编者按　人口问题是影响城市经济社会发展的重要因素。对城市人口进行预测具有重要的现实意义。人口预测的方法有许多种,其结果精确度差别较大,该文,作者采用灰色系统等维灰数递补动态预测模型进行人口动态预测,取得了满意的结果。刊登该文希望能为相关研究提供一种新的方法。

城市人口系统等维灰数递补动态模型探讨

龙文,黄汉明,赵东泉,覃邦余　(广西师范大学物理与电子工程学院,广西桂林541004)

摘要　应用灰色系统等维灰数递补动态预测模型,对桂林市的人口进行了动态预测。通过检验表明,该模型合理,能够为城市政府部门的决策提供科学依据。

关键词　等维灰数递补动态模型;城市人口系统;灰色系统
中图分类号　F323.6　　文献标识码　A　　文章编号　0517-6611(2007)36-11740-02

Research on Gray Dynamic Model with Equal Dimension in the Urban Population System

LONG Wen et al　(College of Physics and Electronic Engineering, Guangxi Normal University, Guilin, Guangxi 541004)

Abstract　The quantity of urban population affects economical and social development of the city directly, the population problem is the key factor restricting the urban development, and therefore, there is important operation significance in researching on the urban population. In this paper the gray number dynamic model with equal dimension in gray system was used to forecast to the population of Guilin. It was proved that this model reasonable, thus it could provide scientific basis of decision-making for the city government.

Key words　Gray number dynamic model with equal dimension; Urban population system; Gray system

城市人口的数量直接影响着其经济、社会的发展,人口问题一直是制约城市发展的第一因素,因此,对城市人口进行研究有着重要的现实意义。人口总数的预测是城市人口问题最基本的内容之一。目前,对人口总数的预测模型[1]主要有:马尔萨斯模型、逻辑斯蒂克模型、离散模型和阻滞模型等。笔者运用灰色系统等维灰数递补动态预测模型建模原理,根据桂林市1994～2003年的人口数据,建立了桂林市人口的等维灰数递补动态预测模型,并对桂林市未来人口进行预测,为城市政府部门制定人口控制决策提供了科学依据。

1　灰色系统建模原理和方法

灰色系统理论是邓聚龙教授在20世纪80年代初提出的数学理论[2]:一个系统,如果其内部信息部分已知,部分未知,则称为灰色系统。任何一个复杂系统,比如城市人口系统,究竟含有多少影响因素,是很难确定的,既有社会经济的,也有自然环境的,还有科学技术的等等。这些因素有些是确定的,有些是不确定的,所以说,城市人口系统是一个既含有许多已知信息,又存在许多未知或未确定信息的灰色系统。灰色系统理论把受众多因素影响而又无法确定那些复杂关系的量称为灰色量[2],对灰色量进行预测,是从自身的时间序列中寻找有用信息建立和利用模型,并进行预测。

灰色系统等维灰数递补动态预测模型,其数学原理是:用已知数列建立的GM(1,1)模型预测得到第一个预测值(灰数),将其补充在已知数列之后,同时去掉其第一个已知数据,保持数据序列的等维,然后再建立GM(1,1)模型预测下一个值。如此循环,逐个预测,依次递补,直至完成预测目的或达到一定的精度要求为止。

模型建立步骤[3-4]:

(1)给定原始数据序列:$X^{(0)}=[X^{(0)}(1),X^{(0)}(2),\cdots,X^{(0)}(n)]$,分别从$X^{(0)}$序列中,选取不同长度的连续数据作为子序列,确定任一子数据序列:$X_i^{(0)}=[X^{(0)}(1),\cdots,X^{(0)}(m)]$。

(2)对子数据序列作一次累加生成,记为:$X_i^{(1)}=[X^{(1)}(1),X^{(1)}(2),\cdots,X^{(1)}(m)]$,其中,$X^{(1)}(t)=\sum_{k=1}^{t}X^{(0)}(k)$,$t=1,2,\cdots,m$。

(3)构造矩阵B与Y:

$$B=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2}(X^{(1)}(2)+X^{(1)}(1)) & 1\\ -\frac{1}{2}(X^{(1)}(3)+X^{(1)}(2)) & 1\\ \cdots & \cdots\\ -\frac{1}{2}(X^{(1)}(m)+X^{(1)}(m-1)) & 1\end{bmatrix}$$

$$Y^T=[X^{(0)}(2)\quad X^{(0)}(3)\quad\cdots\quad X^{(0)}(m)]$$

(4)用最小二乘法求解系数$\hat{\alpha}$:

$$\hat{\alpha}=[a\quad b]^T=(B^TB)^{-1}B^TY$$

(5)建立GM(1,1)模型:

$$\frac{dX^{(1)}(t)}{dt}+aX^{(1)}(t)=b$$

及时间响应函数:

$$\hat{X}^{(1)}(k+1)=[X^{(0)}(1)-\frac{b}{a}]e^{ak}+\frac{b}{a},k=1,2,\cdots,m$$

(6)还原求出$X^{(0)}$的模拟值:

$$\hat{X}^{(0)}(k)=\hat{X}^{(1)}(k+1)-\hat{X}^{(1)}(k)$$

(7)模型检验,主要是残差检验:

$$\varepsilon(k)=X^{(0)}(k)-\hat{X}^{(0)}(k)$$

相对误差:

$$\triangle\varepsilon=\frac{|\varepsilon(k)|}{X^{(0)}(k)}$$

2　实例分析

根据《广西统计年鉴》[5]、《桂林统计年鉴》[6]及桂林市统

作者简介　龙文(1977-),男,湖南邵阳人,硕士研究生,研究方向:系统建模与分析。

收稿日期　2007-08-03

计局的资料,笔者搜集了桂林市1994～2003 年的人口统计数分别为55.05 万、57.20 万、58.82 万、60.35 万、61.32 万、62.27 万、64.50 万、66.83 万、69.09 万、71.00 万。然后运用灰色动态GM(1,1) 模型,采用等维灰数递补动态预测模型的建模方法,对桂林市人口进行不同序列长度的预测。

桂林市人口的时间序列:

$$X^{(0)} = \{55.05, 57.20, 58.82, 60.35, 61.32, 62.27, 64.50, 66.83, 69.09, 71.00\}$$

一般来说,短序列预测比长序列预测要好[7]。因此,笔者分别选取五维(1994～1998)、六维(1994～1999) 和七维(1994～2000) 3 个不同序列,建立GM(1,1) 模型,进行灰数递补预测。由上述人口序列选取5 个连续数据组成一个子序列记为:

$$X^{(0)} = \{55.05, 57.20, 58.82, 60.35, 61.32\}$$

对 $X^{(0)}$ 作一次累加生成,得:

$$X^{(1)} = \{55.05, 112.25, 171.07, 231.42, 292.74\}$$

确定矩阵 B 与 Y:

$$B^T = \begin{bmatrix} -83.65 & -141.66 & -201.24 & -262.08 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y^T = [57.20 \quad 58.82 \quad 60.35 \quad 61.32]$$

由此得出: $a = -0.023$, $b = 55.40$。所以五维(1994～1998) 灰色预测模型为:

$$\frac{dX^{(1)}}{dt} - 0.023X^{(1)} = 55.40$$

时间响应式为: $\hat{X}^{(1)}(k+1) = 2463.74e^{0.023k} - 2408.69$

根据上述五维灰色模型建立的原理,可以得出六维(1994～1999) 和七维(1994～2000) 的灰色预测模型分别为

$$\frac{dX^{(1)}}{dt} - 0.021X^{(1)} = 55.74$$

$$\frac{dX^{(1)}}{dt} - 0.022X^{(1)} = 55.49$$

由等维灰数递补模型建模的原理,根据模型预测得到第一个预测值,把它放在已知数列之后,去掉第一个数据,组成新的序列,再重新建立灰色模型,从而得到一系列的模型。通过上述模型预测桂林市的人口以及误差分析,结果如表1 所示。

对以上五维～七维3 种短序列的灰数递补预测值及其误差检验,分析结果如下:3 种短序列的递补预测相对误差较小,精度较高。其中以六维序列的预测值与实际值最为接近,平均相对误差为0.47%。

根据以上对桂林市总人口预测的实例分析,运用最新的五维～七维序列对桂林市未来总人口进行预测,结果如表2 所示。

表1　桂林市五维、六维和七维灰数递补预测值

年份	人口 万人	五维 (1994～1998)	误差 %	六维 (1994～1999)	误差 %	七维 (1994～2000)	误差 %
1999	62.27	62.83	0.89				
2000	64.50	64.30	0.31	63.94	0.68		
2001	66.83	66.90	0.10	66.53	0.44	66.75	0.11
2002	69.09	69.58	0.68	69.04	0.07	68.56	0.68
2003	71.00	71.46	0.64	70.51	0.71	70.62	0.87

表2　桂林市2004～2010 年总人口灰数动态预测结果

年份	总人口∥万人			年自然增长率∥%		
	五维 (1999～2003)	六维 (1998～2003)	七维 (1997～2003)	五维	六维	七维
2004	73.32	73.49	73.27	3.26	3.50	3.19
2005	75.26	75.68	75.53	2.64	2.97	3.08
2006	77.25	77.83	77.86	2.64	2.84	3.08
2007	79.47	80.13	80.12	2.87	2.95	2.90
2008	81.70	82.44	82.53	2.80	2.88	3.00
2009	83.92	84.82	84.85	2.71	2.88	2.81
2010	86.43	87.14	87.20	2.99	2.73	2.76

3　结论

在任何一个灰色系统的发展过程中,随着时间的推移,将会不断地有一些随机扰动或驱动因素进入系统,在实际应用中,必须考虑这些因素,随时将每一个新得到的数据置入原序列中,建立新信息模型。由上述实例分析可知,等维灰数递补动态GM(1,1) 模型数据量小,精度较高,具有较强的实用性和有效性,是比较理想的预测方法。但是,灰色预测作为一种方法有其自身的局限性,它主要是反映数据的规律性,而不能完全反映各种非规律性的社会因素对预测的影响,所以在做决策时不能完全依赖于预测的结果。

参考文献

[1] 贺建勋.系统建模与数学模型[M].福州:福建科学技术出版社,1994.
[2] 邓聚龙.灰色系统理论教程[M].武汉:华中理工大学出版社,1990.
[3] 刘思峰,郭天榜,党耀国.灰色系统理论及其应用[M].北京:科学出版社,1999.
[4] 王学萌,张继忠,王荣.灰色系统分析及实用计算程序[M].武汉:华中科技大学出版社,2001.
[5] 广西壮族自治区统计局.广西统计年鉴[M].北京:中国统计出版社,1995-2004.
[6] 桂林市统计市.桂林统计年鉴[M].北京:中国统计出版社,1995-2004.
[7] 郝永红,王学萌.灰色动态模型及其在人口预测中的应用[J].数学的实践与认识,2002(9):813-820.