

利用信号 non-circular 特性的信源个数检测算法

郑春弟^{1,2}, 冯大政¹, 周¹

(1. 西安电子科技大学 雷达信号处理重点实验室, 陕西 西安 710071;
2. 海军兵种指挥学院 装备教研室, 广东 广州 510430)

摘要: 在 non-circular 信号的情况下, 提出了信源个数检测算法. 通过使用 non-circular 信号椭圆协方差不为零的特点将可利用阵元个数加倍, 并利用酉变换将快拍数加倍, 提高了数据协方差矩阵的估计精度, 在此基础上改进了信息论检测准则. 仿真实验表明新算法具有收敛速度快、角度分辨力高和可检测信号个数多等优点.

关键词: 信号检测; 最小描述长度准则; 阵列信号处理

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-2400(2006)03-0466-05

Detection of number of sources via exploitation of non-circular property

ZHENG Chun-di^{1,2}, FENG Da-zheng¹, ZHOU Yi¹

(1. Key Lab. of Radar Signal Processing, Xidian Univ., Xi'an 710071, China; 2. Teaching and Research Section of Weapons Equipment, Naval Services Command Academy, Guangzhou 510430, China)

Abstract: We present in this paper a new number-of-sources-detecting algorithm for non-circular sources. In the proposed method, due to the non-circularity characteristics of the sources, we can employ the conjugate measurements and unitary transformation in the covariance matrix, and as a result the sensors and snapshots are doubled. It is shown that the new method can handle more sources than the MDL, and that it has a better angular resolution. In addition, the rate of convergence of the proposed method is faster than that of conventional algorithms.

Key Words: detection of signals; MDL; array processing

在空间谱估计技术中, 估计信源个数是一个关键问题. 对于 MUSIC^[1], ESPRIT^[2,3] 这些基于特征子空间的算法, 均需确切知道入射信号的个数, 对信号个数不准确的估计将导致对信号与噪声子空间的错误划分, 致使两者之间不完全正交, 从而严重影响 MUSIC, ESPRIT 这些空间谱估计算法的精度. 利用信息论准则, 文[4]提出了信号个数检测的 AIC(Akaike 信息论)和 MDL(最小描述长度)算法; 文[5]提出了 AIC 和 MDL 算法的一般形式 EDC(有效检测)算法. AIC 算法不是一致估计, 即在大快拍数的场合仍然有较大的误差概率; 和 AIC 算法相比, MDL 算法尽管是一致估计但却在低信噪比、小样本情况下有较高的误差概率. 对上述算法的改进可分为: (1)修改对数似然函数^[6,7]; (2)修改惩罚函数^[8,9]; (3)改进对接收数据协方差矩阵的估计^[10]; (4)采用多阵列^[11].

现代数字通信系统和卫星系统广泛使用诸如 BPSK, ASK, AM 和 PAM 等调制的 non-circular 信号, 如何利用这类信号源的特点来改进阵列信号处理的性能已经成为当前的一个研究热点^[12~15]. 但利用 non-

circular 信号来提高信源数的检测能力仍是一个空白。

笔者基于 non-circular 信号的特点改进了 EDC 算法,并给出了一种改进的信息论检测算法.先利用信号源特点和酉变换改进对接收数据相关矩阵的估计,修改惩罚函数,在此基础上提高检测性能。

1 问题的描述

1.1 non-circular 信号

通常将诸如 BPSK,ASK,AM 和 PAM 等调制的信号称为 non-circular 信号^[14].一般情况下使用均值 $E[x]$ 、协方差 $E[xx^H]$ 和椭圆协方差 $E[xx^T]$ 等一阶和二阶统计性能来描述信号.一个复值随机变量被称为 circular 信号,如果它的统计特征不随旋转变换而改变,即对于任意的 ϕ, x 和 $x \exp(j\phi)$ 有着相同的概率密度,这意味着椭圆协方差 $E[xx^T] = 0$ ^[12].但是对于 BPSK,ASK,AM 和 PAM 等这些信号而言其椭圆协方差 $E[xx^T]$ 不为 0,故称为 non-circular 信号.因此在重新构建接收数据时不仅可使用 $E[xx^H]$ 而且还可使用 $E[xx^T]$,相当于多了一个可用信息,这是 non-circular 信号与传统信号的最大区别之处。

1.2 数据模型

考虑一个有 M 个全向阵元的线阵,阵元之间间隔为 $d(d \leq \lambda/2, \lambda$ 表示波长),假设有 p 个中心频率为 f_0 的窄带信号从远场以不同的方向 $\{\theta_k\}$ 入射天线。

此时接收信号可表示为
$$Y(t) = A s(t) + n(t) \quad (1)$$

$$R = E[Y(t) Y^H(t)] = A R_s A^H + \sigma^2 I \quad (2)$$

其中 $A = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_p)]$, $n(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_m(t)]^T$,

$$a(\theta_k) = [1, \exp(j\omega_0 \tau(\theta_k)), \dots, \exp(j(M-1)\omega_0 \tau(\theta_k))]^T, \quad s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_p(t)]^T,$$

$$R_s = E[s(t) s^H(t)], \quad t = 1, 2, \dots, N, \quad A \in C^{M \times p}, \quad s(t) \in C^{p \times 1}, \quad n(t) \in C^{M \times 1}.$$

$n(t)$ 是一个均值为 0, 方差为 σ^2 的复加性白噪声,定义 $\omega_0 = 2\pi f_0, \tau(\theta_k) = d \sin \theta_k / c, c$ 表示电磁波速度, N 表示快拍数, I 为 $M \times M$ 的单位阵。

R 的特征值分解可表示成 $R = \sum_{i=1}^M \lambda_i e_i e_i^H, \lambda_i$ 表示特征值, e_i 为与 λ_i 对应的特征向量。

1.3 EDC 信息论准则

EDC 信息论准则是 Zhao 等人提出的信息论准则的一般形式,可表示为

$$EDC(\hat{p}) = -L(\hat{p}) + D(\hat{p}) C(N) \quad (3)$$

$$L(\hat{p}) = N(M - \hat{p}) \log \left\{ \left(\prod_{k=\hat{p}+1}^M \lambda_k \right)^{1/(M-\hat{p})} / \left((1/(M-\hat{p})) \sum_{k=\hat{p}+1}^M \lambda_k \right) \right\} \quad (4)$$

其中 $D(\hat{p})$ 表示 R 的自由度, $C(N)$ 满足如下条件:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (C(N)/N) = 0 \quad (5)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (C(N)/(\log \log N)) = \infty \quad (6)$$

当 $C(N)$ 满足上述条件时,准则 EDC 具有一致性。

选择不同的 $C(N)$ 可得到 AIC 和 MDL 算法:

$$AIC(\hat{p}) = -2L(\hat{p}) + 2D(\hat{p}) \quad (7)$$

$$MDL(\hat{p}) = -L(\hat{p}) + 0.5D(\hat{p}) \log(N) \quad (8)$$

显然 AIC 算法不满足条件式(6),所以它不是一致估计,而 MDL 同时满足条件式(5),(6),是强一致估计.选择使 $EDC(\hat{p})$ 达到最小的那个 \hat{p} 作为对信号个数的估计值,此时的 $\hat{p} \in (0, 1, 2, \dots, M-1)$ 。

2 基于 non-circular 信号的信源个数检测算法

上述信息论准假设信号 $s(t)$ 是一个复的平稳的各态历经的高斯随机过程,其均值为零,协方差矩阵为正定矩阵.文献[16]指出在信号分布特性与信息论准则的假设条件不匹配的情况下仍然可使用信息论准

则,并且性能不受影响.文献[10]通过采用前后向平滑技术改善对矩阵 \mathbf{R} 的估计来提高 AIC 和 MDL 准则的估计性能.酉变换通过构造一个中心复共轭对称矩阵将复值运算转化为实值矩阵运算,不仅减少了运算量而且提高了估计精度,因此可利用酉变换结合 non-circular 信号统计特性来改善对 \mathbf{R} 的估计^[12].

在 non-circular 信号的情况下,可通过定义 $\mathbf{Y}^{(nc)'} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^* \end{bmatrix} \in \mathbf{C}^{2M \times N}$ 来“加倍”可利用的阵元个数,如果此时直接求协方差矩阵可得

$$\mathbf{R}' = E[\mathbf{Y}^{(nc)'} \mathbf{Y}^{(nc)'}{}^H] = E\left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}^H & \mathbf{Y}^T \end{bmatrix} \right\} = E \begin{bmatrix} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^H & \mathbf{Y} \mathbf{Y}^T \\ \mathbf{Y}^* \mathbf{Y}^H & \mathbf{Y}^* \mathbf{Y}^T \end{bmatrix}. \quad (9)$$

因为对于 non-circular 信号而言, $E[\mathbf{Y} \mathbf{Y}^T]$ 和 $E[\mathbf{Y}^* \mathbf{Y}^H]$ 不为 0,所以可通过重新构造接收数据矩阵来增加可利用的阵元个数,而一般的高斯随机信号则没有这个性质可利用.

为了使用酉变换,定义
$$\mathbf{Y}^{(nc)} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y} \\ \mathbf{\Pi}_M \mathbf{Y}^* \end{bmatrix} \in \mathbf{C}^{2M \times N}. \quad (10)$$

$\mathbf{\Pi}_M \in \mathbf{R}^{M \times M}$ 是一个反对角线上的元素为 1,其余元素为 0 的实值交换矩阵.

构造一个中心复共轭对称矩阵:
$$\mathbf{Z}^{(nc)} = [\mathbf{Y}^{(nc)}, \mathbf{\Pi}_{2M} \mathbf{Y}^{(nc)*} \mathbf{\Pi}_N] \in \mathbf{C}^{2M \times 2N}. \quad (11)$$

此时不仅将阵元个数加倍,而且将快拍数加倍.将 $\mathbf{Z}^{(nc)}$ 分成两块 $\mathbf{Z}^{(nc)} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1^{(nc)} \\ \mathbf{Z}_2^{(nc)} \end{bmatrix}$,式中 $\mathbf{Z}_1^{(nc)}$ 和 $\mathbf{Z}_2^{(nc)}$ 具有相同的维数.

定义
$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \text{real}(\mathbf{Z}_1^{(nc)} + \mathbf{\Pi}_M \mathbf{Z}_2^{(nc)*}) & -\text{imag}(\mathbf{Z}_1^{(nc)} - \mathbf{\Pi}_M \mathbf{Z}_2^{(nc)*}) \\ \text{imag}(\mathbf{Z}_1^{(nc)} + \mathbf{\Pi}_M \mathbf{Z}_2^{(nc)*}) & \text{real}(\mathbf{Z}_1^{(nc)} - \mathbf{\Pi}_M \mathbf{Z}_2^{(nc)*}) \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{2M \times 2N}, \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{R}}^{(nc)} = (1/2N) \mathbf{Z} \mathbf{Z}^H. \quad (13)$$

这样经过酉变换,将接收数据转换为实值矩阵不仅减少和运算量,而且增加了可利用的信息,使得对 $\mathbf{R}^{(nc)}$ 的估计更加精确, $\text{real}(\cdot)$, $\text{imag}(\cdot)$ 分别表示实部和虚部.

因为 $\hat{\mathbf{R}}^{(nc)}$ 为 $2M \times 2M$ 实值协方差矩阵,所以似然比检测的自由度应该修正为

$$D(\hat{p}) = p + 1 + 2Mp - [p + 0.5p(p - 1)] = 0.5p(4M - p + 1) + 1. \quad (14)$$

尽管此时的信号不是平稳的各态历经的高斯随机变量, $L(\hat{p})$ 变为广义似然比检测统计量,但仍然可使用条件式(5),(6)来选择 $C(N)$.由于在酉变换过程中快拍数已被加倍,因此需要选择一个比 $0.5 \log N$ 大的值来反映酉变换对惩罚函数的影响,也就是说应该选择一个更适合 $\hat{\mathbf{R}}^{(nc)}$ 的 $C(N)$ 来体现酉变换的作用.此处通过给出一个经验值 $C(N) = 0.8 N^{1/3}$ ($0.5 \log N < 0.8 N^{1/3}$),提出一种改进型信息论检测准则——NC-ITD 准则.

$$\text{NCITD}(\hat{p}) = -L(\hat{p}) + 0.8 D(\hat{p}) N^{1/3} = -L(\hat{p}) + 0.4 \hat{p}(4M - \hat{p} + 1) N^{1/3}. \quad (15)$$

容易证明 $C(N) = 0.8 N^{1/3}$ 满足条件式(5),(6),所以 NC-ITD 准则也是一个强一致估计.选择使式(15)最小的 \hat{p} 作为对信号个数的估计.

上文已经指出信息论准则仍然适用于 non-circular 信号,所以在使用协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}^{(nc)}$ 来改善检测性能的情况下 EDC 准则只要稍作修改仍可用于检测信源数(修改自由度和系数即可),而文中提出的 NC-ITD 算法只是其中的一个特例.此时改进型的 AIC 和 MDL 准则可用下式表示:

$$\text{NCAIC}(\hat{p}) = -L(\hat{p}) + \hat{p}(4M - \hat{p} + 1), \quad (16)$$

$$\text{NCMDL}(\hat{p}) = -0.5L(\hat{p}) + 0.25\hat{p}(4M - \hat{p} + 1) \log(N). \quad (17)$$

3 实验结果与性能分析

为了验证文中提出的 NC-ITD 和 NC-MDL 准则的有效性,选择 MDL^[4] 和 FB-MDL 准则^[10] 与其进行对比.实验中使用阵元间隔 $d = \lambda/2$ 的等距线阵,信号为 BPSK 调制信号,噪声为均值为 0,方差 $\sigma^2 = 1$ 的复高

斯白噪声. 下面给出不同情况下的 1000 次独立仿真实验结果.

图 1 为阵元数 $M = 10$, 快拍数固定在 $N = 100$, 信噪比变化情况下使用 5 个不同方向的来波 ($\theta_1 = 10^\circ, \theta_2 = 20^\circ, \theta_3 = 30^\circ, \theta_4 = 40^\circ, \theta_5 = 50^\circ$) 下的正确检测概率曲线. 可看出使用 non-circular 信号特点改善对 $R^{(nc)}$ 的估计后, 性能比不使用信号源特点提高 5~9 dB, 其中 NC-ITD 准则的性能最好, NC-MDL 准则次之, 传统 MDL 准则最差.

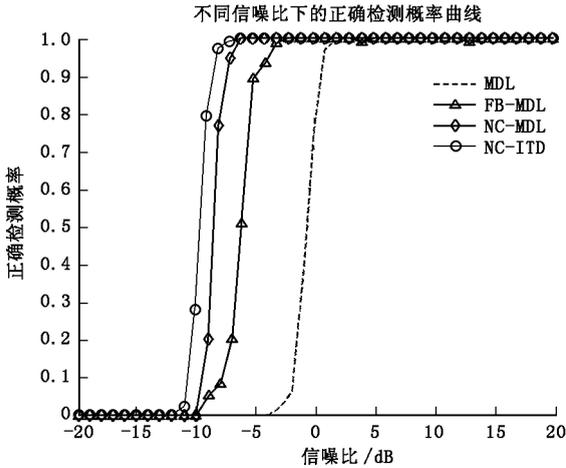


图 1 快拍数固定、信噪比变化时的性能对比曲线

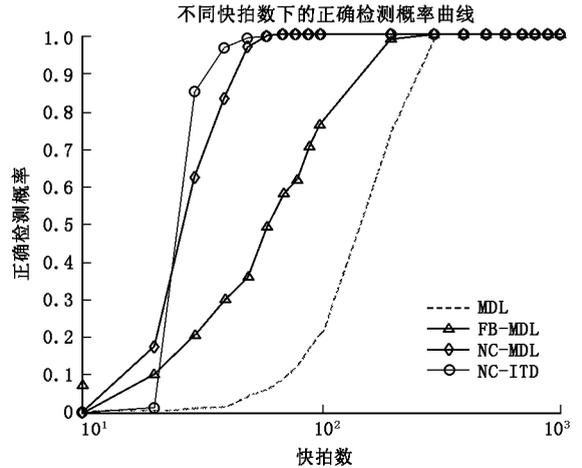


图 2 信噪比固定、快拍数变化时的性能对比曲线

图 2 中信噪比固定在 -5 dB 快拍数变化, 其他条件与图 1 相同. 小样本 ($N \leq 10$) 情况下 FB-MDL 准则的性能较好, 但随着样本数的增加其收敛速度比 NC-ITD 和 NC-MDL 准则的收敛速度慢, 当样本数增加到一定程度后 NC-ITD 和 NC-MDL 准则的正确检测概率明显高于 FB-MDL 和 MDL 准则的正确检测概率, 其中 NC-ITD 准则的收敛速度最快, NC-MDL 准则次之, 传统 MDL 准则最慢.

图 3 为阵元数 $M = 10$, 信噪比和快拍数固定在 -5 dB, $N = 100$, 两个来波角度间隔变化情况下的正确检测曲线 (第一个来波角度固定在 10°), 此时 NC-ITD, NC-MDL 准则较 FB-MDL, MDL 准则性能有 $2^\circ \sim 4.5^\circ$ 的提高, 即使用 non-circular 信号特点后角度分辨性能更好.

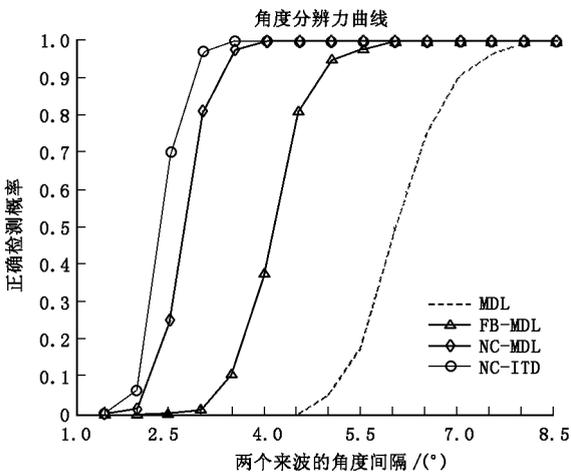


图 3 角度分辨力

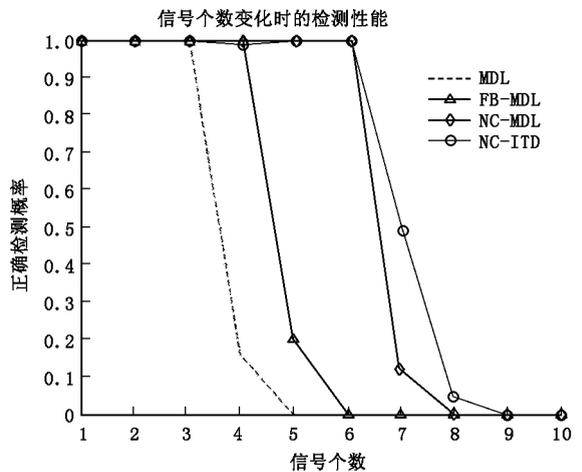


图 4 对信号个数的检测性能

图 4 为阵元数 $M = 6$, 信噪比和快拍数固定在 10 dB, $N = 100$, 信号个数变化 (信号间的波达方向间隔为 10°) 情况下的正确检测概率曲线. 由于在重新构造接收数据矩阵时使用 non-circular 信号特点来“加倍”可利用的阵元个数, 所以同等条件下 NC-ITD, NC-MDL 准则较 FB-MDL, MDL 准则可检测更多的信号, 而且前者可检测比阵元个数多的信号. 理论上, 在信噪比和快拍数足够高的情况下 FB-MDL, MDL 准则最多可检测 $M - 1$ 个不相干信号^[16], 而 NC-ITD, NC-MDL 准则检测的信号个数却可以大于 M 个.

NC-ITD, NC-MDL 准则较 FB-MDL, MDL 准则性能提高的主要原因在于: 1) 使用信号源的特点, 增加

了可利用的阵元个数,即阵元数加倍;2)采用酉变换来改善对协方差矩阵的估计,增加了可利用的快拍数,即快拍数加倍.而 NC-ITD 准则较 NC-MDL 准则性能有所提高是因为在满足条件式(5),(6)的前提下,适当增加了快拍数在惩罚函数中的比重而导致的.

4 结束语

在信号源为 non-circular 的情况下,根据其椭圆协方差 $E[\mathbf{x}\mathbf{x}^T]$ 不为零的特点,重新构造接收数据,相当于将天线阵元个数加倍,并通过酉变换增加了快拍数,而且将数据转化为实值矩阵,在此基础上改进信息论检测准则(NC-EDC),并给出了 NC-AIC,NC-MDL,NC-ITD 算法的表达式.文中提出的 non-circular 信号的信息论检测准则不仅在低信噪比下改善了检测性能而且具有收敛速度快、角度分辨力高和可处理信号数多等优点.

参考文献:

- [1] Schmidt R O. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
- [2] Roy R, Kailath T. ESPRIT—Estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques[J]. IEEE Trans on ASSP, 1989, 37(7): 984-995.
- [3] Huang Lei, Wu Shunjun, Feng Dazheng, et al. A Low Computational Complexity ESPRIT Method[J]. Journal of Xidian University, 2005, 32(4): 570-573.
- [4] Wax M, Kailath T. Detection of Signals by Information Theoretic Criteria[J]. IEEE Trans on ASSP, 1985, 33(2): 387-392.
- [5] Zhao L C, Krishnaian P R, Bat Z D. Remarks on Certain Criteria for Detection of Number of Signals[J]. IEEE Trans on ASSP, 1987, 35(2): 129-132.
- [6] Wong K M, Zhang Q T, Reilly J P, et al. On Information Theoretic Criteria for Determining the Number of Signals in High Resolution Array Processing[J]. IEEE Trans on ASSP, 1990, 38(11): 1959-1974.
- [7] Wu Q, Fuhrmann D R. A Parametric Method for Determining the Number of Signals in Narrow-band Direction Finding [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1991, 39(8): 1848-1857.
- [8] Riddef F D, Pintelon R, Schoukens J, et al. Modified AIC and MDL Model Selection Criteria for Short Data Records [A]. IEEE IMTC Instrumentation and Measurement Technology Conference[C]. Como: IEEE, 2004. 1713-1717.
- [9] Williams D B. Counting the Degrees of Freedom When Using AIC and MDL to Detect Signals[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1994, 42(11): 3282-3284.
- [10] Xu G, Roy R H, Kailath T. Detection of Number of Sources Via Exploitation of Centro-symmetry Property[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1994, 42(1): 102-112.
- [11] Zhang Q T, Wong K M. Information Theoretic Criteria for the Determination of the Number of Signals in Spatially Correlated Noise[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1993, 41(4): 1652-1663.
- [12] Charge P, Wang Y, Saillard J. A Root-MUSIC for Non Circular Sources[A]. Proc IEEE ICASSP[C]. Salt Lake City: IEEE, 2001. 2985-2988.
- [13] Delmas J P. Asymptotically Optimal of DOA for Non-circular Sources from Second Order Moments[A]. Proc IEEE ICASSP[C]. Hong Kong: IEEE, 2003. 185-188.
- [14] Haardt M, Romer F. Enhancements of Unitary for Non-circular Sources[A]. Proc IEEE ICASSP[C]. Montreal: IEEE, 2004. 101-104.
- [15] Abeida H, Delmas J P. Stochastic Cramer-rao Bound of DOA Estimates for Non-circular Gaussian Signals[A]. Proc IEEE ICASSP[C]. Montreal: IEEE, 2004. 253-256.
- [16] Fishler E, Grosmann M, Messer H. Detection of Signals by Information Theoretic Criteria: General Asymptotic Performance Analysis[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2002, 50(5): 1027-1036.