

# $^{11}\text{Li}$ 的中子晕结构

段宜武

(湖南师范大学物理系 长沙 410081)

刘桂民

(中国科学院上海原子核研究所 上海 201800)

1993 年 2 月 24 日收到

## 摘 要

将丰中子素  $^{11}\text{Li}$  视为两个价中子和  $^9\text{Li}$  核芯组成的三体系统,采用吸引指数势作为粒子间的两体相互作用,在简谐振子形式下完成了该系统的变分计算.利用形状密度研究了其基态的结构,并给出了关于中子晕的理论解释.

**关键词** 丰中子核  $^{11}\text{Li}$ , 变分计算, 形状密度, 中子晕结构.

## 1 引 言

最近实验技术的发展给研究远离稳定线核的性质提供了新的可能. 一个极有趣的例子是中子滴线附近核, 例如  $^{11}\text{Li}$ ,  $^{14}\text{Be}$  和  $^{17}\text{B}$ , 它们均具有异常大的均方根核半径. 以  $^{11}\text{Li}$  核为代表. 实验上知道,  $^{11}\text{Li}$  具有以下三个典型的特点: (i) 两中子分离能仅为  $210 \pm 80\text{keV}$ . 注意到  $^{11}\text{Li}$  的第一个开道就是  $^9\text{Li} + n + n$  三体道, 因为  $^9\text{Li} + n$  和  $n + n$  两体系统均无束缚态. (ii)  $^{11}\text{Li}$  的均方根核半径为  $3.14 \pm 0.06\text{fm}$ , 远大于从稳定核公式  $\sqrt{3/5}r_0A^{1/3}$  计算出来的  $2.1\text{fm}$ . (iii)  $^{11}\text{Li}$  核碎裂过程中, 核子横向动量分布存在双峰结构, 一个窄峰叠加在宽峰之上. 所有这些特点看起来似乎对所谓的中子晕结构是一个有力的支持.

许多研究表明, 若视  $^{11}\text{Li}$  为  $^9\text{Li} + n + n$  三体系统是有可能从理论上解释这些现象的. 理论上出现较多的是用集团-轨道壳模型, 虽然可以较好地解释中子晕结构, 但对  $^{11}\text{Li}$  的基态能量的计算却高出了  $1-1.4\text{MeV}$ <sup>[1]</sup>. 还有一些工作也是在壳模型基础上的改进<sup>[2]</sup>. 最近任中洲和徐躬耦提出了一个比较简单的三体模型<sup>[3,4]</sup>, 他们成功地解释了  $^{11}\text{Li}$ ,  $^{14}\text{Be}$  和  $^{17}\text{B}$  的异常大核半径、中子晕和软偶极共振, 而且也得到了接近实验的基态能量(例如, 他们算得  $^{11}\text{Li}$  基态能量为  $-0.12\text{MeV}$ ). 他们采用了三角形三条边  $(r_1, r_2, r_3)$  作为坐标, 而以

$$\phi = G \exp[-\alpha(r_1 + r_2) - \beta r_3] \quad (1)$$

作为试探波函数, 其中  $\alpha, \beta$  为变分参数. 本文将对此做一些补充与改进.

我们采用了任中洲等的三体模型, 利用简谐振子乘积波函数作为基矢来展开体系波

函数  $\psi$ ; 进一步利用形状密度来研究体系的三体结构和形状的变化, 成功地解释了体系的中子晕结构.

## 2 研究方法

在简谐振子形式下, 体系的空间波函数可以写成:

$$\psi = \sum_{[K]} C_{[K]} [\varphi_{n_l}(\mathbf{r}) \varphi_{N_L}(\mathbf{R})]_L, \quad (2)$$

其中  $\varphi$  为简谐振子波函数,  $(\mathbf{r}, \mathbf{R})$  为  ${}^9\text{Li} + n + n$  体系的 Jacobi 坐标(图 1),  $(n_l, N_L)$  为两个谐振子波函数的一组量子数, 用  $[K]$  表示.

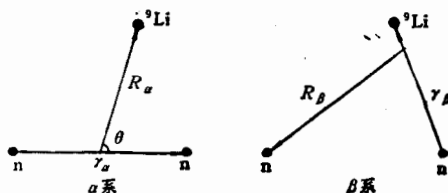


图 1  ${}^9\text{Li} + n + n$  系统的 Jacobi 坐标

在  $(\mathbf{r}, \mathbf{R})$  Jacobi 坐标下, 体系的 Hamiltonian 可写成

$$H = T_r + T_R + U(r_1) + U(r_2) + V(r_3), \quad (3)$$

其中  $r_3$  为  $n$ - $n$  之间距离,  $r_1(r_2)$  为  $n$ - ${}^9\text{Li}$  之间的距离. 根据任中洲、徐躬耦的模型<sup>[3]</sup>, 有  $n$ - $n$  两体势为:

$$V(r_3) = -S(751.541)b^{-2}\exp(-3.5412r_3/b), \quad (4)$$

其中阱深参数  $S = 0.935$ , 力程参数  $b = 2.23\text{fm}$ .

$n$ - ${}^9\text{Li}$  两体相互作用  $U(r_1), U(r_2)$  则为:

$$U(r_1) = -S_c \cdot (N_c + 1)/2N_c \cdot (751.541)b_c^{-2}\exp(-3.5412r_1/b_c), \quad (5)$$

而  $S_c = 0.9$ ,  $b_c = 5.0\text{fm}$ ,  $N_c = 9$  (即核芯核子数).

实际计算中, (2)式求和由下面条件截断:

$$2(n + N) + l + L \leq N_0, \quad (6)$$

其中  $N_0$  为一正整数. 在计算中取  $N_0 = 16$ , 这样, 所用基矢数目在 Jacobi 坐标的  $\alpha$  系中为 95, 而在  $\beta$  系则为 165 ( $\alpha, \beta$  系见图 1). 另外, 在计算 Hamiltonian 矩阵元时利用了广义 Talmi-Moshinsky 变换系数<sup>[5]</sup>, 而波函数(2)则通过对角化 Hamiltonian 矩阵得到.

因为在量子力学描述中, 体系的几何结构是与其最可几形状相关的; 又因为体系的内部运动就表现为形状的变化, 有必要引入形状密度这一概念<sup>[6]</sup>. 一般情况下, 形状密度  $\rho_s$  (其定义参见文献[6]) 是体系处于特定形状在特定取向下的几率密度. 在对原子结构的研究中<sup>[7]</sup> 已经证明了它是探讨量子体系结构和内部运动的有力工具之一. 现在情况下, 由于对  ${}^9\text{Li}$  的基态而言, 波函数与空间取向(三个 Euler 角)无关, 因此, 形状密度  $\rho_s$

$$\rho_s = 8\pi^2 |\phi|^2 r^2 R^2 \sqrt{r^2 + R^2} \sin \theta \quad (7)$$

仅仅是形状  $(r, R, \theta)$  的函数。

### 3 计算结果与讨论

#### 3.1 能级

表1给出我们对  ${}^6\text{Li}$  基态计算的结果。从表中知道,与文[3]一样,  ${}^6\text{Li}$  仍只有一条束缚能级。由于采用了较大的模型空间来展开体系的波函数(因而变分参数更多),从而得到比文[3]更低的基态能量。另外,从波函数的分波权重来看,(0,0)分波(S-分波)占了99%以上,这也证实了文[3]所采用的试探波函数(1)中将  $r_1$  与  $r_2$  同等对待是有道理的,因而他们也能得到合理的结果。

表1  ${}^6\text{Li}$  基态能量及分波道权重 (MeV)

$h$	$E$	$E$ (文[3]结果)	$E_{\text{exp}}$	$W_{(l,L)} (\%)$			
				(0,0)	(2,2)	(4,4)	(6,6)
5	-0.2046			99.46	0.51	0.02	0.001
6	-0.2179	-0.12	-0.21±0.08	99.36	0.60	0.03	0.002
7	-0.2162			99.37	0.58	0.03	0.008

#### 3.2 关联密度分布

从波函数归一条件

$$1 = \int |\phi|^2 d\mathbf{r} d\mathbf{R} \quad (8)$$

出发,可以定义一些几率密度。首先,定义中子的一体密度为:

$$\rho_n(\mathbf{R}_\beta) = \left( \frac{M}{m_n + m_{\text{core}}} \right)^3 \int |\phi|^2 d\mathbf{r}_\beta, \quad (9)$$

式中  $m_{\text{core}}$  为  ${}^6\text{Li}$  核芯的质量,  $m_n$  为中子质量, 总质量  $M = 2m_n + m_{\text{core}}$ ,  $\mathbf{r}_\beta, \mathbf{R}_\beta$  为 Jacobi 坐标的  $\beta$  系(见图1)。

其次,定义两中子分布几率函数为:

$$\rho_{2n}(\mathbf{R}_\alpha) = \int |\phi|^2 d\mathbf{r}_\alpha, \quad (10)$$

$\rho_{2n}$  表示核芯外两价中子相对  ${}^6\text{Li}$  核芯的几率分布。另外,还可定义中子间的关联函数:

$$\rho_{n-n}(\mathbf{r}_\alpha) = \int |\phi|^2 d\mathbf{R}_\alpha. \quad (11)$$

从这些关联密度分布情况可以对粒子间的关联有一个初步印象。由于在当前情况下,波函数与空间取向无关,因此这三个关联密度将只与矢径(模)有关。

图2给出了关于这些关联密度分布的计算结果。读者可将这些结果与文献[2]中的图4-5进行比较。从这些结果可以发现:  ${}^6\text{Li}$  核芯外的两个中子分布得比较靠外,这可以解释  ${}^6\text{Li}$  核的异常大核半径和发现中子晕结构的可能性。但 n-n 关联与文献[2]有所不

同, 在这里,  $n$ - $n$  结合要强一些, 因为我们选择的  $n$ - $n$  相互作用不象[2]那样有强排斥芯。

### 3.3 形状密度与最可几结构

利用形状密度, 在  $\rho_s$  取极值时, 可得到  $^{11}\text{Li}$  作为三体系统时的最可几形状为: 一个底长 2.48fm, 高 2.85fm 的尖等腰三角形 (两个中子在底边两端,  $^9\text{Li}$  核芯位于另一个顶点)。这样的形状与我们采用的势阱参数  $S, S_c, b$  和  $b_c$  有关系。注意到实验上  $^{11}\text{Li}$  核物质均方半径为  $3.14 \pm 0.06\text{fm}$ , 在最可几形状的等腰三角中, 腰长 3.11fm, 即中子与核芯的最可几距离为 3.11fm。这说明, 任中洲他们所取的两体势是合理的。

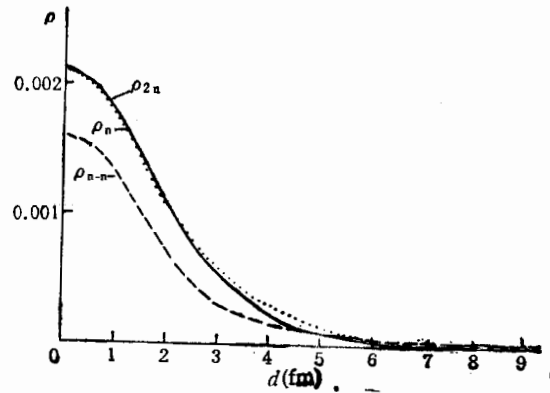


图 2 关联密度分布

其中实线代表  $\rho_{2n}$ , 折线代表  $\rho_{n-n}$ , 虚线代表  $\rho_n$ .  
横坐标  $d$  为两粒子间的距离

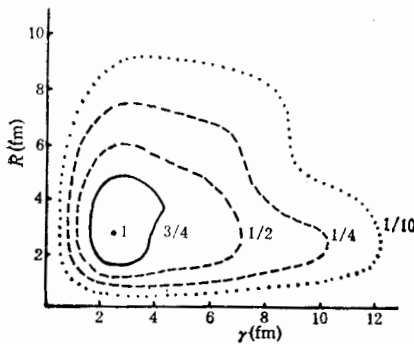


图 3  $\theta = 90^\circ$  时形状密度  $\rho_s$  分布  
以  $\rho_s^{\text{max}} = 0.346$  为单位标记各曲线, 从里到外分别为  $\rho_s^{\text{max}}$  的  $3/4, 1/2, 1/4$  和  $1/10$ 。以下图 4 也如此标记

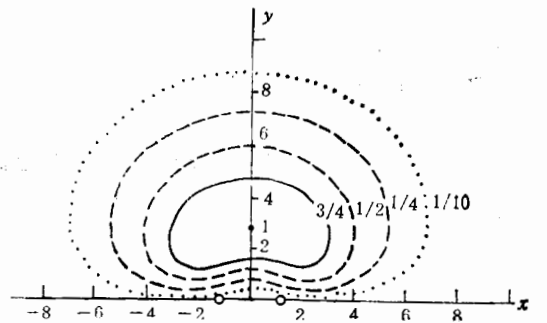


图 4  $r = 2.48\text{fm}$  时形状密度作为  $(R, \theta)$  的函数  $\rho_s(R, \theta, r = 2.48)$  分布情况

其中  $\sqrt{x^2 + y^2} = R, \tan^{-1}(y/x) = \theta$ 。两个外层中子可以认为被冻结在  $x = \pm r/2$  上

图 3 和图 4 给出了形状密度  $\rho_s$  在  $\theta = 90^\circ$  和  $r_a = 2.48\text{fm}$  时的等几率图形。由于所采用的  $n$ - $^9\text{Li}$  两体势并不深, 导致形状密度  $\rho_s$  在  $R_a$  较大处仍有相当的分布; 又由于中子质量相对  $^9\text{Li}$  核芯来说较小, 因而其动能  $\frac{p^2}{2\mu}$  较大, 因此  $\rho_s$  在  $r_a$  较大处也有较大分布<sup>[4]</sup>。这样就导致了两个外层中子较大范围内的运动, 出现中子晕结构。图 4 实际上可以看成两个外层中子相对于  $^9\text{Li}$  核芯的运动, 可见两中子相对  $^9\text{Li}$  核芯存在着摆动现象。这样一种两中子距质心较远的运动势必导致  $^9\text{Li}$  核芯外的中子晕的形成。必须指出, 尽管从图 3 来看, 三体系统存在着两个开道, 即  $^9\text{Li}$  与  $2n$  的分离和  $n$  与  $(^9\text{Li} + n)$  的分离, 但由于在两体势  $V$  和  $U$  的作用下, 任一两体系统均不能形成束缚态, 最终只能是三体分离。

## 4 小 结

尽管我们采用的模型仍十分简单,计算上也不复杂,但在已有的工作<sup>[1]</sup>的基础上,给出了必要的补充和改进:(i)改进了文献[3]的计算,得到了更低的基态能量;(ii)通过形状密度  $\rho_s$  的计算,得到了最可几形状,对文献[3]得到的等边三角形进行了改进;(iii)通过考察形状密度  $\rho_s$  的分布,直观地给出了中子晕形成的证据,也给出了  ${}^9\text{Li} + n + n$  三体系统内部运动的模式。因此,我们的计算对文献[3]是一个有力的支持。

可以设想,类似的研究也适用于对其他丰中子核  ${}^{14}\text{Be}$  和  ${}^{17}\text{B}$  的研究。

作者感谢与鲍诚光教授、傅德基研究员和徐躬耦教授所进行过的讨论,并感谢他们对本文作者的指导。作者之一(段宜武)对李楚良同志的支持表示感谢。

### 参 考 文 献

- [1] K. Ikeda, *Nucl. Phys.*, **A538**(1992) 355c.
- [2] Y. Tosaka and Y. Suzuki, *Nucl. Phys.*, **A512**(1990) 46.
- [3] 任中洲、徐躬耦,高能物理与核物理,**15**(1991)737; *Phys. Lett.*, **B252**(1990)311.
- [4] 任中洲、徐躬耦,物理学报,**41**(1992)720.
- [5] Y. P. Gan et al., *Comp. Phys. Commun.*, **34**(1985)387.
- [6] C. G. Bao et al., *Few-Body Systems*, **2**(1987)81.
- [7] C. G. Bao *Phys. Rev.*, **A38**(1988)591.
- [8] 段宜武,高能物理与核物理,**15**:(1991)913.

## Neutron Halo Structure of ${}^{11}\text{Li}$

Duan Yiwu

(Department of Physics, Hunan Normal University, Changsha, 410081)

Liu Guimin

(Shanghai Institute of Nuclear Research, Academia Sinica, Shanghai 201800)

Received on February 24, 1993

### Abstract

The neutron rich nucleus  ${}^{11}\text{Li}$  is considered as a three-body system composed of  ${}^9\text{Li}$  core and two outside neutrons. The core-neutron and neutron-neutron interactions are chosen to be of the attractive exponential potentials. The Schrödinger equation is solved by diagonalizing the Hamiltonian with the aid of the harmonic oscillator formalism. The structure of this system and the interparticle correlation are investigated by inspecting the shape-density and the neutron halo structure is obtained.

**Key words** neutron rich nucleus  ${}^{11}\text{Li}$ , variational calculation, shape-density, neutron halo structure