

# 分裂法与 FFT 技术相结合的电路动态分析<sup>1</sup>

任洪林 陈学允 侯文斌\*

(哈尔滨工业大学电气工程系 哈尔滨 150001)

\*(黑龙江电力职工大学电力系 哈尔滨 150001)

**摘 要** 提出了分裂法与 FFT 技术相结合的动态电路分析法,把复杂动态电路分割成若干个线性子电路和一组联络支路(线性和非线性)。在任意长时间间隔内,用多端动态电源等效替代线性子电路。在互联电路的计算中,应用了 FFT 技术。该方法可降低分析复杂电路的难度,提高计算效率。

**关键词** 动态电路, 分裂法, FFT 技术

**中图分类号** TN701

## 1 引 言

文献 [1, 2] 提出了动态电路新的分裂算法,利用在任意长时间间隔内,各子电路的自由动态过程及子电路自身所固有的冲激(或阶跃)响应特性,求解出了原电路的实际动态过程,并引入了子电路的等效多端动态电源模型及其用于数值计算的离散时域模型。应用上述方法分析动态电路,在每一次积分步长的计算中,不需要确定原电路的所有状态值。对子电路内部状态变量的计算,可在各子电路内完成。这降低了分析电路的难度,减少了计算量。但是,在互联电路的计算中,应用了离散卷积运算。显然,当卷积运算的离散值增多时,计算量将急剧膨胀。为此,文中提出了分裂法与 FFT 技术相结合的动态电路分析法。弥补了在文献 [1, 2] 算法中存在的不足。

## 2 电路的时域等效模型

复杂动态电路总可以划分成若干个线性子电路和一组联络支路。若在时间  $t = 0$  时刻,电路发生换路。在  $t = qT$  时刻 ( $q$  为非负整数,  $T$  为电路分割至缝合的时间间隔),移去联络支路,并分开各子电路之间的公共节点,则原电路被分割成一些线性子电路和一组联络支路。从分割时刻起,各独立子电路(外端子开路或 / 或短路)都将继续进行自己的动态过程。这个动态过程是由子电路内部的独立电源和分割前储存在储能元件中的能量产生的,因此,被称为子电路的自由动态过程。自由动态过程在独立子电路内客观地存在,并不取决于相连的外部子电路。

由文献 [1, 2], 在时间段  $qT < t \leq (q+1)T$  内,各线性子电路可用多端动态电源等效替代。多端动态电源的类型(多端动态电压源、电流源及混合电源)取决于独立子电路外端子的状态(开路或 / 或短路)。本文以多端动态电压源等效替代原电路中的线性子电路,其等效互联电路如图 1 所示。其中给出了 A 子电路的等效多端动态电压源。

若各子电路之间及子电路和联络支路之间不存在磁耦合及电的控制联系,则子电路外端子的电压与电流的表达式为

$$\mathbf{u}_b^A(t') = \int_{0'}^{t'} \mathbf{z}^A(t' - \tau) \mathbf{i}_b^A(\tau) d\tau + \mathbf{e}^A(t') \quad (1)$$

(1) 式中,  $t' = t - qT$  ( $0' < t' \leq T$ ),  $0'$  对应于电路的分割时刻,  $\mathbf{u}_b^A$  和  $\mathbf{i}_b^A$  为 A 子电路外端子的电压、电流向量,  $\mathbf{e}^A$  为其理想电压源向量,其值等于从分割时刻起,外端子的开路

<sup>1</sup> 1999-04-20 收到, 2000-02-05 定稿  
教育部留学回国人员科研启动基金资助项目

电压, 方矩阵  $z^A$  是无源 A 子电路 (内部独立电源和储能元件中的能量为零) 外端子的单位冲激响应函数, 因此, 它不取决于分割电路的时间。文中各子电路的冲激响应函数矩阵 (如  $z^A$ ) 具有下列形式:

$$z^A(t') = R^A(t') + r_\delta^A \delta(t') \tag{2}$$

(2) 式中,  $R^A(t')$  为连续时间函数方矩阵,  $r_\delta^A$  为数值方矩阵,  $\delta(t')$  为单位冲激函数。根据子电路等效多端动态电源的上述物理含义, 可用任何已知的方法求得, 其中包括实验法。在多微处理器计算机及计算机群组中, 可并行计算各子电路的等效多端动态电源模型。

利用数值积分法 (文中采用梯形积分法) 对 (1) 式做近似计算, 在  $t' = nh$  时刻 ( $h$  为积分步长,  $n = 1, 2, \dots, n_{\max}, n_{\max} = T/h$ ), (1) 式可表示为

$$u_b^A[n] = \left( r_\delta^A - \frac{h}{2} R^A[0'] \right) i_b^A[n] + \sum_{k=0}^{n-1} h R^A[k] i_b^A[n-k] + (h/2) R^A[n] i_b^A[0'] + e^A[n] \tag{3}$$

以子电路的等效电压源支路为树支, 联络支路为连支, 如图 1 所示。为简单起见, 设联络支路中不存在储能元件。应用 KVL 定理对图 1 进行分析, 并考虑 (3) 式, 可得方程:

$$(r - 0.5hR[0']) i_b[n] + \sum_{k=0}^{n-1} hR[k] i_b[n-k] = e[n] - 0.5hR[n] i_b[0'] \tag{4}$$

式中

$$r = r_b + B_A r_\delta^A B_A^T + B_B r_\delta^B B_B^T + \dots + B_D r_\delta^D B_D^T,$$

$$R[k] = B_A R^A[k] B_A^T + B_B R^B[k] B_B^T + \dots + B_D R^D[k] B_D^T,$$

$$e[n] = e_b[n] - (B_A e^A[n] + B_B e^B[n] + \dots + B_D e^D[n]).$$

上式中, 上标 “T” 代表矩阵的转置,  $r_b, e_b$  和  $i_b$  分别为联络支路的电阻方矩阵, 电压源和支路电流向量,  $B_A, B_B, \dots$  分别为相对应于子电路 A, B,  $\dots$  的主回路矩阵。向量  $i_b[0']$  为分割前联络支路中的电流值, 该值取决于分割前原电路的整体状态。(4) 式为计算电路图 1 的离散数值方程。

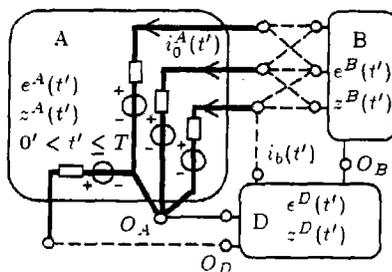


图 1 复杂电路时域等效模型

### 3 FFT 技术的应用

为应用 FFT 技术求解卷积方程 (4) 式, 引入下列周期为  $N(N \geq 2n_{\max})$  的周期点列矩阵, 且在一个周期内有以下关系:

(1) 当  $1 \leq n1 \leq n_{\max}$  时,  $\hat{e}[n1] = e[n1] - 0.5hR[n1]i_b[0']$ .

(2) 当  $n_{\max} < n1 \leq N$  时,  $\hat{e}[n1] = 0$ .

(3) 当  $0 \leq n1 < n_{\max}$  时,  $\hat{R}[n1] = R[n1]$ .

(4) 当  $n_{\max} \leq n1 < N$  时,  $\hat{R}[n1] = 0$ . 上式中,  $n1$  为整数变量. 由上述周期点列矩阵构成方程:

$$(r - 0.5hR[0'])\hat{i}_b[n1] + \sum_{k=0}^{N-1} h\hat{R}[k]\hat{i}_b[n1 - k] = \hat{e}[n1] \quad (5)$$

如上所述, 在  $1 \leq n \leq n_{\max}$  内,

$$\hat{i}_b[n1] = i_b[n1] \quad (6)$$

(5) 式为周期离散卷积方程. 取  $N = 2^m$  ( $m$  为正整数), 可利用 FFT 算法计算方程 (5) 式. 对 (5) 式进行离散傅里叶变换得

$$\hat{R}_f[j]\hat{I}_b[j] = \hat{E}[j], \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

式中

$$\hat{R}_f[j] = \text{FFT}\{\hat{R}[k]\} + r - 0.5hR[0'], \quad k = 0, 1, \dots, N-1;$$

$$\hat{E}[j] = \text{FFT}\{\hat{e}[k]\}, \quad k = 1, 2, \dots, N;$$

$$\hat{I}_b[j] = \text{FFT}\{\hat{i}_b[k]\}, \quad k = 1, 2, \dots, N.$$

由方程 (7) 式求出  $\hat{I}_b[j]$  后, 对其进行 IFFT 变换, 可得到  $\hat{i}_b[n1]$ , 由 (6) 式可得  $i_b[n]$ .

#### 4 电路动态过程的计算

计算出联络支路的电流向量  $i_b[n]$  后, 各子电路外端子状态变量可由下式求出 (A 子电路)

$$i_b^A[n] = B_A^T i_b[n] \quad (8)$$

因此, 计算各子电路内部状态变量的动态过程可在子电路内完成. 如 A 子电路内部状态变量  $x_A[n]$  可写成

$$x_A[n] = x_A^f[n] + x_A'''[n] \quad (9)$$

(9) 式中,  $x_A^f[n]$  为内部状态变量的自由动态过程, 该量可在独立 A 子电路内求得,  $x_A'''[n]$  为只有外端子状态变量  $i_b^A[n]$  作用时, A 子电路内部状态变量的动态过程. 在  $t' = nh$  时刻, 利用梯形数值积分法求得的向量  $x_A'''[n]$  的解为

$$x_A'''[n] = \sum_{k=1}^{n-1} h\beta_A^B[k]i_b^A[n-k] + 0.5h(\beta_A^B[0']i_b^A[n] + \beta_A^B[n]i_b^A[0']) \quad (10)$$

(10) 式中,  $\beta_A^B[k]$  为无源 A 子电路外端子作用于单位冲激电流源时, 内部状态变量的动态过程.

经上述分析计算, 在  $qT < t \leq (q+1)T$  时间段内, 得到了原电路状态变量的实际动态过程. 为求得在观察时间段内电路的动态过程可采用下列两种方法. 其一, 增大  $T$  值, 使其等于电路动态过程的时间, 该方法需要较大的计算机内存. 其二, 多次分割电路, 在得到上述计算结果后, 把在  $t = (q+1)T$  时刻原电路的状态值, 当做下一次分割电路的初始值, 重新分割电路.

例 1 图 2 为由 A, B 和 C 三个线性子电路组成的电子电路. 元件参数为  $R_1 = 5k\Omega$ ,  $R_2 = 50\Omega$ ,  $R_3 = 50\Omega$ ,  $R_4 = 100\Omega$ ,  $R_5 = 5.7k\Omega$ ,  $R_L = 50\Omega$ ,  $E = 1V$ . 三极管选用如图 3 所示的模型. 其参数为  $R_{BB'}$  =  $50\Omega$ ,  $R_{B'E}$  =  $576\Omega$ ,  $R_{CE}$  =  $22.2k\Omega$ ,  $C_{B'E}$  =  $4.04pF$ ,  $C_{B'C}$  =  $0.882pF$ ,  $g_m = 0.18S(i_C = g_m u_{B'E})$ . 在  $t = 0$  时刻, 电路发生换路, 且各储能元件的初始值为零. 电路动态过程时间  $T_{max} = 2.5 \times 10^{-9}s$ .

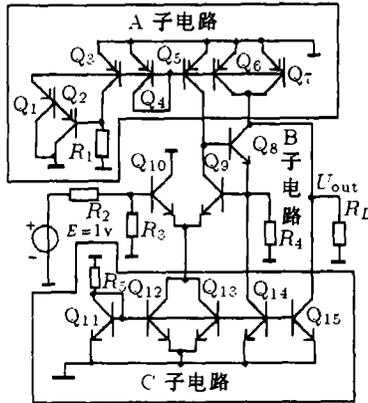


图 2 线性电子电路

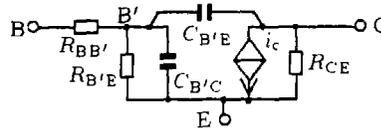


图 3 三极管模型

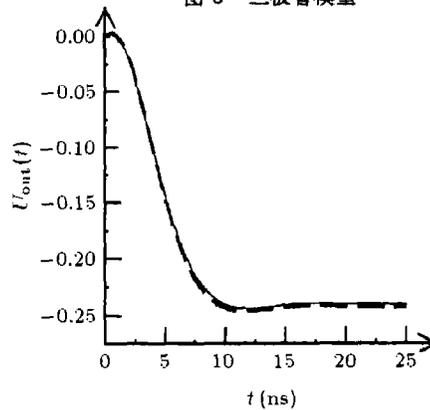


图 4 负载端  $R_L$  的电压动态过程曲线  $U_{out}(t)$

选择  $h = 2 \cdot 10^{-13}s$ ,  $T = 10^{-11}s$ , 则  $n_{max} = 50$ , 电路分割、缝合的总次数  $q_{max} = 250$ . 选取周期变化点列的周期 ( $N = 128$ ). 应用文中方法所求得负载端  $R_L$  电压动态过程  $U_{out}(t)$ (实线) 与应用 PSPICE 软件计算的结果 (虚线) 如图 4 所示.

### 5 结 论

- (1) 将电路分割成若干个线性子电路和联络支路 (线性和 / 或非线性), 在子电路之间及子电路与联络支路之间不存在磁耦合及电的控制联系条件下, 应用本文方法可以利用各子电路的自由动态过程及其固有的动态特性, 求解原电路的实际动态过程;
- (2) 子电路的等效多端动态电源模型及其自由动态过程具有明显的物理含义, 可用任何已知的方法求得, 其中包括实验法;
- (3) 本文研究的算法可获得与梯形积分法同样的数值计算精度和稳定性;
- (4) 从前面的讨论和算例可以看出, 用分裂法结合 FFT 技术分析复杂电路的动态过程是有效的. 该方法不仅具有在文献 [1, 2] 所提出算法的特点, 而且, 由于应用了 FFT 技术, 提高了计算效率. 文中论述的方法易于实现复杂动态电路的串、并行算法, 具有实用价值.

### 参 考 文 献

[1] 任洪林, 陈学允, 分裂法在分析电路动态过程中的应用, 电子学报, 1999, 27(10), 122-123.

- [2] М. А. Шакиров, Анализ линейных динамических цепей сопряжением субпроцессов ее подсхем, Радиотехника и электроника, 1996, 41(3), 340-390.

## A NOVEL CIRCUIT DYNAMIC ANALYSIS METHOD USING FFT BASED ON DIAKOPTICS

Ren Honglin    Chen Xueyun    Hou Wenbin\*

(Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

\*(Heilongjiang Electric Power Worker's University, Harbin 150001, China)

**Abstract** This paper presents a novel circuit dynamic analysis method using FFT technique based on diakoptics. The algorithm divides a complex dynamic circuit into some linear sub-circuits and link branches (linear and nonlinear). The linear sub-circuits is replaced with a multi-port dynamic source in any interval. The method makes it easy to analyze a complex circuit and improves the efficiency because FFT technique is applied.

**Key words** Dynamic circuit, Diakoptics, FFT technique

任洪林: 男, 1961 年生, 博士, 研究方向: 分裂法的理论研究及其在电路系统中的应用, 电路与系统的 CAD 技术, 电路系统的故障诊断技术.

陈学允: 男, 1934 年生, 教授, 博士生导师, 中国电机工程学会理事, 研究方向为电力系统.

新书介绍

### 多传感器信息融合及应用

#### Multisensor Information Fusion with Applications

由何友(教授、博士、博士生导师)、王国宏(教授、博士)、陆大铨(教授、博士生导师)、彭应宁(教授、博士生导师)合著的《多传感器信息融合及应用》一书, 已由电子工业出版社出版发行. 该书获 1998 年国家科技学术专著出版基金资助.

本书是作者们在阅读了大量文献资料、总结了国内外研究进展及作者们十余年研究成果的基础上写成的, 包含了作者们在信息融合领域里的许多创新研究成果. 本书全面、系统地介绍了当代多传感器信息融合技术的发展与最新研究成果, 内容丰富, 具有较大的参考价值.

全书共分十五章. 第一章为概述; 第二章介绍状态估计基础; 第三章研究不确定推理技术; 第四章讨论融合系统的功能和结构模型; 第五章研究分布检测融合理论; 第六章讨论集中式多传感器综合跟踪; 第七章研究分布式融合的统计航迹关联算法; 第八章提出分布式融合的模糊航迹关联算法; 第九章讨论雷达与 ESM 关联算法; 第十章介绍红外目标跟踪以及基于雷达和红外的融合跟踪; 第十一章提出多传感器信息融合系统中的状态估计模型; 第十二章讨论信息融合中的航迹文件管理技术; 第十三章讨论属性融合方法在雷达辐射源识别中的应用; 第十四章介绍目标识别融合算法; 第十五章是回顾、建议和展望.

本书涉及的专业面很广, 可供从事信息工程、C<sup>3</sup>I 系统、雷达工程、电子对抗、红外、声纳、模式识别、军事指挥等专业的科技人员阅读和参考, 还可作为上述专业的研究生教材. 同时也可供从事激光、机器人、遥感、遥测、等领域的工程技术人员参考.

全书约 60 万字, 估价 42 元.

电子工业出版社

吴金生