

研究论文

## 两流体颗粒间最小液膜厚度的 靠近-减薄耦合模型

魏 超 罗和安 王良芥

(湘潭大学化工学院, 湖南 湘潭 411105)

**摘 要** 运用平面膜概念将两流体颗粒靠近接触过程与所挟持液膜的排液减薄过程结合起来, 建立了两流体颗粒接触挟持液膜最小厚度模型, 并讨论了粒径比、初始相对速度、界面张力和连续相黏度等因素对最小膜厚度的影响。通过模型计算结果与文献报道结果的比较说明了该模型的合理性。

**关键词** 流体颗粒 液膜 最小厚度 数学模型

中图分类号 TQ 021.1

文献标识码 A

文章编号 0438-1157 (2004) 05-0732-05

## MODEL OF MINIMUM THICKNESS OF LIQUID FILM BETWEEN TWO FLUID PARTICLES BY COUPLING OF APPROACHING AND THINNING

WEI Chao, LUO He'an and WANG Liangjie

(School of Chemical Engineering, Xiangtan University, Xiangtan 411105, Hunan, China)

**Abstract** Coalescence process of two fluid particles is very complicated. This paper tries to integrate the approaching process of two fluid particles and the draining process of the intervening liquid film between two particles, by using the assumption of plane film and taking into consideration the change of the radius of plane film and the interaction force between two fluid particles with time. Thus, an integrated model for the minimum thickness of the intervening liquid film between two contacting fluid particles is developed. The effects of size ratio, initial relative velocity, interface tension and viscosity of continuous phase on minimum film thickness are discussed based on the integrated model. The comparison between the model calculation and the data from Scheele and Leng shows that this model is reasonable. The Stefan-Reynolds equation is only fit for draining of plane film which has been formed already, so its time coordinate is not identical to that of the contact interaction plane film model. Accordingly a time difference should be allowed for in advance in this model.

**Keywords** fluid particles, liquid film, the minimum thickness, mathematical model

### 引 言

聚并通常是指两个流体颗粒(液滴或气泡)相

互碰撞接触且合二为一的过程, 破裂是与聚并相反的过程。流体颗粒的聚并和破裂速率不仅直接决定流体颗粒的尺寸分布和相界面积, 而且对界面行为

2003-01-23 收到初稿, 2003-12-03 收到修改稿。

联系人: 罗和安。第一作者: 魏超, 女, 35岁, 博士研究生。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 20176046)。

**Received date:** 2003-01-23.

**Corresponding author:** Prof. LUO He'an. **E-mail:** hluo@xtu.edu.cn

**Foundation item:** supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 20176046).

等都有非常重要的影响, 从而影响诸多工业分离和反应设备如石油平台脱水器、混合沉降器、萃取塔、吸收塔、蒸馏塔、多相反应器等性能和效率. 因此, 流体颗粒的聚并和破裂速率问题一直都是引起人们广泛关注的重要课题<sup>[1]</sup>.

两流体颗粒的聚并过程通常认为有 3 个步骤: ①两流体颗粒的靠近接触, 并挟持一层液膜; ②由于两流体颗粒的进一步靠近, 所挟持液膜不断地排液、减薄; ③当液膜减薄到某一临界厚度时就可能发生破裂, 从而发生聚并<sup>[2~5]</sup>. 以往的研究方法通常是将聚并过程解偶为两流体颗粒的接触作用过程和两流体颗粒间挟持液膜的排液减薄过程, 然后分别研究这两个相对独立的子过程. 研究接触作用过程时, 主要考察两流体颗粒相对速度、距离以及表面变形等随时间发生的变化, 并估计接触作用时间(从两流体颗粒开始接触直至脱离的时间), 一般不涉及液膜厚度的变化<sup>[6,7]</sup>. 研究液膜的排液减薄过程时, 主要根据液膜截面受力情况考察液膜内液相的动量传递(排液), 确定液膜厚度和界面形状的变化规律<sup>[5,8,9]</sup>, 并确定所谓聚并时间(由液膜排液减薄开始至破裂为止或液膜减薄到一临界厚度的时间). 从而由这两个时间来估计两流体颗粒一旦接触后的聚并发生概率.

实际上的聚并过程应该是一个不能分割的整体: 两流体颗粒在一次相互接触过程中, 在其相对运动速度、距离以及界面形状发生变化的同时, 所挟持的液膜厚度也相应发生变化(不断排液减薄). 根据已有研究结果可知, 流体颗粒接触时所挟持的液膜存在一个“临界厚度”<sup>[3,10]</sup>, 当液膜厚度等于或小于这一厚度时就可能发生破裂. 两流体颗粒在一次相互接触过程中, 当界面变形产生的“反弹力”足够抵消使两流体颗粒相互靠近的外力和惯性力时, 两流体颗粒就开始分离, 这时的液膜厚度即为此次接触达到的最小厚度. 如果这一厚度大于液膜破裂的临界厚度, 聚并就不可能发生, 否则聚并就可能发生.

由此可见, 尽管人们对这两个子过程分别进行了大量的研究(特别是对后者), 发表了大量的研究论文, 但仍有待作进一步的研究. 首先是因为将聚并过程解偶为两个相对独立过程的方法问题: 人为决定这两个子过程不相关, 而实际上它们是紧密相关的. 其次是由这两个子过程获得的所谓接触作用时间和聚并时间来确定聚并发生的概率的理论依

据不足. 聚并可否发生的决定因素应该是: 两流体颗粒在开始“反弹”前液膜减薄到的厚度是否小于或等于液膜破裂的临界厚度.

显然, 综合研究聚并过程是一个非常复杂的问题. 因此, 本文首先将接触作用子过程的平面膜模型<sup>[11]</sup>和排液减薄子过程的 Stefan-Reynolds 模型<sup>[12]</sup>结合起来, 作为综合研究流体颗粒聚并过程的一种探索, 并试图由此确定两流体颗粒在一次接触过程中挟持的液膜能达到的最小厚度.

## 1 理论分析及数学模型

平面模型是研究两流体颗粒相互靠近、作用子过程的一个简单模型<sup>[11]</sup>, 它假设两流体颗粒相互作用时的界面变形总是形成一个平面, 如图 1 所示, 由于挟持的液膜厚度非常小, 图中未画出液膜厚度. 应该指出, 这种假设纯粹是为了处理方便, 实际上的变形并非形成平面. Svendsen 和 Luo<sup>[11]</sup>对两流体颗粒的靠近作用过程进行了深入分析, 得到了一组描述两流体颗粒靠近过程中的相对速度和液膜半径变化的常微分方程

$$\frac{du_r}{dt} = (-\lambda_1 \sigma A - \lambda_2 \mu u_r - \lambda_3 \mu u_{cm}) \frac{1}{\rho_c R_1^2} \quad (1)$$

$$u_r = \frac{R_1}{2} [(1-A)^{-1/2} + \xi(1-\xi^2 A)^{-1/2} - 0.75(1+\xi^3)A] \frac{dA}{dt} \quad (2)$$

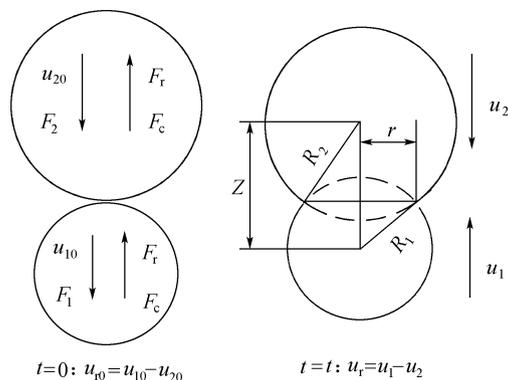


Fig. 1 Sketch of parallel film model

相应的初始条件为

$$t=0; u_r = u_{r0}, A=0 \quad (3)$$

利用式(1)和式(2)可以获得两流体颗粒的相对运动速度和液膜半径随时间变化的规律, 并可以确定接触时间  $t_1$ ——相对运动速度由刚刚接触的某一初始值降为零所经历的时间, 这时液膜半径或面积达到最大值. 既然  $t=t_1$  时,  $u_r=0$ , 因此通过式(1)和式(2)可以确定  $t_1$  以及相应的最大液

膜半径  $r_{\max}$  或  $A_{\max}$ .

对于平面液膜减薄的子过程, 采用简单的 Stefan-Reynolds 方程描述<sup>[12]</sup>. 该方程的基本假设是雷诺润滑近似, 具体表现为: (i) 流体颗粒之间的平面膜厚度是均匀的; (ii) 平面膜内的流动是层流; (iii) 平面膜厚度远远小于流体颗粒半径; (iv) 平面膜表面不流动. 因此, 这个平面液膜的厚度随时间变化的规律可以表示为

$$-\frac{dh}{dt} = \frac{2h^3 F}{3\pi\mu r^4} \quad (4)$$

实际上 Stefan-Reynolds 方程描述的是已经形成的薄膜的减薄运动, 所以相对式 (1) 和式 (2) 的时间坐标而言, 其初始时间不能为零. 因此, 式 (4) 的初始条件应为

$$t=t_0: h=h_0, r=r_0 \quad (5)$$

将方程 (4) 分离变量并积分得

$$\frac{1}{h_{\min}^2} - \frac{1}{h_0^2} = \frac{4}{3\pi\mu} \int_{t_0}^{t_1} \frac{F}{r^4} dt \quad (6)$$

式中  $F$  为两平面间的挤压力, 可表示为<sup>[3]</sup>

$$F = \pi r^2 \Delta p \quad (7)$$

对于平面膜, 液膜内压力与周围流体的压强之差  $\Delta p$  可表示为<sup>[13]</sup>

$$\Delta p = 2\sigma/R_{eq} = \sigma \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \quad (8)$$

将式 (7) 和式 (8) 代入式 (6) 可得

$$\frac{1}{h_{\min}^2} - \frac{1}{h_0^2} = \frac{4\sigma}{3\mu} \int_{t_0}^{t_1} \frac{1+\xi}{AR_1^3} dt \quad (9)$$

应该指出, 与通常求解 Stefan-Reynolds 方程不同, 这里的压差  $\Delta p$  和液膜半径  $r$  均为时间的变量, 而不是常量. 液膜半径  $r$  在整个接触时间的

1%左右时就达到了  $10^{-4}$  m, 因此在整个计算过程中除在起始后极短的时间外, 绝大部分时间内都满足雷诺润滑理论.

联立求解式 (1)、式 (2) 和式 (9) 即可确定最小液膜厚度, 因为一般情况下  $h_0$  比  $h_{\min}$  至少大 1 个数量级. 不过, 这里存在一个问题, 就是时间  $t_0$  实际上是未知的, 需要预先确定. 如果已知  $r_0$ , 则可根据式 (1) 和式 (2) 确定  $t_0$ . 不过, 通常 Stefan-Reynolds 模型的初始液膜半径  $r_0$  值实际上也是未知量.

## 2 结果与讨论

### 2.1 与文献值比较

Sheele 和 Leng<sup>[14]</sup> 于 1971 年在室温下用高速摄影设备对两等径苯甲醚液滴在去离子水中的靠近过程进行了测量, 并根据液膜半径及挤压力随时间变化的测定数据利用方程 (4) 计算了  $h_{\min}^{-2} - h_0^{-2}$ . 该体系的物性参数为  $\rho_c = 997.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $\rho_d = 988.6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $\mu = 0.000894 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ,  $\sigma = 0.0255 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $R = 0.0017 \text{ m}$ . 运用式 (1)、式 (2) 和式 (9) 联立计算了  $h_{\min}^{-2} - h_0^{-2}$ , 其中  $t_0$  是通过试差法确定的. 两种方法得到的计算结果分别列于表 1 中. 从表中数据可以看出, 当  $t_0$  取值很小时 (表中的  $r$  值为对应于  $t_0$  的液膜半径), 本模型计算值与 Sheele 和 Leng 的计算值非常接近. 值得注意的是, 4 组聚并数据的  $t_0$  值至少比 4 组反弹数据的小 1 个数量级, 这实际上是试差计算产生的结果: 因为聚并发生时的  $h_{\min}$  比反弹发生的要小, 根据式 (9) 的积分上下限差看, 前者的  $t_0$  取值必然比后者要小.

Table 1 Comparison between results from Sheele and Leng<sup>[14]</sup> and calculated by this work

Initial velocity $u_{r,0}/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$t_1/\text{s}$		$(h_{\min}^{-2} - h_0^{-2}) \times 10^{-8}/\text{m}^{-2}$		$t_0 \times 10^7/\text{s}$	$r \times 10^6/\text{m}$	
	Ref. [14]	This work	Ref. [14]	This work			
Bounce	0.0535	0.016	0.0151	122.5	123.2	1.49	1.62
	0.0537	0.020	0.0151	77	76.6	3.47	3.60
	0.0696	0.040	0.0151	94.7	94.7	1.49	2.09
	0.1064	0.030	0.0152	50.5	50.6	2.07	4.21
Coalescence	0.0405	0.036	0.0151	225	223.9	0.951	0.80
	0.0945	0.019	0.0151	390	389.6	0.187	0.37
	0.1003	0.017	0.0152	234.5	234.1	0.305	0.64
	0.1074	0.012	0.0152	553	553.0	0.113	0.26

从文献中可知，临界厚度  $h_c$  的数量级一般为  $10^{-8} \sim 10^{-7} \text{ m}$ ，而  $h_0$  通常比  $h_c$  大 1 个数量级以上。由式 (9) 可知， $h_0$  对积分值的影响较小，而  $h_{\min}$  的数量级应与  $h_c$  的数量级接近。Sheele 和 Leng 的计算值比  $h_c$  大 2 至 3 个数量级。这主要是由于 Stefan-Reynolds 方程中假设流体颗粒界面因变形形成平面，且平面膜表面是不流动的，以至于低估了液膜减薄速度。

### 2.2 两流体颗粒半径之比和初始相对速度的影响

图 2 显示了流体颗粒半径之比对最小厚度的影响。随着  $\xi$  的增大，最小膜厚度  $h_{\min}$  减小，聚并的可能性增大。这主要是  $\xi$  增大，增加了平面膜内的挤压力，从而增加了液膜减薄速率。

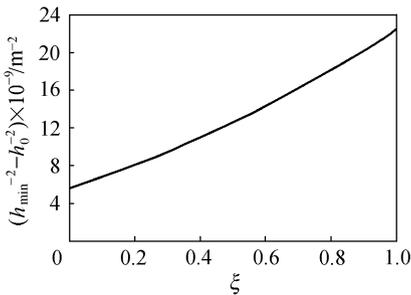


Fig. 2 Effect of ratio of radius

$(\rho_d = 988.6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, \rho_c = 997.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3},$   
 $u_{r0} = 0.0405 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \sigma = 0.0255 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1},$   
 $\mu = 8.94 \times 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}, R_1 = 0.0017 \text{ m}, t_0 = 9.51 \times 10^{-8} \text{ s})$

初始相对速度对最小厚度的影响见图 3。随着初始相对速度增大，最小膜厚度增大，聚并的可能性减小。这主要是由于两流体颗粒相互靠近的初始相对运动速率越大，界面变形越快，作用时间  $t_1$  就越短，所以在  $t_1$  时刻的液膜厚度  $h_{\min}$  可能越大。当初始相对速度较小时，液膜厚度  $h_{\min}$  随其变化比较大，而当初始相对速度较大时，液膜厚度  $h_{\min}$  随

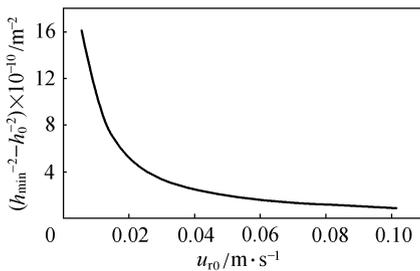


Fig. 3 Effect of initial approach velocity

$(\rho_d = 988.6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, \rho_c = 997.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, \xi = 1,$   
 $\sigma = 0.0255 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, \mu = 8.94 \times 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s},$   
 $R_1 = 0.0017 \text{ m}, t_0 = 9.51 \times 10^{-8} \text{ s})$

其变化就比较缓和。

### 2.3 物性参数的影响

表面张力对最小厚度的影响如图 4 所示。随着表面张力的增大，表面张力的影响与流体颗粒半径的影响相似，即表面张力增大，增加了平面膜内的挤压力增加了液膜减薄速率，从而最小厚度减小，聚并的可能性增大。

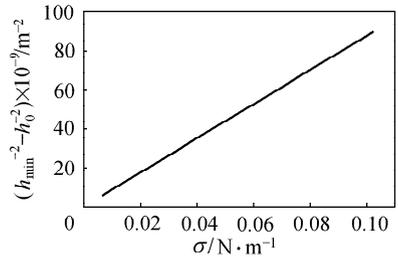


Fig. 4 Effect of surface tension

$(\rho_d = 988.6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, \rho_c = 997.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3},$   
 $u_{r0} = 0.0405 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \xi = 1,$   
 $\mu = 8.94 \times 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}, t_0 = 9.51 \times 10^{-8} \text{ s},$   
 $R_1 = 0.0017 \text{ m})$

连续相黏度对最小厚度的影响可从图 5 中看出，随着连续相黏度增大，最小厚度逐渐增大，聚并的可能性减小。这主要是由于连续相黏度增大致使液膜减薄速率减小所致。

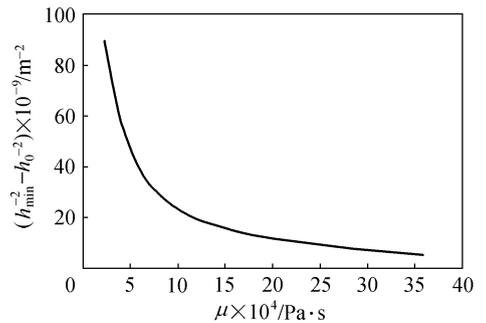


Fig. 5 Effect of viscosity of continuous phase

$(\rho_d = 988.6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, \rho_c = 997.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3},$   
 $u_{r0} = 0.0405 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \xi = 1,$   
 $t_0 = 9.51 \times 10^{-8} \text{ s}, \sigma = 0.0255 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1},$   
 $R_1 = 0.0017 \text{ m})$

## 3 结 论

本文首先将接触作用子过程的平面膜模型<sup>[11]</sup>和排液减薄子过程的 Stefan-Reynolds 模型<sup>[12]</sup>结合起来，并考虑了平面膜半径及两流体颗粒间的作用力均随时间的变化，建立了两流体颗粒一次接触挟持液膜最小厚度模型。通过这个模型，分别讨论了

两流体颗粒的粒径比值、初始相对速率、界面张力、连续相黏度等因素对最小膜厚度的影响。从该模型的计算结果与 Sheele 和 Leng 值的比较可以发现, 该模型是比较合理的。

由于 Stefan-Reynolds 方程只适合于已经形成的平面膜的减薄运动, 因此其时间坐标与接触作用的平面膜模型的时间坐标是不一致的, 从而本模型存在一个需要预先确定的时间差  $t_0$ 。

### 符 号 说 明

- $A$ ——量纲 1 液膜面积,  $A = (r/R_1)^2$   
 $F_1, F_2$ ——作用于流体颗粒的外力, N  
 $F_c$ ——液膜内恢复力, N  
 $F_r$ ——作用于流体颗粒的曳力, N  
 $h$ ——液膜厚度, m  
 $h_0$ ——初始液膜厚度, m  
 $h_c$ ——临界液膜厚度, m  
 $h_{\min}$ ——最小液膜厚度, m  
 $m_1, m_2$ ——流体颗粒的质量, kg  
 $\Delta p$ ——膜内流体与环境流体压差,  $N \cdot m^{-2}$   
 $R_1, R_2$ ——流体颗粒半径, m  
 $r$ ——液膜半径, m  
 $t$ ——时间, s  
 $t_1$ ——接触时间, s  
 $u_1, u_2$ ——流体颗粒的速度,  $m \cdot s^{-1}$   
 $u_r$ ——颗粒质心的相对速度,  $m \cdot s^{-1}$   
 $z$ ——颗粒质心的间距, m  
 $\beta$ ——决定液膜内过剩压力的系数  
 $\lambda_1, \lambda_3$ ——式 (1) 的参数  
 $\mu$ ——连续相黏度,  $Pa \cdot s$   
 $\xi$ ——流体颗粒半径之比  
 $\rho_c$ ——连续相密度,  $kg \cdot m^{-3}$   
 $\rho_d$ ——分散相密度,  $kg \cdot m^{-3}$   
 $\sigma$ ——表面张力,  $N \cdot m^{-1}$

### References

- Balmelli M, Hartland S. Modeling and Simulation of Binary Approach by Energy Conservation Analysis. *Chem. Eng. Sci.*, 2000, **55**: 1653—1660
- Coulalougou C A, Tavlarides L L. Description of Interaction Processes in Agitated Liquid-Liquid Dispersion. *Chem. Eng. Sci.*, 1977, **32**: 1289—1297
- Chesters A K. The Modeling of Coalescence Processes in Fluid-Liquid Dispersions. *Trans. Inst. Chem. Eng.*, 1991, **69**: 259—270
- Kumar S, Kumar R, Gandhi K S. A New Model for Coalescence Efficiency of Drops in Stirred Dispersions. *Chem. Eng. Sci.*, 1993, **48**: 2025—2038
- Tobin T, Ramkrishna D. Modeling the Effect of Drop Charge on Coalescence in Turbulent Liquid-Liquid Dispersions. *Can. J. Chem. Eng.*, 1999, **77**: 1090—1104
- Jeelani S A K, Hartland S. Collision of Oscillating Liquid Drops. *Chem. Eng. Sci.*, 1991, **46**: 1807—1814
- Luo H, Svendsen H F. Modeling and Simulation of Binary Approach by Energy Conservation Analysis. *Chem. Eng. Comm.*, 1996, **145**: 145—153
- Liu Shiping (刘世平), Li Dongming (李冬著), Zhang Tengyan (张腾燕). Drop Coalescence in Turbulent Dispersion. *Journal of Chemical Industry and Engineering (China)* (化工学报), 1998, **49**: 409—417
- Eggers J, Lister J R, Stone H A. Coalescence of Liquid Drops. *J. Fluid Mech.*, 1999, **401**: 293—310
- Abid S, Chesters A K. The Drainage and Rupture of Partially-mobile Films Between Colliding Drops at Constant Approach Velocity. *Int. J. Multiphase Flow*, 1994, **20** (3): 613—629
- Svendsen H F, Luo H. Modeling of Approach Process for Equal or Unequal Sized Fluid Particles. *Can. J. Chem. Eng.*, 1996, **74**: 321—330
- Reynolds O. On Drops Floating on the Surface of Water. *Chem. News*, 1881, **44**: 211
- Chesters A K, Hofman G. Bubbles Coalescence in Pure Liquids. *Appl. Sci. Res.*, 1982, **38**: 353—361
- Scheele G F, Leng D E. An Experimental Study of Factors Which Promote Coalescence of Two Colliding Drops Suspended in Water. *J. Chem. Eng. Sci.*, 1971, **26**: 1867—1879