射光场 $\rho(\nu)$ ，由导带电子态 E_2 和价带空穴态 E_1 之间的受激跃迁所导致的光子密度变化为：

$$\left. \frac{d\rho(\nu, z)}{dt} \right|_{E_2 \leftrightarrow E_1} = \left. \frac{d\rho(\nu, z)}{dt} \right|_{\text{stim}} + \left. \frac{d\rho(\nu, z)}{dt} \right|_{\text{abs}}$$

$$= B_{12} \rho(\nu, z) [f(E_2) - f(E_1)] \delta(E_2 - E_1 - h\nu)$$

带间跃迁的光增益谱

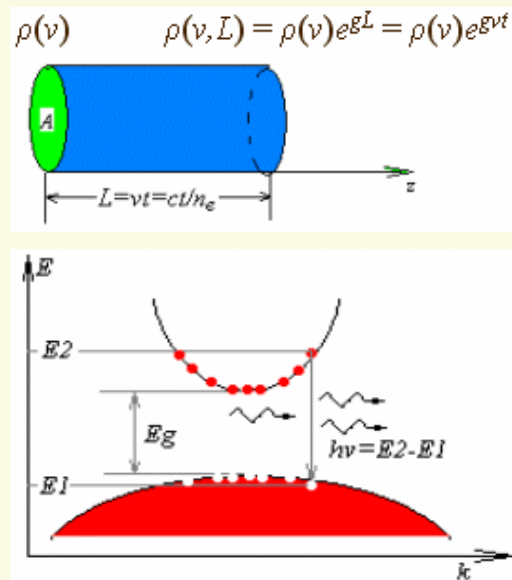
由所有导带电子和价带空穴之间的受激跃迁所导致的光子密度变化为：

$$\frac{d\rho(\nu, z)}{dt} = \frac{gc}{n_e} \rho(\nu, z) = 2 \sum_{\mathbf{k}} \left. \frac{d\rho(\nu, z)}{dt} \right|_{E_2(\mathbf{k}) \leftrightarrow E_1(\mathbf{k})} = 2 \sum_{\mathbf{k}} B_{12} \rho(\nu, z) \{f[E_2(\mathbf{k})] - f[E_1(\mathbf{k})]\} \delta[E_2(\mathbf{k}) - E_1(\mathbf{k}) - h\nu]$$

$$\Rightarrow g(\nu) = \frac{n_e}{c} C_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2 \cdot 4\pi k^2 dk}{(2\pi)^3} [f_c(k) - f_v(k)] \delta[E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} - h\nu], \quad C_0 = VB_{12}, \quad \frac{1}{m_r} = \frac{1}{m_e^*} + \frac{1}{m_r^*}$$

或写

$$\text{为 } g(\nu) = \frac{n_e}{c} C_0 \int_0^{\infty} dE \rho_r(E) [f_c(E) - f_v(E)] \delta[E_g + E - h\nu], \quad E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r}, \quad \rho_r(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_r}{\hbar^2} \right)^{3/2} E^{1/2}$$





非平衡载流子和准Fermi能级

➤ 平衡状态下的光吸收

在热平衡状态下，材料内部具有统一的Fermi能级，任意一对能态间的受激跃迁所导致的光增益满足：

$$g \propto f(E_2) - f(E_1) = \frac{1}{e^{(E_2 - E_f)/kT} + 1} - \frac{1}{e^{(E_1 - E_f)/kT} + 1} \propto 1 - e^{(E_2 - E_1)/kT}$$

由于 $E_2 > E_1$ ，在热平衡状态下总有： $g < 0$ 。

➤ 非平衡载流子、带内平衡和准Fermi能级

在热平衡状态下，半导体内的光子密度 $\rho(\nu)$ 和载流子浓度 n_0, p_0 等物理量均保持不变，当有能量大于半导体材料禁带宽度的光子入射时，将被吸收并产生光生载流子 Δn 和 Δp ，同时热平衡状态被暂时打破。

通过载流子注入或强光脉冲激发等（泵浦）方式可以在半导体内产生大量的非平衡载流子，并在导带和价带内达到带内平衡，并形成导带和价带各自的准Fermi能级 F_c 和 F_v ，导带和价带电子分别满足各自的Fermi统计分布：

$$f_c(E) = \frac{1}{e^{(E - F_c)/kT} + 1}, \quad f_v(E) = \frac{1}{e^{(E - F_v)/kT} + 1}$$

非平衡状态下，导带和价带内的载流子浓度为：

$$n = n_0 + \Delta n = \int_{E_c}^{+\infty} \rho_e(E) f_c(E) dE, \quad p = p_0 + \Delta p = \int_{-\infty}^{E_v} \rho_h(E) [1 - f_v(E)] dE$$

半导体的光增益作用

➤ 粒子数反转条件

在存在非平衡载流子的情况下，导带和价带的Fermi能级发生分裂，任意一对能态间的受激跃迁所导致的光增益满足：

$$g \propto f_c(E_2) - f_v(E_1) = \frac{1}{e^{(E_2 - F_c)/kT} + 1} - \frac{1}{e^{(E_1 - F_v)/kT} + 1} \propto 1 - e^{[(E_2 - E_1) - (F_c - F_v)]/kT}$$

当 $F_c - F_v > E_2 - E_1 = h\nu > E_g$ 时，半导体才对 $h\nu > E_g$ 的光提供增益作用。

$F_c - F_v > E_g$ 称为半导体的粒子数反转条件。

➤ 自发辐射谱和光增益谱

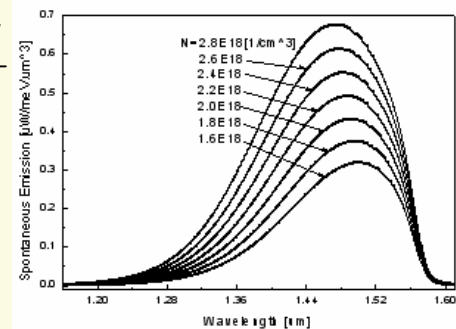
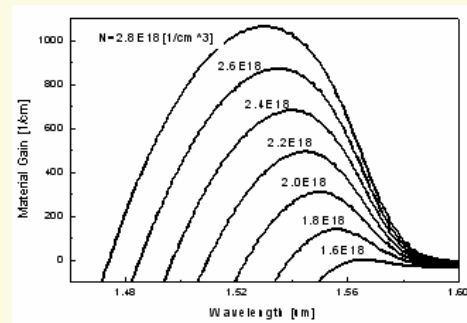
考虑到能态的自然宽度 Γ ，在计算增益时应作替换：

$$\delta(x) \rightarrow \frac{\Gamma/\pi}{x^2 + \Gamma^2}, \quad \left(\lim_{\Gamma \rightarrow 0} \frac{\Gamma/\pi}{x^2 + \Gamma^2} = \delta(x) \right)$$

$$g(\nu) = \frac{n_e C_0}{c} \int_0^\infty dE \rho_r(E) [f_c(E) - f_v(E)] \frac{\Gamma/\pi}{(E_g + E - h\nu)^2 + \Gamma^2}, \quad E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r}$$

相似地，单位体积单位能量间隔的自发辐射速率为：

$$r_{sp}(\nu) = \frac{hc^2 C_0}{8\pi m_e^2 \nu^2} \int_0^\infty dE \rho_r(E) f_c(E) [1 - f_v(E)] \frac{\Gamma/\pi}{(E_g + E - h\nu)^2 + \Gamma^2}$$



半导体内各种载流子复合过程的简单描述

➤ 自发辐射复合

$$R_{sp} = Bnp \quad \text{in } [s^{-1}cm^{-3}]$$

➤ Shockley-Read-Hall (SRH) 复合

由界面态、缺陷态或深能级杂质所形成的复合中心引起。这种过程一般不能满足动量守恒条件，在声子参与下完成。

$$R_{SRH} = A_1n + A_2p$$

➤ Auger (俄歇) 复合

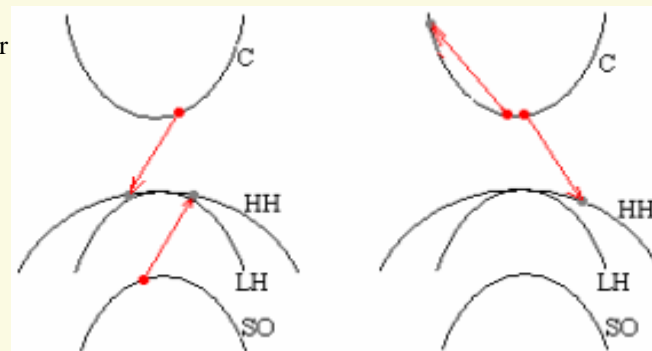
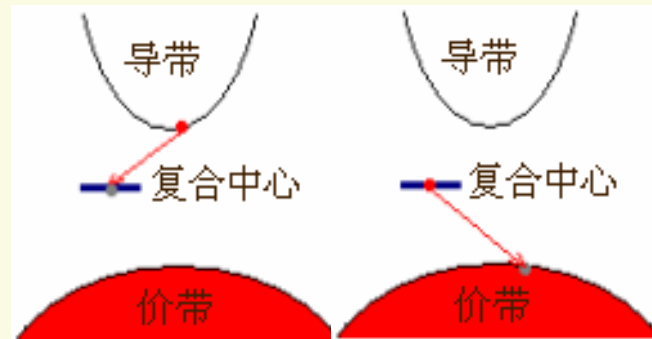
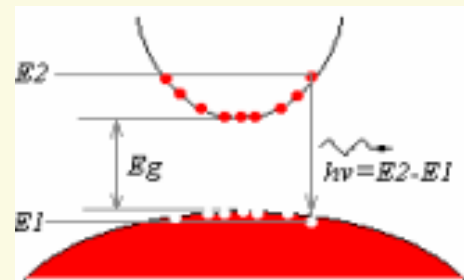
$$R_{Auger} = C_1np^2 + C_2n^2p$$

➤ 载流子寿命

总的载流子复合速率 $R = R_{sp} + R_{SRH} + R_{Auger}$

$$\text{为: } \frac{dn}{dt} = G - R \Rightarrow \frac{d(\Delta n)}{dt} = -\frac{\partial R}{\partial n}(\Delta n) = -\frac{\Delta n}{\tau_e}$$

$$\text{定义载流子寿命: } \frac{1}{\tau_e} = \frac{\partial R}{\partial n} = \frac{1}{\tau_{sp}} + \frac{1}{\tau_{SRH}} + \frac{1}{\tau_{Auger}}$$





半导体内的载流子动力学

➤ 自发辐射寿命

在热平衡状态下，材料内部具有统一的Fermi能级，任意一对能态间的受激跃迁所导致的光增益满足：

$$g \propto f(E_2) - f(E_1) = \frac{1}{e^{(E_2 - E_f)/kT} + 1} - \frac{1}{e^{(E_1 - E_f)/kT} + 1} \propto 1 - e^{(E_2 - E_1)/kT}$$

由于 $E_2 > E_1$ ，在热平衡状态下总有： $g < 0$ 。

➤ 非辐射复合寿命

由所有导带电子和价带空穴之间的受激跃迁所导致的光子密度变化为：

