

## 基于 AutoCAD 自动建模技术的任意形状导体 电容 MoM 计算<sup>1</sup>

翟会清 李 龙 苏 涛 梁昌洪

(西安电子科技大学电子工程学院 西安 710071)

**摘 要:** 该文首先研究了任意形状导体的 AutoCAD 自动建模, 得出了基于三角形面片的任意形状导体表面的模型。接着着重研究了利用矩量法求解任意形状导体的理论基础, 推导出了任意三角形自作用单元的解析公式以及互作用单元的数值解。最后, 给出了一些二维, 三维的任意导体的数值结果, 并且给出了这些数值结果的 Richardson 外推值, 计算结果与文献以及精确解都吻合的比较好, 从而说明了该方法的有效性和准确性。

**关键词:** 任意形状导体电容, AutoCAD, 矩量法, Richardson 外推

**中图分类号:** TN015 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)02-0332-05

## The MoM Solution for the Capacitance of an Arbitrary Shaped Conducting Body Based on AutoCAD Modeling

Zhai Hui-qing Li Long Su Tao Liang Chang-hong

(School of Electronic Engineering, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

**Abstract** The auto-modeling of an arbitrary shaped conducting body is studied by the software AutoCAD firstly, and the surface model of the conducting body is achieved on base of many basic triangle meshes. Then the basic theory of the solution for the capacitance of an arbitrary shaped conducting body is presented by method of moment, and the closed-form of diagonal matrix elements and the numerical result of off-diagonal matrix elements are deduced. Finally, some examples of two-dimensional and three-dimensional bodies are given, at the same time the Richardson's extrapolations of these numerical results are calculated. The results agree well with the corresponding close-form and the reference value in literature. Thus the method's accuracy and high efficiency are illuminated.

**Key words** The capacitance of an arbitrary shaped conducting body, AutoCAD, Method of moment, Richardson's extrapolation

### 1 引言

任意形状导体的电容在通信, 电力等领域都有广泛的实用前景。对于一些形状规则, 如圆板, 球体等导体, 一般我们可以采用精确公式对其电容进行计算, 而实际中我们所用到的大部分是不规则的电导体, 如何能够准确地求解这些导体的电容也一直是人们研究的热点, 例如文献 [1,2] 对方块平板电容作了研究, 分别提出了稀疏单元法<sup>[1]</sup>, 非对角单元计算的点选配闭式<sup>[3]</sup>和 Galerkin 解析闭式<sup>[2]</sup>。对于方板来说, 我们可以方便地对其进行小方形剖分, 这样我们就很容易利用以上文献的理论对其电容进行求解。但对于大部分形状的导体 (包括三维的) 表面是不可能用平面四边形进行有效的逼近, 这就在模型处理和理论上给我们带来很大困难。

鉴于此, 在模型处理方面, 我们首先利用 AutoCAD 软件对任意导体表面进行了有效的三角形面片剖分逼近, 并用提取的三角形顶点信息, 生成原始数据文件。然后对这些原始数据进行

<sup>1</sup> 2002-09-24 收到, 2003-03-10 改回

二次开发, 得到我们程序能够直接处理的数据信息文件。在矩量法理论中, 我们仍然应用点选配方法, 着重解析处理自作用单元, 而用数值解来求解相互作用单元, 从而很好地解决了阻抗矩阵的求解。最后, 利用文献 [4] 就很容易求解出任意形状导体的电容。为了加快电容值收敛, 以及很好地解决电大导体电容值, 我们采用 Richardson 外推, 最终求得任意导体电容的收敛值。

## 2 任意形状导体的 AutoCAD 自动建模

AutoCAD 是一开放的图形设计平台, 可以容易而精确地绘制图形, 并且提供了多种手段进行二次开发。

### 2.1 任意形状导体表面的平面近似

分析任意导体的静电问题, 常常假定表面是理想导体边界 (PEC), 所关心的仅仅是“外表面”的问题。所以, 应该首先得到任意导体表面的平面近似, 即导体的表面由多个平面连缀表示。AutoCAD 中, 相同的视觉呈现可以有不同的实现方法。特别是在三维图形中, 有点线模型、线面模型和实体模型。本文中, 将基本的对象定位为“三维面”, 即 AutoCAD 中的 3DFace, 任意散射体的表面都应该是由 3DFace 连缀而成。对于规则的散射体, 可以首先绘制三维网格面, 而后再“炸开”, 就得到了很多 3DFace 了; 对于复杂的散射体, 通常得到的是实体模型, 一是 AutoCAD 软件直接绘制的三维实体 (3DSolid), 一是由其他软件, 甚至是实际测绘数据得到的模型。无论对于以上哪一种, 采用简单的格式转换方法就可以得到 3DFace 连缀表示的表面描述。

### 2.2 散射体表面三角形离散化

前面的工作已经把散射体表面近似为一系列 3DFace, 下面将进一步把各个 3DFace 划分成小三角形。在 AutoCAD 中, 3DFace 包括 4 个点的信息。也就是说, 一个 3DFace 可能是四边形, 也可能退化为三角形 (四点中有两点相等)。即使对于三角形, 也可能需要对其进行进一步划分, 以得到更小的三角形。通过传统的递归算法最终得到所需要尺寸的小三角形。这样就可以提取小三角形面片顶点信息, 生成原始数据文件 (\*.raw)。最后对这些原始数据进行二次开发, 得到能够直接处理的数据信息文件。

## 3 理论基础

### 3.1 求解阻抗矩阵

任意导体如图 1 所示, 设任意导体表面电荷密度为  $\sigma(r')$ , 则空间任意一点的静电位为

$$\Phi(r) = \int \int_s \frac{\sigma(r')}{4\pi\epsilon|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} ds \quad (1)$$

设板上的边界条件是  $\phi = V$  (常数), 此时的积分方程是

$$V = \int \int_s \frac{\sigma(r')}{4\pi\epsilon|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} ds, \quad \mathbf{r} \text{ 在 } S \text{ 上} \quad (2)$$

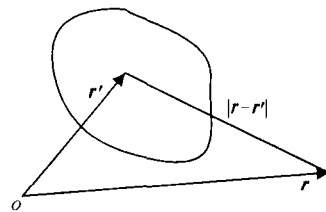


图 1 任意导体模型图

对任意导体表面进行三角形剖分, 设脉冲基展开

$$\sigma(r') = \sum_{n=1}^N a_n P_n(r') \quad (3)$$

其中

$$P_n(r') = \begin{cases} 1, & \mathbf{r}' \text{ 在三角形 } \Delta S_n \text{ 上} \\ 0, & \mathbf{r}' \text{ 在所有其他三角形 } \Delta S_m \text{ 上} \end{cases} \quad (4)$$

于是

$$V = \sum_{n=1}^N a_n \int \int_{\Delta S_n} \frac{ds}{4\pi\epsilon |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (5)$$

采用点选配

$$w_m = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_m) \quad (6)$$

其中  $\mathbf{r}_m$  为第  $m$  个三角形面片的重心点, 则

$$\langle \text{Lu}, w_m \rangle = \int \int_s \text{Lu} \cdot w_m dx dy \quad (7)$$

其中 Lu 代表式 (5) 的右侧, 最终

$$V = \sum_{n=1}^N a_n \int \int_{\Delta S_n} \frac{ds}{4\pi\epsilon |\mathbf{r}_m - \mathbf{r}'|} = 1, \quad \text{设 } V = 1 \quad (8)$$

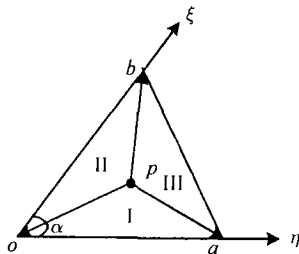


图 2 三角形单元面积坐标

其中

$$I_0^I = \int_{S_{\Delta 1}} \frac{1}{R} ds' = \frac{2\Delta}{3a} \ln \left( \frac{\sqrt{4a^2 + b^2 - 4ab \cos \alpha} + 2a - b \cos \alpha}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha} - a - b \cos \alpha} \right) \quad (10)$$

$$I_0^{II} = \frac{2\Delta}{3b} \left( \frac{\sqrt{a^2 + 4b^2 - 4ab \cos \alpha} + 2b - a \cos \alpha}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha} - b - a \cos \alpha} \right) \quad (11)$$

$$I_0^{III} = \frac{2\Delta}{3B} \ln \left( \frac{2\sqrt{a^2 + 4b^2 - 4ab \cos \alpha} + (a^2 - b^2)/B + 3B}{2\sqrt{4a^2 + 4b^2 - 4ab \cos \alpha} + (a^2 - b^2)/B - 3B} \right) \quad (12)$$

$$B = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha}, \quad \Delta \text{ 为三角形面积} \quad (13)$$

我们可以看到上面的结果是独立于总体坐标的, 只需要给出三角形单元划分的边长和夹角或各顶点坐标, 则上式的积分唯一确定, 其结果适合于任意三角形。

### 3.3 互作用单元项的处理

由于在电磁问题中互作用单元相对于自作用单元来说是弱项。故我们在这里主要采用数值积分来处理互作用单元项。常用的处理该表达式的数值积分是 Gauss 积分形式<sup>[5]</sup>。

在三角形单元中, 自然坐标为面积坐标, 积分形式如下:

$$\int_0^1 \int_0^{1-\eta} F(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M W^{(k)} F(\xi_k, \eta_k, \zeta_k) \quad (14)$$

### 3.2 自作用单元所含积分项 $I_0 = \int_{S_{\Delta}} \frac{1}{R} ds' =$

$\int_{S_{\Delta}} \frac{1}{|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}'|} ds'$  解析处理

由于在处理电磁问题中各单元之间的自作用起主要作用, 故我们采用解析处理。

引入面积坐标, 如图 2 所示。

$$I_0 = I_0^I + I_0^{II} + I_0^{III} \quad (9)$$

式中  $M$  为求积采样点的数目,  $(\xi_k, \eta_k, \zeta_k)$  表示采样点,  $W^{(k)}$  表示权重。

通过以上对自作用单元和互作用单元的处理, 我们最终就可以得到阻抗矩阵。从而根据文献 [4] 就很容易求得任意导体的电容值。

## 4 数值结果及讨论

### 4.1 二维情况

方形板导体 (如图 3 所示), 设方板大小为  $1\text{m} \times 1\text{m}$ , 外加电压为  $1\text{V}$ , 计算结果如表 1 所示。

表 1 利用三角形剖分的方板电容值

面片数	步长 (最大边长)	电容值 (pF)	相对误差
4	1.0	33.7536	17.26%
16	0.5	36.8202	9.74%
64	0.25	38.6406	5.28%
256	0.125	39.6520	2.80%
1024	0.0625	40.1979	1.46%
4096	0.03125	40.4881	0.75%
Richardson 外推值: 40.7941pF			

基于上述结果, 我们对其进行了 Richardson 外推<sup>[6,7]</sup>, 文献 [2] 中所给的电容值的外推值分别为  $40.8097\text{pF}$  和  $40.8087\text{pF}$ , 我们的外推值与给出的这两个外推值最大的相对误差为  $3.8 \times 10^{-4}$ , 可见我们理论的有效性和精确性。

### 4.2 三维情况

(1) 旋转椭球导体 如图 4 所示, 设旋转椭球的长轴为  $a$ , 短轴为  $b$ , 设其外加电压为  $1\text{V}$ 。其结果如表 2 所示。为了说明该方法的正确性及有效性, 我们把旋转椭球的精确解<sup>[8]</sup> 亦给出。

表 2 利用三角形剖分的旋转椭球导体电容值

$a/b$	面片数	矩量法 (pF)	精确解 (pF)	相对误差
2	1104	145.3759	146.3316	0.6531%
3	1104	177.3241	178.5272	0.6739%
4	1104	207.3278	208.8352	0.7218%
5	1104	235.9113	237.7708	0.7821%

(2) 立方体导体电容 这里我们举出一立方体, 已知立方体的边长为  $1\text{m}$ , 外加电压为  $1\text{V}$ , 如图 5 所示。结算结果如表 3 所示。

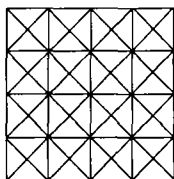


图 3 方板三角形剖分

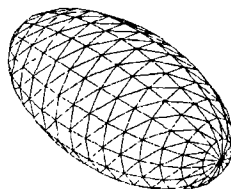


图 4 旋转椭球三角形剖分

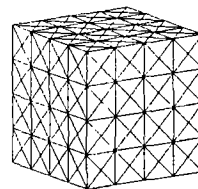


图 5 立方体三角形剖分

表 3 利用三角形剖分的立方体电容值

面片数	步长 (最大边长)	电容值 (pF)	相对误差
24	1.0	69.31130963	5.36%
96	0.5	71.52103173	2.33%
384	0.25	72.55850510	1.18%
1536	0.125	73.02498990	0.54%
6144	0.0625	73.23413643	0.26%
Richardson 外推值: 73.42168855pF			

同样我们对数值计算结果进行了 Richardson 外推, 文献 [9, 10] 中所给的电容值分别为 73.28 pF 和 73.35 pF, 文献 [11] 给出的单位立方导体对单位导体球归一化电容值为:  $\bar{C}_0 = 0.6606780 \pm 0.0000004$ 。为了比较, 我们给出本文结果对单位导体球的归一化值:  $\bar{C} = C/4\pi\epsilon_0 = 0.6607952$ , 两者的最大相对误差为 0.01706%。可见, 在我们 MoM 计算结果的基础上, 经过我们外推以后其结果已经达到相当高的精度。

## 5 结论

本文基于 AutoCAD 自动建模技术对任意形状导体表面进行三角形剖分, 分别对三角形自作用单元的解析处理以及互作用单元数值处理, 使得处理任意导体的表面电容最终成为可能。文中给出的例子很好地说明了求解理论的有效性及准确性, 并且利用数值结果的外推值我们最终快速地给出了任意形状导体电容的收敛值, 为工程上快捷而准确地求解任一形状大型导体的电容提供了一条有效的途径。

## 参 考 文 献

- [1] Cheng D K, Liang C H. Thinning technique for moment method solutions. *Proc. IEEE*, 1983, 71(2): 265-266.
- [2] Kuo J T, Su Ke-Ying. Analytical evaluation of the MoM matrix elements for the capacitance of a charged plate. *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.*, 2002, MTT-50(5): 1435-1436.
- [3] Bancroft R. A note on the moment method solution for the capacitance of a conducting flat plate. *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, 1997, AP-45(11): 1704-1705.
- [4] Harrington R F. *Field Computation by Moment Methods*. New York: Macmillan, 1968: 29-34.
- [5] 金建铭 (美), 王建国译, 葛德彪校. 电磁场有限元方法. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1998.2: 92-93.
- [6] 吕涛, 石济民, 林振宝. 分裂外推与组合技巧. 北京: 科学出版社, 1998: 1-8.
- [7] 蔡耀志. 数值逼近. 杭州: 浙江大学出版社, 1991: 94-96.
- [8] 虞福春, 郑春开. 电动力学. 北京: 北京大学出版社, 1992: 31-32.
- [9] Nabors K, Kim S, White J. Fast capacitance extraction of general three-dimensional structures. *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.*, 1992, MTT-40(7): 1496-1506.
- [10] Ruehli A E, Brennan P A. Efficient capacitance calculations for three-dimensional multi-conductor systems. *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.*, 1973, MTT-21(2): 76-82.
- [11] Mascagni M. First and last passage random walk algorithms. Mathematics and Computational Sciences Division's Seminar Series in Gaithersburg, MD, Dec. 2001: 1-36.

翟会清: 男, 1978 年生, 博士生, 主要研究方向为电磁场数值计算、电磁兼容、电磁散射与逆散射等研究工作。  
 李 龙: 男, 1977 年生, 博士生, 主要研究方向为电磁场数值计算、电磁兼容、孔耦合理论研究。  
 苏 涛: 男, 1974 年生, 博士生, 主要从事电磁场数值计算、电磁优化设计、复杂目标建模等方面的研究工作。  
 梁昌洪: 男, 1943 年生, 教授, 博士生导师, 曾任西安电子科技大学校长, 中国电子学会会士, IEEE Senior member, 研究方向包括计算场论、计算微波、微波网络理论、电磁散射与逆散射、电磁兼容等方面。