

研究论文

EDB 中微米单颗粒振荡特性

冯昭华 朱家骅 杨雪峰 夏素兰 关国强

(四川大学化学工程学院, 四川 成都 610065)

Davis E J

(华盛顿大学化工系, 华盛顿 西雅图 98195-1750, 美国)

摘 要 改进了 Davis 关于微米单颗粒在 EDB (electrodynamic balance) 中悬浮的两区理论, 通过引入 Oseen 曳力公式和非齐次项, 建立了振荡条件下颗粒完整的运动微分方程, 并对其运动轨迹进行了数值模拟. 从理论上证实了颗粒在 EDB 中存在稳定的阻尼振荡过渡区, 给出了不同于 Davis 理论的三区状态图 (δ - β 图), 从而构建了振荡条件下颗粒 EDB 研究的理论基础. 这些理论结果的可靠性通过实验也得到了很好的验证.

关键词 EDB 微米单颗粒 振荡特性 运动轨迹 数值模拟

中图分类号 O 359

文献标识码 A

文章编号 0438-1157 (2004) 06-0902-05

OSCILLATION CHARACTERISTICS OF SINGLE MICROPARTICLE IN ELECTRODYNAMIC BALANCE

FENG Zhaohua, ZHU Jiahua, YANG Xuefeng, XIA Sulan and GUAN Guoqiang

(School of Chemical Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, Sichuan, China)

Davis E J

(Department of Chemical Engineering, University of Washington, Seattle 98195-1750, Washington, USA)

Abstract Based on the two-regime theory of Davis, a complete motion differential equation for a single oscillating microparticle in an electrodynamic balance (EDB) has been put forward by introducing Oseen's formula and inhomogeneous term and solved numerically by using the classic Runge-Kutta method in this paper. The fact that there exists a transitional regime, in which the charged particle can be in steady damped oscillation, has firstly been demonstrated by theoretical method. By virtue of the simulated trajectories, a three-regime state curve (δ - β), which is different from Davis theory, has been delineated and the theoretical foundation of EDB research on microparticle oscillation has further been built up. And the above-mentioned theoretical results have been verified experimentally hereby.

Keywords electrodynamic balance, single microparticle, oscillation characteristics, trajectory, numerical simulation

引 言

Davis 等^[1]从物理学中 Millikan Condenser 原

理基础上发展的 EDB (electrodynamic balance) 技术可以将微米级颗粒静止地悬浮于气流之中, 采用光散射等现代测试技术在线观察并测量颗粒表面与

2003-12-08 收到初稿, 2004-03-23 收到修改稿.

联系人: 朱家骅. **第一作者:** 冯昭华, 男, 30 岁, 博士研究生.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 29876022) 和国家教育部博士点基金资助项目 (No. 20010610027).

Received date: 2003-12-08.

Corresponding author: Prof. ZHU Jiahua. **E-mail:** jhzhu@scu.edu.cn

Foundation item: supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 29876022) and the Doctorate Foundation of the State Education Ministry of China (No. 20010610027).

气流相际传质现象, 颗粒质量的检测精度可达到 10^{-7} mg. 这种测量方法在气溶胶科学研究中具有重要的应用价值.

Zhu 等^[2]突破 EDB 的静止悬浮局限, 将其扩展到了颗粒振荡条件下的表面传质研究, 记录了颗粒的运动轨迹和运动过程中的表面传质速率, 这为发展微尺度条件下瞬态传质现象的实验研究提供了一个有力工具.

Davis 理论^[3~6]对静止条件下颗粒在 EDB 中的动力学特性有充分的研究, 明确地把实验操作参数范围划分为静止悬浮 (stable) 区和飞失 (unstable) 区. 该理论局限于: 颗粒运动非常微弱, 在交流电场回复力的作用下颗粒运动 Reynolds 数远小于 0.1, 黏性曳力服从 Stokes 定律. 而振荡条件下颗粒已远离平衡中心, 振幅可达数十倍粒径, 颗粒 Reynolds 数增加 1 个数量级以上. Davis 理论没有包括这种运动状态, 目前也没有能够预测其实验条件的理论依据.

本文在 Davis 理论的基础上, 针对振荡状态下颗粒的动力学特征, 建立完整的运动微分方程并对其进行数值模拟, 旨在构建 EDB 中颗粒振荡特性的理论基础, 并对其进行实验验证.

1 EDB 及其悬停动力学基础

1.1 EDB 原理

EDB 技术是由 Millikan Condenser 原理发展而来, 其核心是在直流电场基础上叠加交流“势阱”来实现带电颗粒在气流中的静止悬浮. 在 EDB 中, 直流电场主要用于平衡颗粒的重力, 交流电场则对其产生动态回复力, 抑制颗粒的运动趋势而使之静止地悬浮在平衡位置. 图 1 所示即为八极 (octopole) EDB 内部结构及其附属装置^[7].

Zhu 等^[2]利用这套 EDB 装置, 改变了交流电场参数, 实现了颗粒在轴线方向上稳定的大幅振荡, 并且采用如图 2 所示的高速线扫描技术, 实现对颗粒运动的在线跟踪、观测及其表面传质现象的研究.

1.2 运动微分方程与 Davis 两区理论

文献 [8~10] 报道表明, 颗粒在 EDB 中存在的具体状态可由颗粒运动微分方程表达

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -mg + |q|C_0 \frac{V_{dc}}{Z_0} + 2|q|C_1 \frac{V_{ac} \cos(\omega t)}{Z_0^2} z + F_d + F_b + F_p \quad (1)$$

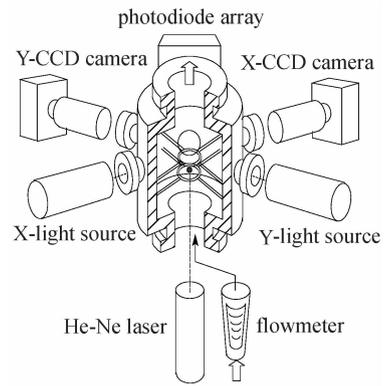


Fig. 1 Octopole EDB electrode structure and its peripheral instruments (electrode ring half spacing $Z_0 = 1.98$ mm)

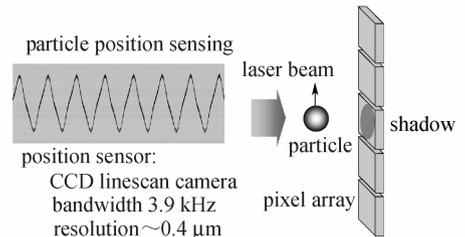


Fig. 2 Particle position linescan system in experiment

Davis 等^[11~14]对颗粒在 EDB 中的悬停特性进行了充分的研究, 其简化前提是: (1) 颗粒近似为球形, 气流速度忽略不计, 颗粒运动 Reynolds 数小于 0.1; (2) 黏性曳力服从 Stokes 定律, $F_d = -3\pi\mu d_p \frac{dz}{dt}$; (3) 垂直方向上的直流电场力恰好与颗粒重力平衡, 即满足 $mg = |q|C_0 \frac{V_{dc,0}}{Z_0}$. 经过以上简化, 在不考虑浮力和其他外力影响的条件下, 对式 (1) 整理, 可得到 Davis 理论研究的运动微分方程

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = 2|q|C_1 \frac{V_{ac} \cos(\omega t)}{Z_0^2} z - 3\pi\mu d_p \frac{dz}{dt} \quad (2)$$

为全面考察颗粒在 EDB 中的稳定性, Davis 引入了以下变换

$$\tau = \frac{\omega t}{2}, Z = \frac{z}{Z_0} \exp(\delta\tau/2) \quad (3)$$

式中 $\delta = 6\pi d_p \mu / m\omega$ 为量纲 1 阻力参数.

通过式 (3) 的量纲 1 变换, 颗粒运动方程 (2) 可整理成标准 Mathieu 方程

$$\frac{d^2 Z}{d\tau^2} - \beta \left(\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \cos 2\tau \right) Z = 0 \quad (4)$$

式中 $\beta = \frac{4C_1 V_{ac} q}{m\omega^2 Z_0^2} = \frac{4g}{b\omega^2} \left(\frac{V_{ac}}{V_{dc,0}} \right)$ 为量纲 1 交流场强

参数; $b=Z_0C_0/C_1$ 为 EDB 特征长度.

求解方程 (4), Davis 得出了颗粒处于静止悬浮 (stable) 和振荡飞失 (unstable) 状态的两区图, 如图 3 所示. 在 stable 区, 即使外来扰动使颗粒偏离平衡中心, 颗粒也会通过衰减振荡重新回到 EDB 中心并保持静止状态; 而越过两区分界线进入 unstable 区, 颗粒振荡性质变为发散, 从而很快从 EDB 中飞失. 由方程 (4) 和图 3 可知, 颗粒稳定性主要是由 δ 和 β 两量纲 1 参数控制的, 结合其定义进而可确定 EDB 有关电参数的操作范围. 总体而言, 升高 V_{ac} 或降低 f_{ac} 都将降低颗粒稳定性. 将分区图中失稳起始点称为弹跳点 (spring point), 弹跳点的集合即为 Davis 两区理论分区图的分界线.

需要注意的是, 该理论仅适用于颗粒在 EDB 中心附近微小范围的 Stokes 运动, 且运动方程中的非齐次项为 0. 而本文针对的颗粒在 EDB 中大幅稳定振荡运动, Davis 两区理论是不能解释的.

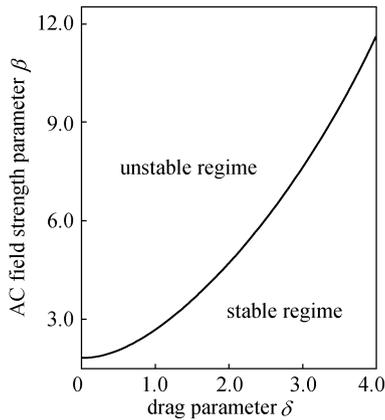


Fig. 3 Davis two-regime theory in EDB for $b=20.8 \text{ mm}$ ^[3]

2 颗粒振荡动力学模型的建立

颗粒在 EDB 中大幅稳定振荡, Reynolds 数范围比 Stokes 运动增大了 1 个数量级, 直流电场力与颗粒重力也不能完全抵消, 因此方程 (2) 的简化显然不成立.

Oseen 在考虑 Navier-Stokes 方程中惯性项的影响下, 对 Stokes 定律进行修正, 将颗粒在 non-Stokes 运动下黏性曳力的表达扩展到 $Re \leq 5$ 的范围

$$F_d = -3\pi\mu d_p \frac{dz}{dt} \left(1 + \frac{3Re}{16}\right) \quad (5)$$

Oseen 公式在气溶胶科学研究领域得到了广泛认

同^[1,3]. 计算表明, Oseen 公式与本文研究的 EDB 中颗粒振荡条件下的 Reynolds 数范围相吻合.

采用 Oseen 修正, 并考虑振荡条件下颗粒重力与直流电场力不相抵消的情形, 由式 (1) 可推得颗粒振荡微分方程

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -mg + |q|C_0 \frac{V_{dc}}{Z_0} + 2|q|C_1 \frac{V_{ac} \cos(\omega t)}{Z_0^2} z - 3\pi\mu d_p \frac{dz}{dt} - \frac{9\pi}{16} d_p^2 \rho_g \left| \frac{dz}{dt} \right| \frac{dz}{dt} + \frac{\pi}{6} \rho_g g d_p^3 \quad (6)$$

式 (6) 简化整理成

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = A \left| \frac{dz}{dt} \right| \frac{dz}{dt} + B \frac{dz}{dt} + C \cos(\omega t) z + D \quad (7)$$

式中

$$A = -\frac{9\pi}{16m} d_p^2 \rho_g \quad (8)$$

$$B = -3\pi\mu d_p / m \quad (9)$$

$$C = \frac{2|q|C_1 V_{ac}}{Z_0^2 m} \quad (10)$$

$$D = \left(\frac{\pi}{6} d_p^3 g (\rho_g - \rho_p) + |q|C_0 \frac{V_{dc}}{Z_0} \right) / m \quad (11)$$

式 (11) 代表的就是颗粒振荡微分方程中的非齐次项.

3 模型计算和实验观测

与 Davis 两区理论中的标准 Mathieu 方程不同, 式 (7) 属于二阶、非线性、变系数和非齐次的常微分方程, 不存在解析解. 本文采用经典的 Runge-Kutta 法进行数值模拟获得颗粒振荡轨迹, 如图 4 所示.

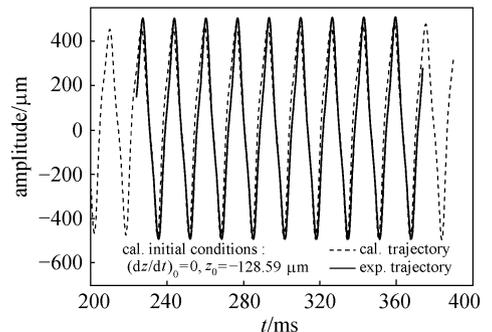


Fig. 4 Comparison between numerical calculation trajectory and experimental observation for dodecanol microdroplet in steady damped oscillation ($\rho_p=830.9 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $q=2.12 \times 10^{-14} \text{ C}$, $d_p=28.27 \text{ }\mu\text{m}$, $f_{ac}=120.87 \text{ Hz}$, $V_{dc}=0.54902 \text{ V}$, $V_{ac}=2162.67 \text{ V}$, $C_0=0.358$ and $C_1=0.1977$)

在该模拟工况下, 采用如图 2 所示的高速线扫描系统对颗粒运动进行在线跟踪观测, 结果也一并

表达在图 4 中. 图 4 的对比结果表明, 模拟轨迹与实验观测很好地吻合, 方程 (7) 可真实、准确地描述 EDB 中颗粒振荡的动力学特征, 所采用的数值计算方法也能获得较高的精度. 图 4 中表示的实验观测轨迹所代表的颗粒运动 ($Re=0.435$) 属于 non-Stokes 区域, 振幅高达 $(10\sim 11)d_p$, 平均合加速度为 $100\sim 120\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

4 颗粒振荡特性分析

理论与实验均证明了 EDB 中颗粒大幅稳定阻尼振荡运动状态的存在, 因此在 Davis 两区状态图 (δ - β 图) 上必然存在与之对应的第三区. 本研究通过数值模拟, 在状态图上给出了该第三区的具体范围.

4.1 颗粒振荡特性的模拟

采用经典的 Runge-Kutta 法, 对颗粒振荡微分方程 (7) 进行数值模拟. 在保持非齐次项 D 值不变的前提下, 恒定某 f_{ac} 值, 升高 V_{ac} , 或者恒定某 V_{ac} 值, 降低 f_{ac} , 步进模拟各条件下的运动轨迹, 并判别其振荡类型. 由衰减振荡转变为稳定的大幅阻尼振荡的起始状态点即为弹跳点, 而由稳定振荡转变为发散振荡即为飞失状态点. 重复上述模拟和判别过程, 即可获得具有三区特征的颗粒振荡运动状态图, 如图 5 所示. 为便于比较, 图 5 中也标注了 Davis 两区理论的分区曲线.

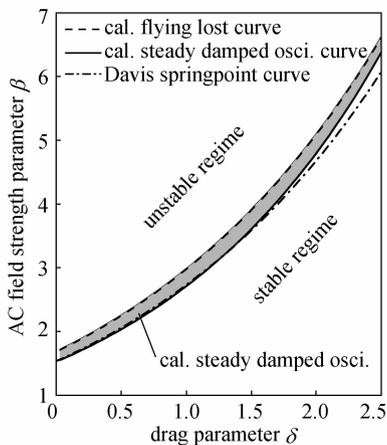


Fig. 5 Comparison between three-regime theory on particle oscillation and Davis theory in EDB

比较可知, 对于颗粒在 EDB 中的运动状态, 本研究不仅给出了类似 Davis 理论的 stable 区和 unstable 区, 而且通过理论计算特别给出了一个介于这两区之间的过渡区 (阴影部分所示). 在该区

中, 颗粒处于 non-Stokes ($0.1 < Re < 5.0$) 运动, 虽然此时振幅变大有逐渐飞失的发展趋势, 但是增大的黏性曳力 (由 Oseen 公式表达) 对颗粒产生更强的回复作用, 两者共同作用的结果使得颗粒在 EDB 中能保持稳定阻尼振荡的状态. 由图 5 还可知, 当 δ 值不大时, 过渡区下分界线与 Davis 理论的分区线是一致的.

4.2 振荡分区图的实验验证

用实验数据对上述三区状态图的可靠性进行验证. 将一粒径 $d_p=56.69\text{ }\mu\text{m}$ 的带电十二烷醇 (dodecanol) 单液滴置于 EDB (300 K , N_2 气流 $80\text{ ml}\cdot\text{min}^{-1}$) 中蒸发, 通过适当调节电参数值, 液滴在整个蒸发过程中都能在 EDB 中保持稳定的大幅阻尼振荡状态, 记录此时液滴的粒径及其对应的操作电参数值, 通过量纲 1 变换, 即可求得相应的实验 (δ , β) 值 (如表 1 所示), 其结果示于图 6.

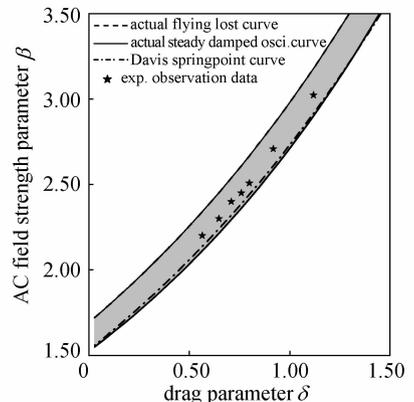


Fig. 6 Experimental verification to three-regime theory on particle oscillation in EDB

对比图 6 与图 5 可知, 这些实验状态点都落在大幅稳定阻尼振荡区, 而且由每一组实验 δ 值所对应的弹跳起始点 β_L 和飞失起始点 β_U 的数值模拟结果也证明了这一事实.

5 结论

(1) 通过引入 Oseen 公式和非齐次项, 改进了 Davis 两区理论, 建立了振荡条件下颗粒在 EDB 中完整的运动微分方程.

(2) 从理论上证实了颗粒在 EDB 中的状态除了静止悬浮和振荡飞失之外, 还存在一个过渡区. 此时颗粒虽然越过了弹跳点, 但在 EDB 中仍能保持稳定的大幅阻尼振荡, 而非 Davis 理论所预测的飞失状态.

Table 1 Experimental verification to characteristics of particle oscillation in EDB

t/min	$d_p/\mu\text{m}$	f_{ac}/Hz	V_{ac}/V	V_{dc}/V	Exp. δ	Exp. β	Cal. β_U	Cal. β_L
0	56.69	67.8	1109	31.0	0.565	2.20	2.342	2.118
45	52.38	69.2	1124	28.60	0.648	2.28	2.442	2.223
90	49.70	70.2	1128	26.58	0.710	2.39	2.534	2.300
135	47.25	72.5	1138	24.49	0.760	2.45	2.607	2.364
180	45.96	75.3	1143	22.31	0.774	2.507	2.667	2.419
262	41.31	78.5	1143	20.01	0.919	2.708	2.850	2.585
325	34.34	93.3	1164	12.25	1.12	3.023	3.179	2.900

(3) 通过模拟颗粒轨迹, 给出了不同于 Davis 理论的三区状态图 (δ - β 图), 从而构建了振荡条件下颗粒 EDB 研究的理论基础。

(4) 通过实验研究, 验证了所得理论结果的可靠性和准确性。

符 号 说 明

- b ——EDB 特征长度, m
- C_0 ——悬置强度常数 (EDB 几何常数)
- C_1 ——稳定强度常数 (EDB 几何常数)
- d_p ——颗粒粒径, m
- F_b ——颗粒受到的气相浮力, N
- F_d ——颗粒受到的黏性曳力, N
- F_p ——颗粒受到的其他外力 (如热/光泳力和辐射压力等), N
- f_{ac} ——交流频率, Hz
- g ——重力加速度常数, $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
- m ——颗粒质量, kg
- q ——颗粒荷电量, C
- Re ——颗粒运动 Reynolds 数
- t ——时间, s
- V_{ac} ——两电极环间交流电动势峰值, V
- $2V_{dc}$ ——两电极环间直流电压, V
- $V_{dc,0}$ ——完全平衡颗粒重力的直流电压, V
- Z ——变换参数
- $2Z_0$ ——两电极环间距, m
- z ——颗粒相对于 EDB 中心的轴向位移, m
- z_0 ——数值模拟初始位移, m
- β ——量纲 1 交流场强参数
- β_L ——弹跳起始点 β 模拟值
- β_U ——飞失起始点 β 模拟值
- δ ——量纲 1 阻力参数
- μ ——气相介质黏度, $\text{Pa} \cdot \text{s}$
- ρ_p ——颗粒密度, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- τ ——变换参数
- ω ——交流角频率 ($\omega=2\pi f_{ac}$), Hz

Physics, Chemistry, Optics and Transport Phenomena. New York: Springer, 2002

- 2 Zhu Jiahua, Zheng Feng, Mary L L, Davis E J. Mass Transfer from an Oscillation Microsphere. *J. Colloid Interface Sci.*, 2002, **249**: 351—358
- 3 Davis E J. Microchemical Engineering: the Physics and Chemistry of the Microparticle. *Advances in Chemical Engineering*, 1992, **18**: 1—90
- 4 Davis E J. A History of Single Aerosol Particle Levitation. *Aerosol Sci. Technol.*, 1997, **26**: 212—254
- 5 Davis E J. Electrodynamic Balance Stability Characteristics and Application to the Study Aerocolloidal Particle. *Langmuir*, 1985 (1): 379—387
- 6 Davis E J, Mark F, Buehler M F, Ward T L. The Double-ring Electrodynamic Balance for Microparticle Characterization. *Rev. Sci. Instrum.*, 1990, **61** (4): 1281—1286
- 7 Zheng Feng, Qu X, Davis E J. An Octopole Electrodynamic Balance for Three-dimensional Microparticle Control. *Rev. Sci. Instrum.*, 2001, **72** (8): 3380—3385
- 8 Zhang Xuefeng, Ezra Bar-Ziv. Direct Determination of 3D Forces on a Particle Suspended in an Electrodynamic Chamber. *Meas. Sci. Technol.*, 1996, **7**: 1713—1720
- 9 Maloney D J, Lawson L O, Monazam E R. Measurement and Dynamic Simulation of Particle Trajectories in an Electrodynamic Balance: Characterization of Particle Drag Force Coefficient/Mass Ratios. *Rev. Sci. Instrum.*, 1995, **66** (6): 3615—3622
- 10 Aarddahl C L, Vehring R, Davis E J, Schweiger G, Swanson B D. Trapping Two-particle Arrays in a Double-ring Electrodynamic Balance. *J. Aerosol Sci.*, 1997, **28** (8): 1491—1505
- 11 Iwamoto T, Itoh M, Takahashi K. Theoretical Study on the Stability Characteristics of a Quadrupole Cell. *Aerosol Sci. Technol.*, 1991, **15**: 127—134
- 12 Zheng Feng, Laucks M L, Davis E J. Aerodynamic Particle Size Measurement by Electrodynamic Oscillation Techniques. *J. Aerosol Sci.*, 2000, **31** (10): 1173—1185
- 13 Loyalka S K, Tekasakul P, Tompson R V, Warder R C. Computation of Electric Fields and Particle Motion in Electrodynamic Balance. *J. Aerosol Sci.*, 1995, **26** (3): 445—458
- 14 Göbel G, Wriedt Th, Bauckhage K. Periodic Drag Force and Particle Size Measurement in a Double Ring Electrodynamic Balance. *Rev. Sci. Instrum.*, 1997, **68** (8): 3046—3051

References

1 Davis E J, Schweiger G. The Airborne Microparticle: Its