

半导体电子学基础 Basic Semiconductor Electronics (二)

陈根祥

北京交通大学全光网与现代通信网教育部重点实验室 2007-4-23





粒子的统计分布

▶ Fermi-Dirac统计分布 (电子)

自旋为半奇数(电子为1/2)的粒子为费米子,一个状态只能容纳一个粒 子。在热平衡状态下, 粒子占据能量为 E 的状态的几率服从Fermi-Dirac统 计: $f(E) = \frac{1}{1 + \exp(E - E_f)/kT}$

 E_f 为体系的Fermi能级, k为Boltzmann常数, T为绝对温度。 T = 0K时, f(E) = 0 for $E > E_f$; f(E) = 1 for $E < E_f \circ \text{ \le T} > 0$ K时, $f(E_f) = 1/2 \circ$ *E*-*E_f>> kT*时,Fermi分布退化为经典的Boltzmann分布: $f(E) = \exp\left[-\left(E - E_{f}\right)/kT\right]$

➢ Bose-Einstein统计分布(光子)

自旋为整数(光子为1)的粒子为玻色子,一个状态可容纳任意数目的粒 子。在热平衡状态下,能量为 E 的状态上的平均粒子数服从Bose-Einstein统 计: $f(E) = \frac{1}{\exp(E - E_f)/kT - 1}$ 一般情况下, $E_f \approx 0$

$$k)/kT]-1$$





载流子态密度

▶ 载流子态密度的定义

能量 *E* 处单位体积单位能量间隔内的粒子状态数 ρ(*E*) **状态的相空间体积和相空间态密度**

从导带结构 $E = E_c + \hbar^2 k^2 / 2m_e^*$ 可得: $k = (2m_e^* / \hbar^2)^{1/2} (E - E_c)^{1/2}$, 以及 $dk = (m_e^* / k\hbar^2) dE$, 因此得到导带内的电子态密度为: 1 $(2m^*)^{3/2}$

$$\rho_c(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e}{\hbar^2} \right) \quad (E - E_c)^{1/2} \quad \text{for } E > E_c$$

经同样手续,从价带结构 $E = E_v - \hbar^2 k^2 / 2m_h^*$ 可得价带空穴态密度为: $\rho_v(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_h^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E_v - E)^{1/2} \text{ for } E < E_v$





半导体内的载流子浓度

▶ 导带电子浓度和价带空穴浓度

$$n = \int_{E_c}^{+\infty} f(E)\rho_c(E)dE = N_c F_{1/2} \left(\frac{E_f - E_c}{kT}\right), \quad N_c = 2 \left(\frac{m_e^* kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$$
$$p = \int_{-\infty}^{E_v} [1 - f(E)]\rho_v(E)dE = N_v F_{1/2} \left(\frac{E_v - E_f}{kT}\right), \quad N_v = 2 \left(\frac{m_h^* kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$$

其中 F 为Fermi-Dirac积分:

$$F_{j}(\eta) = \frac{1}{\Gamma(j+1)} \int_{0}^{\infty} \frac{x^{j}}{1+e^{x-\eta}} dx \Longrightarrow F_{1/2}(\eta) \approx \begin{cases} e^{\eta} & \eta <<-1\\ (4/3)(\eta^{3}/\pi)^{1/2} & \eta >>1 \end{cases}$$

▶ 非简并情形

在非简并情况下, $E_c - E_f >> kT$, $E_f - E_v >> kT$ 。载流子浓度为: $n = N_c \exp\left(\frac{E_f - E_c}{kT}\right)$ $p = N_v \exp\left(\frac{E_v - E_f}{kT}\right)$

$$e^{\frac{1}{2}} CB$$

$$E_{e}$$

$$E_{$$



Fermi能级

▶ 本征半导体

对于本征半导体, n = p, 在非简并情形有:

$N_c \exp\left(\frac{E_f - E_c}{kT}\right) = N_v \exp\left(\frac{E_v - E_f}{kT}\right) \implies E_f = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3kT}{4} \ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right)$

在T = 0K时, E_f 位于禁带的中央,随着温度增加, E_f 向导带方向移动,导带中热激发电子数增加。

▶ N型半导体

导带电子主要来自施主杂质态电子向导带的热激发,因此:

$$n = N_c \exp\left(\frac{E_f - E_c}{kT}\right) \approx N_D \left[1 - f(E_D)\right] \approx N_D \exp\left(\frac{E_D - E_f}{kT}\right) \implies E_f = \frac{E_c + E_D}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_D}{N_c}\right)$$

在重掺杂(N⁺型半导体)情形, E_f 将进入导带内部,成为N型简并半导体。 P型半导体

价带空穴主要来自价带电子向受主杂质态的热激发,因此:

 $p = N_{v} \exp\left(\frac{E_{v} - E_{f}}{kT}\right) \approx N_{A} f(E_{A}) \approx N_{A} \exp\left(\frac{E_{f} - E_{A}}{kT}\right) \implies E_{f} = \frac{E_{v} + E_{A}}{2} - \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_{A}}{N_{v}}\right)$ 在重掺杂 (P+型半导体) 情形, E_{f} 将进入价带内部, 成为P型简并半导体



各种掺杂情况下的Fermi能级





光与电子的相互作用

> 自发辐射复合

 E_2 → E_1 态的自发辐射速率与 E_2 被占据而 E_1 为空的 几率成正比:

 $\frac{d\rho(v)}{dt}\Big|_{\text{spon}} = Af(E_2)[1 - f(E_1)]\delta(E_2 - E_1 - hv)$



 $\rho(v)$ 为频率 v 附近单位能量间隔单位体积内的光子数[eV⁻¹cm⁻³], A 为Einstein自发辐射系数[s⁻¹cm⁻³]。

▶ 受激辐射复合

$$\frac{d\rho(v)}{dt}\bigg|_{\text{stim}} = B_{21}\rho(v)f(E_2)[1-f(E_1)]\delta(E_2-E_1-hv)$$

 B_{21} 为材料的Einstein受激辐射系数[eV s⁻¹]。

受激吸收和光生载流子

 $\frac{d\rho(v)}{dt}\Big|_{abs} = -B_{12}\rho(v)f(E_1)[1-f(E_2)]\delta(E_2-E_1-hv)$ B_{12} 为材料的Einstein受激吸收系数[eV s⁻¹]。







北京交通大學

平衡状态下的光子密度分布函数 P(V)

▶ 光子态密度

$$N(v) = \frac{8\pi n_e^3 v^2}{hc^3} \text{ or } N(E) = \frac{8\pi n_e^3 E^2}{h^3 c^3} \text{ in } [\text{eV}^{-1} \text{cm}^{-3}]$$

热平衡状态下的光子密度分布: 黑体辐射定律 能量为 *E* 的每一光子态上的平均光子数服从Bose-Einstein分布: $f(E) = \frac{1}{\exp(E/kT) - 1}$ or $f(v) = \frac{1}{\exp(hv/kT) - 1}$ 频率 *v* 处单位能量间隔单位体积内的光子数为:

 $\rho(\nu) = N(\nu)f(\nu) = \frac{8\pi n_e^3 \nu^2}{hc^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \text{or} \quad \rho(E) = \frac{8\pi n_e^3 E^2}{h^3 c^3} \frac{1}{e^{E/kT} - 1} \quad \text{in} [\text{eV}^{-1}\text{cm}^{-3}]$



Einstein系数

> 辐射跃迁的细致平衡原则

在辐射跃迁达到平衡的情况下:

$$\frac{d\rho(v)}{dt}\Big|_{\text{spon}} + \frac{d\rho(v)}{dt}\Big|_{\text{stim}} + \frac{d\rho(v)}{dt}\Big|_{\text{abs}} = 0$$

由此可得:

$$\rho(\nu) = \frac{A}{B_{12}e^{(E_2 - E_1)/kT} - B_{12}} = \frac{A}{B_{12}e^{h\nu/kT} - B_{12}}$$

▶ 辐射跃迁的Einstein系数

由细致平衡原则与黑体辐射定律可得:

$$B_{12} = B_{21}, \quad \frac{A}{B_{12}} = N(\nu) = \frac{8\pi n_e^3 \nu^2}{hc^3}$$





带间跃迁的吸收和增益

> 一对电子空穴态之间的净受激辐射增益

考虑入射光场 $\rho(v)$,由导带电子态 E_2 和价带空穴^{ρ}态 E_1 之间的受激跃迁所导致的光子密度变化为:

 $\frac{d\rho(v,z)}{dt}\Big|_{E_2\leftrightarrow E_1} = \frac{d\rho(v,z)}{dt}\Big|_{\text{stim}} + \frac{d\rho(v,z)}{dt}\Big|_{\text{abs}}$ $= B_{12}\rho(v,z)[f(E_2) - f(E_1)]\delta(E_2 - E_1 - hv)$

▶ 带间跃迁的光增益谱

由所有导带电子和价带空穴之间的受激跃迁所导 致的光子密度变化为:





 $\frac{d\rho(v,z)}{dt} = \frac{gc}{n_e} \rho(v,z) = 2\sum_{\mathbf{k}} \frac{d\rho(v,z)}{dt} \bigg|_{E_2(\mathbf{k})\leftrightarrow E_1(\mathbf{k})} = 2\sum_{\mathbf{k}} B_{12}\rho(v,z) \{f[E_2(\mathbf{k})] - f[E_1(\mathbf{k})]\} \delta[E_2(\mathbf{k}) - E_1(\mathbf{k}) - hv]$ $\implies g(v) = \frac{n_e}{c} C_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2 \cdot 4\pi k^2 dk}{(2\pi)^3} [f_c(k) - f_v(k)] \delta[E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} - hv], \quad C_0 = VB_{12}, \quad \frac{1}{m_r} = \frac{1}{m_e^*} + \frac{1}{m_r^*}$ $\implies g(v) = \frac{n_e}{c} C_0 \int_{0}^{\infty} dE \rho_r(E) [f_c(E) - f_v(E)] \delta[E_g + E - hv], \quad E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r}, \quad \rho_r(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_r}{\hbar^2}\right)^{3/2} E^{1/2}$



非平衡载流子和准Fermi能级

▶ 平衡状态下的光吸收

在热平衡状态下,材料内部具有统一的Fermi能级,任意一对能态间的受激 跃迁所导致的光增益满足:

$$g \propto f(E_2) - f(E_1) = \frac{1}{e^{(E_2 - E_f)/kT} + 1} - \frac{1}{e^{(E_1 - E_f)/kT} + 1} \propto 1 - e^{(E_2 - E_1)/kT}$$

由于 $E_2 > E_1$,在热平衡状态下总有:g < 0。 > 非平衡载流子、带内平衡和准Fermi能级

在热平衡状态下,半导体内的光子密度 $\rho(v)$ 和载流子浓度 n_{0} , p_0 等物理量均保持不变,当有能量大于半导体材料禁带宽度的光子入射时,将被吸收并产生光生载流子 Δn 和 Δp ,同时热平衡状态被暂时打破。

通过载流子注入或强光脉冲激发等(泵浦)方式可以在半导体内产生大量的非平衡载流子,并在导带和价带内达到带内平衡,并形成导带和价带各自的准Fermi能级F_c和F_v,导带和价带电子分别满足各自的Fermi统计分布:

$$f_c(E) = \frac{1}{e^{(E-F_c)/kT} + 1}, \quad f_v(E) = \frac{1}{e^{(E-F_v)/kT} + 1}$$

非平衡状态下,导带和价带内的载流子浓度为:

 $n = n_0 + \Delta n = \int_{E_c}^{+\infty} \rho_e(E) f_c(E) dE, \quad p = p_0 + \Delta p = \int_{-\infty}^{E_v} \rho_h(E) [1 - f_v(E)] dE$





Waveleigti (im

北京交通大學

半导体的光增益作用

▶ 粒子数反转条件

在存在非平衡载流子的情况下,导带和价带的Fermi能级发生分裂,任意一对能态间的受激跃迁所导致的光增益满足:

 $g \propto f_{c}(E_{2}) - f_{v}(E_{1}) = \frac{1}{e^{(E_{2} - F_{c})/kT} + 1} - \frac{1}{e^{(E_{1} - F_{v})/kT} + 1} \propto 1 - e^{[(E_{2} - E_{1}) - (F_{c} - F_{v})]/kT}$ 当 $F_{c} - F_{v} > E_{2} - E_{1} = h \ v > E_{g}$ 时,半导体才对 $h \ v > E_{g}$ 的光提供增益作用。 $F_{c} - F_{v} > E_{g}$ 称为半导体的粒子数反转条件。 **自发辐射谱和光增益谱** 考虑到能态的自然宽度 \Gamma,在计算增益时应作替换: $\delta(x) \rightarrow \frac{\Gamma/\pi}{x^{2} + \Gamma^{2}}, \left(\lim_{\Gamma \to 0} \frac{\Gamma/\pi}{x^{2} + \Gamma^{2}} = \delta(x)\right)$

 $g(v) = \frac{n_e C_0}{c} \int_0^\infty dE \rho_r(E) [f_c(E) - f_v(E)] \frac{\Gamma/\pi}{(E_g + E - hv)^2 + \Gamma^2}, E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r}$ $H (U : u,) = \frac{h c^2 C_0}{8\pi n_e^2 v^2} \int_0^\infty dE \rho_r(E) f_c(E) [1 - f_v(E)] \frac{\Gamma/\pi}{(E_g + E - hv)^2 + \Gamma^2}$



半导体内各种载流子复合过程的简单描述

▶ 自发辐射复合

 $R_{\rm sp} = Bnp \qquad \text{in } [\text{s}^{-1}\text{cm}^{-3}]$

➢ Shockley-Read-Hall (SRH) 复合

由界面态、缺陷态或深能级杂质所形成的复 合中心引起。这种过程一般不能满足动量守 衡条件,在声子参与下完成。

 $R_{\rm SRH} = A_1 n + A_2 p$

➤ Auger (俄歇) 复合 $R_{Auger} = C_1 np^2 + C_2 n^2 p$

▶ 载流子寿命
总的载流子复合速率为: R = R_{sp} + R_{SRH} + R_{Auger}
⇒ $\frac{dn}{dt} = G - R \implies \frac{d(\Delta n)}{dt} = -\frac{\partial R}{\partial n}(\Delta n) = -\frac{\Delta n}{\tau_e}$ 定义载流子寿命: $\frac{1}{\tau_e} = \frac{\partial R}{\partial n} = \frac{1}{\tau_{sp}} + \frac{1}{\tau_{SRH}} + \frac{1}{\tau_{Auger}}$

hv = E2 - EIEg ≤复合中心 复合中心 HHĹН 北京交通大學



半导体内的电流

▶ 载流子的漂移运动

当有电场存在时,半导体内的自由载流子将在电场作用下作定向漂移运动 形成漂移电流:

 $\mathbf{J}_n = e\mu_n n\mathbf{E}, \quad \mathbf{J}_p = e\mu_p p\mathbf{E}$

 μ_n , μ_p 为电子和空穴的迁移率[cm²V⁻¹s⁻¹]。

> 载流子的扩散运动

当半导体内载流子空间分布不均匀时,载流子将通过扩散运动使其分布趋 于均匀,并在半导体内形成扩散电流:

 $\mathbf{J}_n = eD_n \nabla n, \ \mathbf{J}_p = -eD_p \nabla p, \ D_n \cong \mu_n kT/e, \ D_p \cong \mu_p kT/e$

 D_n , D_p 为电子和空穴的扩散系数[cm²s⁻¹]。

载流子输运方程

 $\mathbf{J}_n = e\mu_n n\mathbf{E} + eD_n \nabla n, \quad \mathbf{J}_p = e\mu_p p\mathbf{E} - eD_p \nabla p$

在准静态情况下: $\mathbf{E} = -\nabla \varphi$ 上述方程可写为:

 $\mathbf{J}_{n} = -e\mu_{n}n\nabla\phi + eD_{n}\nabla n, \quad \mathbf{J}_{p} = -e\mu_{p}p\nabla\phi - eD_{p}\nabla p$





半导体内的载流子动力学方程

▶ 电流连续性方程

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - R_n + \nabla \cdot (-\mu_n n \nabla \varphi + D_n \nabla n)$$
$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - R_n + \nabla \cdot (-\mu_n n \nabla \varphi + D_n \nabla n)$$

▶ 泊松方程

 $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi$

 $\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \varphi) = -\rho$

半导体内的体电荷密度为: $\rho = e(-n + p + N_D^+ - N_A^-)$

 $\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \varphi) = e(n - p - N_D^+ + N_A^-)$

一般可作近似: $N_D^+ \approx N_D, N_A^- \approx N_A$





均匀半导体材料的光电子学特性

> 均匀半导体材料的电学特性

除强电场引发的碰撞电离外,一般电场并不能够在 均匀半导体材料内导致载流子的产生、复合或聚 集,电场只引起载流子的定向运动,形成电流:



 $J_0 = e(\mu_n n_0 + \mu_p p_0) V / L = \sigma_0 E, \quad \sigma_0 = e(\mu_n n_0 + \mu_p p_0)$

 σ_0 为材料的导带率。

均匀半导体材料的光电特性

考虑半导体在功率为P,频率为v的光场均匀照射下的情况。当 $v > E_g/h$ 时,半导体内将产生非平衡光生载流子 δ_n 和 δ_p ,单位时间单位体积内产生的载流子为: $G_n = G_p = \frac{\eta P}{hv^{4I}}$



北京交通大學

非平衡载流子的浓度为: $\delta n = \delta p = G_n \tau \Longrightarrow J = J_0 + \Delta J, \Delta J = e(\mu_n \delta n + \mu_p \delta p) E = \Delta \sigma E$ $\Delta \sigma = e(\mu_n \delta n + \mu_p \delta p) = e(\mu_n + \mu_p) \eta P \tau / (h vAL)$ (光电导)

外电路中的总电流为: $I = JA = J_0A + \Delta JA = I_0 + \Delta I$

 $I_0 = e(\mu_n n_0 + \mu_p p_0) V A / L \quad (\text{IE} \texttt{h} \text{in}) \quad \Delta I = e(\mu_n + \mu_p) \eta P \tau V / (h v L^2) \quad (\text{He} \text{in})$



PN结

▶ PN结的形成

N型: $n \approx N_D \approx N_c e^{(F_n - E_c)/kT} \Rightarrow E_c - F_n \approx \ln(N_c/N_D)/kT$ P型: $p \approx N_A \approx N_v e^{(E_v - F_p)/kT} \Rightarrow F_p - E_v \approx \ln(N_v/N_A)/kT$ 当N型与P型半导体相结合时,在交界面附近电子 和空穴均存在很大的浓度梯度并分别向P区和N区 扩散,同时在P区和N区留下带负电荷的受主和带 正电荷的施主离子,形成空间电荷区和内建电 场,使N区和P区之间产生电势差,形成扩散势垒 以阻碍载流子的扩散,并最终达到平衡。此时, 整个材料具有统一的Fermi能级。

> 耗尽区近似

PN结的电学性质一般可根据具体边界条件,通过 求解电流连续性方程和泊松方程,并结合载流子的 Fermi统计分布获得。

耗尽区近似: 假定在空间电荷区内载流子浓度为零, 据此可以通过简单的运算得到PN结电学性质较为准确的结果。







PN结势垒

▶ PN结势垒 耗尽区内的电荷密度: $\rho(x) = \begin{cases} eN_D & -x_n < x < 0 \\ -eN_A & 0 < x < x_n \end{cases}$ $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho(x) \implies \frac{dE}{dx} = \begin{cases} eN_D/\varepsilon_n & -x_n < x < 0\\ -eN_A/\varepsilon_p & 0 < x < x_p \end{cases}$ $\left(eN_D(x+x_n)/\varepsilon_n - x_n < x < 0\right)$ $E(x) = \begin{cases} \frac{-eN_A(x-x_p)}{\varepsilon_p} & 0 < x < x_p \\ 0 & x < -x_n \text{ or } x > x_p \end{cases}$ $(V_0 [=(F_n - F_p)/e]$ $x < -x_n$ $\frac{d\varphi}{dx} = -E \implies \varphi(x) = \begin{cases} V_0 - eN_D(x + x_n)^2 / (2\varepsilon_n) & -x_n < x < 0\\ eN_A(x - x_p)^2 / (2\varepsilon_p) & 0 < x < x_p \end{cases}$ $x > x_n$ **耗尽区宽度** D(x) 连续: $N_D x_n = N_A x_p \phi(x)$ 连续: $V_0 = \frac{eN_D x_n^2}{2\varepsilon_n} + \frac{eN_A x_p^2}{2\varepsilon_p} = V_{0n} + V_{0p}$ 耗尽区宽度 Χp $x_{w} = x_{n} + x_{p} = \left[\frac{2\varepsilon_{n}\varepsilon_{p}V_{0}}{eN_{A}N_{D}(\varepsilon_{n}N_{A} + \varepsilon_{n}N_{D})}\right]^{1/2}(N_{A} + N_{D})$



PN结能带图

▶ PN结能带





PN结特性的总结



Properties of the pn junction.





正向偏置PN结

▶正向偏置PN结的能带图

$$\varphi(x) = \begin{cases} V_0 - V_A & x < -x_n \\ V_0 - V_A - eN_D(x + x_n)^2 / (2\varepsilon_n) & -x_n < x < 0 \\ eN_A(x - x_p)^2 / (2\varepsilon_p) & 0 < x < x_p \\ 0 & x > x_p \end{cases}$$

耗尽区宽度被压缩为: $\begin{bmatrix} 2\varepsilon_n\varepsilon_n(V_0-V_A) \end{bmatrix}^{1/2}$

$$x_w = x_n + x_p = \left[\frac{2\varepsilon_n \varepsilon_p (\varepsilon_0 - \varepsilon_A)}{eN_A N_D (\varepsilon_p N_A + \varepsilon_n N_D)}\right] \quad (N_A + N_D)$$

▶ 准Fermi能级与载流子分布 在N型区: n_N(x)=N_{cN}e^{[F_n(x)-E_c(x)]/kT}, p_N(x)=N_{vN}e^{[E_v(x)-F_p(x)]/kT}</sup> 在P型区: n_P(x)=N_{cP}e^{[F_n(x)-E_c(x)]/kT}, p_P(x)=N_{vP}e^{[E_v(x)-F_p(x)]/kT}





正向偏置PN结的 I-V 特性









反向偏置PN结





PN结光电效应





北京交通大學

主要半导体材料的光电子学特性