

N、 Δ 重子谱计算中高组态混合 效应的影响*

程子韬 董宇兵 刘宪辉

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1995-06-27 收稿

摘要

本文在 $N \leq 6$ 的组态空间里对 N、 Δ 能谱重新进行了计算，着重考查高组态的混合效应对能谱的影响。结果表明：计算的收敛性很好；在采用适当形式的禁闭位的前提下，高组态的引入可以使某些能级的计算得到明显改善。

关键词 重子谱，高组态混合效应，三体。

1 引言

在 D. Rujula 等人工作的基础上^[1]，很多人采用夸克势模型描述重子谱。虽然取得很大成功，但也存在一些问题。如何能用有限的参数计算出与实验更加符合的重子谱是人们普遍关心的问题。C. S. Kalman 等人在 $N \leq 3$ 的组态空间采用谐振子禁闭位，改善了一些重子谱的计算值^[2]。董宇兵等人则采用具有色屏蔽特点的误差函数型禁闭位并考虑到 $N \leq 4$ 的组态混合，也给出了很好的结果^[3]。但董宇兵等人对于 $N_{1/2^+}$, $N_{1/2^-}$ 和 $N_{5/2^-}$ 这些能谱尚不能很好解释。于是他们采用 D. Gromes 的观点^[4]，认为精细劈裂中自旋-自旋相互作用不够强。他们假设在禁闭位中含有一定的矢量耦合成分重新计算，改善了 $N_{1/2^-}(1520)$, $\Delta_{3/2^-}(1232)$, $N_{5/2^-}(1670)$ 等能级与实验的符合程度，但也使另外一些谱值的计算结果变坏，如 $N_{3/2^-}(1510)$, $\Delta_{1/2^+}(1870)$, $\Delta_{3/2^+}(1550)$, $\Delta_{5/2^+}(1870)$ 等。

Isgur 和 Karl^[5] 等人曾指出，组态混合效应对重子谱的计算有重要影响。但截至目前为止，对于组态空间的选取只考虑到 $N \leq 4$ ^[3]。鉴于此，同时又考虑到重子谱计算中所存在的一些问题，本文在文献[3]的基础上引入 $N \leq 6$ 的组态空间。在暂不考虑禁闭位中的矢量耦合成分的情形下，考察引入高组态后，计算结果的收敛性以及高组态混合效应对计算结果的影响程度。

2 计算结果和讨论

在组份夸克模型中，重子由三个夸克构成。对 u、d 体系，系统的哈密顿量可写为

* 国家自然科学基金资助。

$$\begin{aligned}
 H &= H_0 + V + V^{\text{hyp}}, \\
 H_0 &= \sum_{i=1}^3 \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + \sum_{i < j} \frac{1}{6} m\omega^2 r_{ij}^2 - T_G + B_0 + 3m, \\
 V &= \sum_{i < j} \left(V_{ij}^{\text{conf}} - \frac{1}{6} m\omega^2 r_{ij}^2 + \frac{1}{4} \alpha_s \vec{\lambda}_i \cdot \vec{\lambda}_j \frac{1}{r_{ij}} \right), \\
 V^{\text{hyp}} &= \sum_{i < j} \frac{1}{4} \alpha_s \vec{\lambda}_i \cdot \vec{\lambda}_j \left\{ -\frac{2\pi}{3m^2} \delta^3(\mathbf{r}_{ij}) \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j \right. \\
 &\quad \left. - \frac{3}{4m^2 r_{ij}^3} \left[\frac{(\vec{\sigma}_i \cdot \mathbf{r}_{ij})(\vec{\sigma}_j \cdot \mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^2} - \frac{1}{3} \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j \right] \right\},
 \end{aligned}$$

其中 B_0 为零点能, m 为夸克质量,

$$T_G = \frac{\left(\sum_{i=1}^3 \mathbf{p}_i \right)^2}{6m}$$

是质心动能, V^{hyp} 为精细结构部分, V^{conf} 为色禁闭位.

将 V^{conf} 分别取为线性位和误差函数位, 其形式分别为

$$\begin{aligned}
 V_{\text{erf}}^{\text{conf}}(\mathbf{r}_{ij}) &= -\vec{\lambda}_i \cdot \vec{\lambda}_j \cdot a_1 \cdot \text{erf}(\mu_1 r_{ij}); \\
 V_{\text{lin}}^{\text{conf}}(\mathbf{r}_{ij}) &= -\vec{\lambda}_i \cdot \vec{\lambda}_j \cdot a_2 \cdot r_{ij}.
 \end{aligned}$$

对于 u、d 夸克体系, 内部坐标可选为

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{6}} (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{r}_3),$$

则

$$H_0 = 3m + B_0 + \frac{1}{2m} (\mathbf{p}_\rho^2 + \mathbf{p}_\lambda^2) + \frac{1}{2} m\omega^2 (\rho^2 + \lambda^2).$$

波函数宽度参数 b 为

$$b = \frac{1}{\sqrt{m\omega}}.$$

重子空间部分的内部波函数可用 H_0 的本征态展开

$$\psi = \sum_a C_a \cdot \varphi_a,$$

由 ψ 所满足的 Schrödinger 方程经过对角化可求得重子谱.

考虑到在重子中 u、d 夸克的对称性后所得到的谐振子波函数 φ_a 已由刘宪辉文献[9] 给出.

分别采用线性禁闭位与误差函数禁闭位对 $N_{1/2^+}$ 、 $N_{3/2^+}$ 、 $N_{5/2^+}$ 的能谱进行了计算, 以比较引入 $N \leq 6$ 的组态后这两种禁闭位的优劣, 各参数的选择见表 1, 计算结果见表 2.

由表 2 可以看出, 误差函数禁闭位能给出与实验更加符合的结果, 这与董宇兵等人的结论一致[3]. 以下, 作者采用误差函数禁闭位, 在 $N \leq 6$ 组态空间里对 u、d 夸克体

表 1

	误差函数位	线性位
m (GeV)	0.262	0.262
α_s	0.795	0.795
a_s	0.218 GeV	0.164 GeV /fm
μ_t (fm $^{-1}$)	0.897	0.0

表 2

J^P	误差函数位		线性位		实验值(GeV)
	$N \leq 4$ (GeV)	$N \leq 6$ (GeV)	$N \leq 4$ (GeV)	$N \leq 6$ (GeV)	
$N_{1/2^+}$	0.938	0.938	0.938	0.938	0.938
	1.550	1.471	1.458	1.517	1.430—1.470
	1.696	1.688	1.838	1.833	1.680—1.740
$N_{3/2^+}$	1.782	1.734	1.898	1.932	1.650—1.750
$N_{5/2^+}$	1.755	1.682	1.902	1.936	1.675—1.690
	1.904	1.915	2.098	2.152	1.880—2.175
	1.938	1.952	2.142	2.196	$N(2.00)$

表 3 N 、 Δ 能谱的理论值与实验值

J^P	本文结果 (GeV)		董宇兵等人的结果 (GeV)		实验值[6] (GeV)
	$N \leq 4$	$N \leq 6$	标量势	含矢量成分势	
$N_{1/2^+}$	0.938	0.938	0.936	0.936	0.938
	1.550	1.471	1.496	1.460	1.430—1.470
	1.696	1.688	1.736	1.723	1.680—1.740
$N_{3/2^+}$	1.782	1.734	1.777	1.769	1.650—1.750
$N_{5/2^+}$	1.755	1.682	1.724	1.716	1.675—1.690
	1.904	1.915	1.943	1.944	1.880—2.175
	1.938	1.952	1.986	2.025	$N(2.00)$
$N_{7/2^+}$	1.953	2.01	1.951	1.982	1.950—2.050
$N_{1/2^-}$	1.532	1.467	1.572	1.558	1.520—1.555
	1.635	1.664	1.608	1.662	1.640—1.680
	2.141	2.236	2.089	2.109	$N(2.090)$
$N_{3/2^-}$	1.544	1.476	1.520	1.506	1.515—1.530
	1.701	1.720	1.672	1.724	1.650—1.750
	2.145	2.167	2.037	2.021	$N(2.080)$

续表3

J^P	本文结果 (GeV)		董宇兵等人的结果 (GeV)		实验值[6] (GeV)
	$N \leq 4$	$N \leq 6$	标量势	含矢量成分势	
$N_{5/2}^-$	1.663	1.662	1.630	1.684	1.670—1.685
	2.285	2.222	2.178	2.212	1.900—2.230
$N_{7/2}^-$	2.141	2.156	2.193	2.192	2.100—2.200
$N_{9/2}^-$	2.257	2.181	2.233	2.274	2.170—2.310
$\Delta_{1/2}^+$	1.919	1.913	1.907	1.941	1.870—1.920
$\Delta_{3/2}^+$	1.300	1.290	1.206	1.230	1.230—1.234
	1.784	1.700	1.774	1.850	1.550—1.700
	1.840	1.771	1.856	1.904	1.900—1.970
$\Delta_{5/2}^+$	1.905	1.909	1.933	1.969	1.870—1.920
	1.927	1.928	1.975	2.009	$\Delta(2.00)$
$\Delta_{7/2}^+$	1.918	1.914	1.924	1.994	1.940—1.960
	2.726	2.667	2.387	2.418	$\Delta(2.390)$
$\Delta_{9/2}^+$	2.520	2.305	2.341	2.360	$\Delta(2.300)$
$\Delta_{1/2}^-$	1.619	1.594	1.652	1.623	1.615—1.675
	2.242	2.142	1.989	2.002	1.850—1.950
$\Delta_{3/2}^-$	1.664	1.668	1.653	1.689	1.670—1.770
	2.405	2.386	1.988	2.001	$\Delta(1.940)$
$\Delta_{5/2}^-$	2.245	1.969	1.925	1.928	1.920—1.970
	2.266	2.01	2.341	2.366	$\Delta(2.350)$
$\Delta_{7/2}^-$	2.264	2.172	2.341	2.387	$\Delta(2.200)$
$\Delta_{9/2}^-$	2.390	2.370	2.386	2.412	$\Delta(2.400)$

系的能谱进行计算, 结果见表3.

由表3可得如下结论:

1. 随组态的增加, 计算结果趋于稳定, 这说明考虑高组态混合效应后, 计算的收敛性很好;
2. 对于 $N_{1/2}^+$ 、 $N_{5/2}^+$ 、 $\Delta_{5/2}^+$ 、 $N_{5/2}^-$ 等能谱, 由于考虑了高组态, 同董宇兵及 Kalman 等人的结果相比, 本文的计算结果有明显改善. 在董宇兵等人的计算中, 为改善理论计算与实验值的符合程度, 在误差函数型禁闭位里引入了矢量耦合成分, 而我们在不引入该成分的前提下, 仅靠增加组态就改善了某些态的计算结果. 这说明: 对于某些态的计算是要考虑高组态的混合效应的. 但由于无论是增加组态数目还是在禁闭位中引入矢量耦合成分, 对计算结果的改变都在几十个 MeV 的范围, 故均属修正效应;
3. 选取 $N \leq 6$ 的组态后, $\Delta_{3/2}^+$ 的第二条能级的计算得到了改善. 但与董宇兵的结果类似, $\Delta_{3/2}^+$ 的第三条能级与第二条能级的间距偏小. 仔细研究表三中关于 $\Delta_{3/2}^+$ 的数

据可发现，仅靠增加组态数目并不能解决这一问题，而考虑矢量耦合成分后则可使情形变得更糟。正如上述结论2中所指出的那样，这两者对谱值的影响仅限于几十MeV，与实验上给出的200—300MeV能级差相差甚远，故这个问题只能通过改进夸克—夸克相互作用势(包括禁闭位)或在现在相互作用形式下调节出更好的参数来解决。无论修改相互作用形式还是调整现有参数，都要顾及到所有重子谱，因而是一项十分细致的工作；

4. 总体说来，误差函数型禁闭位用于计算重子谱是非常有效的。这是由于误差函数型禁闭位具有色屏蔽的特点，即在夸克间距离小的区域内表现为近于线性形式，而在距离大时则趋向于一个常数^[7,8]。

总之，我们的研究表明：在重子谱的计算中，在采用适当形式禁闭位的前提下，对某些能级考虑直至 $N \leq 6$ 的高组态的混合是必要的，但对于大多数重子谱，只要考虑到 $N \leq 4$ 就足够了。由于计算结果的收敛性较好，故 $N \geq 8$ 的态在计算重子谱时不必考虑。

参 考 文 献

- [1] A. De Rujula *et al.*, *Phys. Rev.*, **D12**(1975)147.
- [2] C. Kalman *et al.*, *Nuovo Cimento*, **A102**(1989)835.
- [3] 董宇兵、余友文，高能物理与核物理，**17**(1993)651.
- [4] D. Gromes *et al.*, *Z. Phys.*, **C3**(1981)43.
- [5] N. Isgur, G. Karl, *Phys. Rev.*, **D20**(1979)1101.
- [6] Particle data group, *Phys. Rev.*, **D50**(1994)1219.
- [7] E. Learmann *et al.*, *Phys. Lett.*, **B173**(1986)437.
- [8] 杨桦、邓卫真、张宗烨，高能物理与核物理，**16**(1992)241.
- [9] 刘宪辉，Preprint, BIHEP-TH-92-61.

The Effect of High Configuration Space Mixing on N, Δ Spectra

Cheng Zitao Dong Yubing Liu Xianhui

(Institute of High Energy Physics, the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

Received 27 June 1995

Abstract

In this paper, The N, Δ spectra are recalculated in the $N \leq 6$ configuration space, and the effects of high configuration space mixing are emphasized. The calculations converge and show that under a right form of confinement potential, the results for some spectra can be improved definitely with the inclusion of the $N \leq 6$ configuration space.

Key words baryon spectra, effect of high configuration mixing, three body.