

# 果树单果生长建模方法研究

邓青青,朱庆生

DENG Qing-qing,ZHU Qing-sheng

重庆大学 计算机学院,重庆 400044

College of Computer Science,Chongqing University,Chongqing 400044,China

E-mail:dqq83@msn.com

DENG Qing-qing,ZHU Qing-sheng.Method to model fruit growth of fruit tree.Computer Engineering and Applications, 2007,43(15):234-237.

**Abstract:** This paper introduces a general algorithm to model fruit growth process of fruit trees.Firstly,the paper improves the encapsulation of differential L-system for Bézier surface,then designs a general algorithm of fruit growth modeling,at last implements a complete model of the growth process of orange and apple fruit,whose results indicate that the method is very effective.

**Key words:** digital agriculture;virtual plant;growth model;differential L-system;Bézier surface;fruit tree;fruit;blossom

**摘要:**研究了果树单果生长过程的建模算法。首先针对 Bézier 曲面改进微分 L-system,以加强其封装性;设计了一种单果生长过程建模的通用算法;以柑橘和苹果果实为例,采用该算法进行建模实验,结果表明该算法对果树单果生长过程的模拟能达到较好的效果。

**关键词:**数字农业;虚拟植物;生长模型;微分 L-system;Bézier 曲面;果树;果实;花

**文章编号:**1002-8331(2007)15-0234-04 **文献标识码:**A **中图分类号:**TP391.41

## 1 引言

当今我国政府十分重视农业的发展,并强调要利用信息化技术大力提高农业生产率。因此,实现农业数字化十分有必要。虚拟植物作为数字农业中关键的组成部分,具有十分重要的意义。

虚拟植物(virtual plants)就是利用虚拟现实技术在计算机上模拟植物在三维空间中的生长发育过程。应用虚拟植物模型,可以非常直观地对复杂的农业生态系统进行研究,发现传统研究方法和技术手段难以观察到的规律;虚拟植物(农作物)生长技术在虚拟农田环境系统中进行虚拟实验,可部分替代在现实世界中难以进行且费时、费力、昂贵的试验,缩短某些研究课题的试验周期和节省大量的试验费用;利用模型建立虚拟农场,使学生和农民在计算机上学习作物生长过程和农田管理知识,这样可取得传统方式无法达到的效果。

虚拟植物的研究方法有很多种,但大多数研究者采用 L-system。目前,已有许多研究成果,如模拟植物表面、叶片<sup>[1]</sup>、弯曲的枝条,以及真实的植物如拟南芥<sup>[2]</sup>、桃树<sup>[3]</sup>等。但在当今的模型中,作为农业意义上的模拟没有那么逼真,而逼真的模拟如 Xfrog 公司开发的产品却又不大符合植物学意义。

本文介绍一种通用的果树单果生长建模算法,该算法能够按照植物学的意义逼真地模拟果实发育的过程。本文首先对微分 L-system 作了改进,使其渲染 Bézier 曲面的封装性更好;其

次针对果树果实生长的特点设计了一个通用的建模算法;最后,以柑橘和苹果单果为实验对象,模拟了其完整的生长过程,以及柑橘果实未受精情况下的枯萎现象,实验结果与真实的照片作对比,验证了算法的有效性。

本文将在第 2 章介绍微分 L-system、Bézier 曲面以及针对 Bézier 曲面改进的微分 L-system;在第 3 章描述果树单果生长的通用建模算法;第 4 章展示算法对柑橘和苹果单果建模的实现过程;第 5 章作总结。

## 2 对微分 L-system 的改进

### 2.1 微分 L-system

微分 L-system<sup>[4]</sup>不同于普通的参数 L-system,它引入连续的时间流以替代离散的迭代步骤。在模块  $A(w)$  中,当参数  $w$  在值域  $D_A$  内时,模块以一种连续的方式发展;当参数值到达值域  $D_A$  边界  $C_A$  时,后续模块替换当前模块  $A(w)$ 。 $A(w)$  的连续发展用微分方程来表示,该方程定义了参数  $w$  的变化率  $dw/dt$ :

$$\frac{dw}{dt} = f_A(w)$$

上述方程实现了参数  $w$  在值域  $D_A$  内时模块  $A(w)$  的变化。假设  $D_A$  是一个开区间, $w$  在时间  $\tau$  时到达  $D_A$  的边界  $C_A$  用下式表示:

$$\lim_{t \rightarrow \tau} w(t) \in C_A$$

**基金项目:**教育部博士点基金(the Research Fund for the Doctoral Program of the Ministry of Education of China under Grant No.20050611027)。

**作者简介:**邓青青(1983-),女,硕士研究生,主要研究方向:计算机图形学、虚拟植物生长;朱庆生(1956-),男,教授,博士生导师,主要研究方向:图形图像学、多媒体数据压缩、电子商务等。

发生在时间  $\tau$  的模块  $A(w)$  的替换如下式:

$$p_{A_i}: A(w) \rightarrow B_{k,1}(w_{k,1})B_{k,2}(w_{k,2}) \cdots B_{k,m_k}(w_{k,m_k})$$

其中  $B_{k,1}(w_{k,1})B_{k,2}(w_{k,2}) \cdots B_{k,m_k}(w_{k,m_k})$  称为  $A(w)$  的严格后续模块。

综上所述,一个微分 L-system 由一个初始模块串以及每个模块的详细定义构成,而每个模块的详细定义则由 4 个部分组成:

$$\langle D_A, C_A, f_A, P_A \rangle$$

其中:

开区间  $D_A$  是模块  $A$  中参数的值域;

$C_A$  是  $D_A$  的边界;

函数  $f_A$  定义微分方程系统,这些方程描述当参数在参数值域  $D_A$  时,模块  $A$  的发展情况;

$P_A = \{p_{A_1}, \dots, p_{A_n}\}$  描述模块  $A$  的离散行为。

下面用一个普通参数 L-system 转换为微分 L-system 的例子来说明后者能够更清晰地模拟生长过程:

$$w: F(1)$$

$$p_1: F(x): \{x=x \times 0.95\}; x > 0.5 \rightarrow F(x)$$

$$p_2: F(x): x \leq 0.5 \rightarrow AB$$

该 L-system 表示初始参数值  $x$  为 1;  $x=x \times 0.95$  表示每迭代一步,  $x$  就乘上 0.95, 将此式求关于时间  $t$  的微分即得

$$\frac{dx}{dt} = 0.95$$

当  $x \in [1, 0.5)$ , 执行  $p_1$ , 当  $x$  到达边界值 0.5 时, 执行  $p_2$ 。将其转化成微分 L-system, 即为:

$$\text{initial string: } F(1)$$

$$F(x):$$

$$\text{if } x > 0.5$$

$$\text{solve } \frac{dx}{dt} = 0.95$$

$$\text{if } x \leq 0.5$$

$$\text{produce } AB$$

可见微分方程  $\frac{dx}{dt} = 0.95$  比普通方程  $x=x \times 0.95$  更能体现生物物的连续发展。

## 2.2 Bézier 曲面

植物生长中常用 Bézier 曲面来展现植物器官的形态。Bézier 曲面通常用 Bernstein 多项式基函数来表示<sup>[6]</sup>, Bernstein 多项式为:

$$B_{i,n}(t) = \frac{n!}{i!(n-i)!} (1-t)^{n-i} t^i \quad i=0 \cdots n$$

它们形成多项式空间的一组基。Bézier 曲面片用 Bernstein 多项式基函数表示为:

$$r(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n b_{ij} B_{i,m}(u) B_{j,n}(v) \quad 0 \leq u, v \leq 1$$

Bézier 曲面片可以理解为将曲线的每一个控制点  $b_i$  沿一条空间曲线扫描而成。连接相邻控制顶点  $b_j$  的所有线段形成曲面的控制网。可知边界等参数线 ( $u=0, u=1, v=0$  和  $v=1$ ) 的控制顶点与控制网的边界点重合。当  $m=n=3$  时曲面为双三次 Bézier 曲面, 它是通过空间已定义的  $4 \times 4$  的网格点来控制的。根据特征网格的 16 个顶点, 双三次 Bézier 曲面可写为:

$$r(u, v) = \begin{bmatrix} (1-u)^3 \\ 3u(1-u)^2 \\ 3u^2(1-u) \\ u^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{00} & b_{01} & b_{02} & b_{03} \\ b_{10} & b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{20} & b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{30} & b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1-v)^3 \\ 3v(1-v)^2 \\ 3v^2(1-v) \\ v^3 \end{bmatrix}$$

## 2.3 微分 L-system 中 Bézier 曲面渲染封装

在 L-system 中, 一个模块如叶子、花瓣等通常用一个 Bézier 曲面表示, 而模块的其他信息包括颜色、角度、尺寸。因此一个用 Bézier 曲面表示的模块包含 4 个信息: 所用曲面名、颜色、角度、尺寸, 而曲面的颜色、角度、尺寸都会随时间的变化而变化。传统 L-system 中将这些参数进行分离, 没有包含在模块内部, 这样很不利于实现模块的封装, 本文介绍了一种改进的方法, 该方法将 Bézier 曲面封装为一个整体模块:

$$@K(c, a, s)$$

其具体意义为:

@K: 所渲染的 Bézier 曲面名称;

$c$ : 颜色参数, 根据预定义色彩列表, 用  $\frac{dc}{dt}$  表示对列表索引的变化率;

$a$ : 角度参数, 用  $\frac{da}{dt}$  表示其变化率,

$s$ : 尺寸参数, 用  $\frac{ds}{dt}$  表示其变化率。

下面用实例说明:

传统 L-system:

$$w: A(0)$$

$$p_1: A(t): \{t=t+1; c=f_c(t); a=f_a(t); s=f_s(t)\};$$

$$t < t_{\max} \rightarrow; (c) \wedge (a) @K(s)$$

;  $(c) \wedge (a) @K(s)$  表示模块  $A(t)$  发展成一个由 Bézier 曲面表示的模块, 该曲面名称为  $K$ ; ;  $(c)$  表示模块色彩为  $c$ , 且由生长函数  $f_c(t)$  控制其变化;  $\wedge (a)$  表示模块角度为  $a$ , 且生长函数  $f_a(t)$  控制其变化;  $@K(s)$  中的  $s$  表示模尺寸,  $f_s(t)$  由控制其变化。而改进后的微分方程将其表示为:

$$\text{initial string: } A(0)$$

$$A(t):$$

$$\text{if } \tau < \tau_{\max}$$

$$\text{produce } @K(c, a, s)$$

$$\text{solve } \frac{dr}{dt} = 1, \frac{dc}{dt} = f'_c(t), \frac{da}{dt} = f'_a(t), \frac{ds}{dt} = f'_s(t)$$

若  $@K(c, a, s)$  中参数的变化率微分方程的缺省值为 0, 表示该参数没有变化。通过比较, 可发现改进后的微分 L-system 具有良好的封装性。因此, 本文后续章节的所有算法都将使用这种方法。

## 3 单果生长建模

### 3.1 模型的总体结构

果树的繁殖器官是花, 在花梗的顶端有一花托, 花托上着生四轮花器官: 花萼、花冠、雄蕊、雌蕊。花冠由花瓣构成; 雄蕊包括花丝、花药; 雌蕊包括子房(发育成果实)、花柱、柱头。若完全按照植物形态划分模块, 不利于模型的建立, 本方法将各器官归类后。根据雌蕊的数量, 有两种果树花: 一种是只有中间有一根雌蕊的花, 称为单雌蕊花; 另一种是周围有数根雌蕊的花, 称为复雌蕊花。

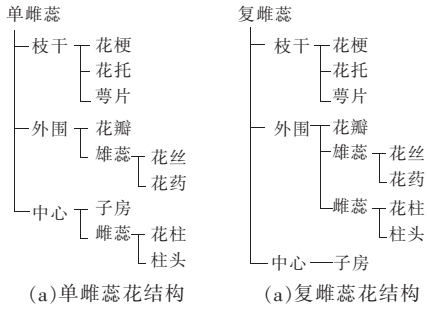


图1 模型的总体结构

如图1所示,两种类型的花中,萼片、花梗、花托紧密联系在一起,都归为“枝干”子模块;单雌蕊花中,每个花瓣对应有多根雄蕊,因此花瓣和雄蕊归入“外围”子模块,而复雌蕊花中,花瓣、雄蕊和雌蕊归为“外围”子模块;单雌蕊花中子房和雌蕊归为“中心”子模块,而复雌蕊花中子房单独一个模块。本模型的算法设计都依照这样的模块划分来进行。

### 3.2 算法设计

大多数果树的花是五瓣完全花,在此以五瓣完全花为例,进行具体算法的设计,以下算法都是生成单雌蕊花的算法,生成复雌蕊花的算法将其稍作修改即可。

#### 3.2.1 初始化算法

##### 算法1

initial string:  $I(\tau_0)K(\tau_0)R(\tau_0)$

算法1中,初始模块串为  $I(\tau_0)K(\tau_0)R(\tau_0)$ ,分别为枝干模块、外围模块和中心模块。

#### 3.2.2 “枝干”模块算法

##### 算法2

$I(\tau)$ :

produce @  $s(c_s, a_s, s_s)$  @  $t(c_t, a_t, s_t)$

$[C(\tau)/(72)C(\tau)/(72)C(\tau)/(72)C(\tau)/(72)C(\tau)]$

solve  $\frac{d\tau}{dt}=1$ ,

$C(\tau)$ :

produce @  $c(c_c, a_c, s_c)$

solve  $\frac{d\tau}{dt}=1, \frac{da_c}{dt}=g_a(t)$

算法2中,@ $s(c_s, a_s, s_s)$ 和@ $t(c_t, a_t, s_t)$ 分别描绘花梗和花托。花萼有5片,每片之间夹角为 $72^\circ$ , $C(\tau)$ 表示一片萼片,@ $c(c_c, a_c, s_c)$ 表示对单个萼片的描绘。 $\frac{da_c}{dt}=g_a(t)$ 表示萼片的角度不断变化,其中 $g_a(t)$ 是萼片的生长函数。

#### 3.2.3 “外围”模块算法

##### 算法3

$K(\tau)$ :

if  $\tau < \tau_f$  produce

$[P(\tau)/(72)P(\tau)/(72)P(\tau)/(72)P(\tau)/(72)P(\tau)]$

solve  $\frac{d\tau}{dt}=1$

if  $\tau \geq \tau_f$  produce  $\epsilon$

$P(\tau)$ :

produce @  $p(c_p, a_p, s_p)$  @  $[(14.5)M(\tau)/(14.5)M(\tau)]M(\tau) \setminus [(14.5)$

$M(\tau) \setminus [(14.5)M(\tau)]]$

solve  $\frac{d\tau}{dt}=1, \frac{da_p}{dt}=g_a(t), \frac{ds_p}{dt}=g_s(t)$

$M(\tau)$ :

produce @  $f(c_f, a_f, s_f)$  @  $a(c_a, a_a, s_a)$

solve  $\frac{d\tau}{dt}=1, \frac{ds_f}{dt}=g_s(t), \frac{ds_a}{dt}=g_s(t)$

算法3中,假设每个花瓣对应5根雄蕊,其中 $\tau_f$ 是花期终止进入果实发育期的时刻。 $P(\tau)$ 是模块单元,每个单元之间夹角为 $72^\circ$ 。花期终止,花瓣和雄蕊掉落,用 $\epsilon$ 表示。模块单元包括1片花瓣和5根雄蕊,其中@ $p(c_p, a_p, s_p)$ 描绘花瓣, $M(\tau)$ 表示1根雄蕊,雄蕊共5根,中间1根,左右各2根,每根夹角 $14.5^\circ$ 。雄蕊单元分为花丝和花药,@ $f(c_f, a_f, s_f)$ 和@ $a(c_a, a_a, s_a)$ 分别描绘花丝和花药,不断变化的 $s_f$ 和 $s_a$ 由微分方程定义其速率。

#### 3.2.4 “中心”模块算法

##### 算法4

$R(\tau)$ :

if  $\tau < \tau_f$  produce

@  $o(c_o, a_o, s_o)$  @  $i(c_i, a_i, s_i)$  @  $h(c_h, a_h, s_h)$

solve  $\frac{d\tau}{dt}=1, \frac{ds_i}{dt}=g_s(t), \frac{ds_h}{dt}=g_s(t)$

if  $\tau_f \leq \tau < \tau_d$  produce

@  $o(c_o, a_o, s_o)$  @  $i(c_i, a_i, s_i)$  @  $h(c_h, a_h, s_h)$

solve  $\frac{d\tau}{dt}=1, \frac{ds_o}{dt}=g_s(t), \frac{dc_o}{dt}=g_c(t), \frac{dc_i}{dt}=g_c(t), \frac{dc_h}{dt}=g_c(t)$

if  $\tau > \tau_d$  produce @  $o(c_o, a_o, s_o)$

solve  $\frac{d\tau}{dt}=1, \frac{ds_o}{dt}=g_s(t), \frac{dc_o}{dt}=g_c(t)$

算法4中, $\tau_f$ 是果实开始发育的时刻, $\tau_d$ 是果实发育过程中花柱掉落的时间,@ $o(c_o, a_o, s_o)$ 、@ $i(c_i, a_i, s_i)$ 和@ $h(c_h, a_h, s_h)$ 分别描绘子房(果实)、花柱和柱头。果实未发育时,柱头和花柱不断长大;果实进入发育期时,柱头和花柱颜色不断变枯黄,而果实不断长大,颜色也不断变化;花柱掉落,果实继续发育,各微分方程表示了这一过程。

该算法实现了果实正常发育的全过程建模,对于特殊情况,如果果实未受精或营养不足造成的落花、落果、畸形花等现象,只需对算法稍作改动即可实现,在此不再累述。

### 3.3 生长函数

算法中出现了许多生长函数,这些函数帮助创建了整个生长过程。下面介绍两个常用的生长函数,分别是Logistic函数和Cubic函数。

在高等植物中,生长函数通常是S形的,这表示植物器官的生长最开始以一种缓慢的速度进行,然后加速生长,在接近最大值时,又放慢速度直到完成生长过程。一个常见的S形函数就是Logistic函数,其定义如下:

$$\frac{dx}{dt} = r(1 - \frac{x}{x_{max}})x$$

特别地, $x_0$ 必须大于0,以保证模块的初值和生长初速度不为0。

若要表示生长初速度和终结速度均为0,中间生长过程时间为 $T$ ,模块值从 $x_0$ 增加到 $x_{max}$ ,则采用Cubic函数,其定义如下:

$$\frac{dx}{dt} = G_{\Delta x, T}(t) = -6 \frac{\Delta x}{T^3} t^2 + 6 \frac{\Delta x}{T^2} = 6 \frac{\Delta x}{T^2} (1 - \frac{t}{T})t$$

其中 $\Delta x = x_{max} - x_0, t \in [0, T]$ 。

在对植物的模拟中,可选取的生长函数有很多,但这两个函数最常用,也最容易被计算机所模拟。

### 4 实验和结果

本文采用 L-Studio 对算法进行仿真实验。在实验中,选取柑桔和苹果两种水果的单果发育过程进行模拟,原因是柑桔的花是单雌蕊花,而苹果花是复雌蕊花,比较具有代表性。

模型由以上算法建立而成,并采用 Logistic 函数作为生长函数。为使模型外观效果更好,实验中时间参数与植物的生长过程有所差异;色彩参数是索引预定义的色彩列表,在此不给出具体数据;模块大小无具体单位,在此也不给出数据,表 1 将给出部分时间和角度参数。

表 1 部分参数值

名称	$\tau_0$	$\tau_f$	$\tau_d$	$\tau_{max}$	$a_{c_0}$	$a_{c_{min}}$	$a_{p_0}$	$a_{p_{min}}$	$a_f$	$a_i$
柑桔	0 s	30 s	40 s	60 s	50°	88°	15°	73°	15°	0°
苹果	0 s	30 s	-	60 s	30°	100°	8°	88°	45°	40°

实验中定义的 Bézier 曲面除子房(果实)模块为 4 个双三次 Bézier 曲面拼接成以外,其他曲面均为单片双三次 Bézier 曲面。部分 Bézier 曲面如图 2 所示:

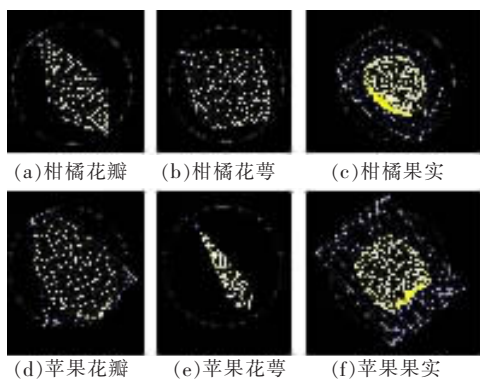


图 2 部分 Bézier 曲面

图 3 和图 4 分别给出了柑桔和苹果的生长模型的部分实验结果。图 3 中的(b)和图 4 中的(c)分别是柑桔花和苹果花的真实的照片,将它们与实验结果对比可见,本文算法具有较好的模拟效果。

### 5 总结

果实生长模拟是果树生长模拟的关键,本文描述了一种果树果实生长建模方法,应用改进后的微分 L-system,使其针对 Bézier 曲面有更好的封装性。该模型将植物的外观模拟和植物

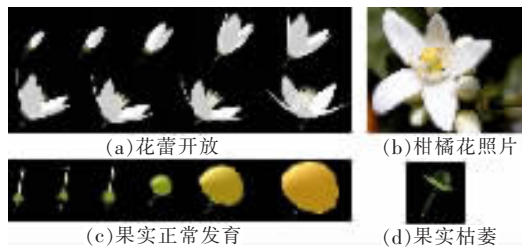


图 3 柑桔生长模拟实验结果

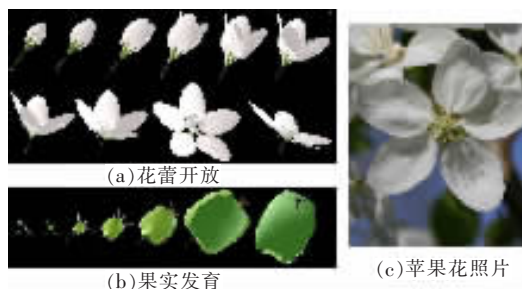


图 4 苹果生长模拟实验结果

的生理机制模拟结合在一起,提出了一种新的模块划分方法,区分了单雌蕊和多雌蕊的花的结构的不同,使生长过程能够更形象地被模拟。通过对柑桔和苹果的发育过程进行模拟实验,验证了该方法的有效性。(收稿日期:2006 年 10 月)

### 参考文献:

- [1] Adam R, Martin F, Brendan L, et al. Modeling and visualization of leaf venation patterns[J]. ACM Transactions on Graphics, 2005, 24(3): 702-711.
- [2] Przemyslaw P, Anne R. Modeling plant morphogenesis [J]. Current Opinion in Plant Biology, 2006, 9(1): 83-88.
- [3] Lars M, Yvette E, Brendan L, et al. Quantitative modeling of arabidopsis development[J]. Plant Physiology, 2005, 139(10): 960-968.
- [4] Mitch A, Przemyslaw P, Theodore D. Using L-systems for modeling source-sink interactions, architecture and physiology of growing trees; the L-PEACH model[J]. New Phytologist, 2005, 166: 869-880.
- [5] Przemyslaw P, Mark H, Eric M. Animation of plant development. ACM SIGGRAPH, 1993: 351-360.
- [6] Patrikalakis N M, Maekawa T. 计算机辅助设计与制造中的外形分析[M]. 冯结青, 叶修梓, 译. 北京: 机械工业出版社, 2005.

(上接 233 页)

代算法可行,并且能够保证一定的精确度,可以在此基础上进行 AHRS 系统的工程软件设计。

### 4 结束语

AHRS 系统作为一种广泛应用于飞行器移动机器人领域的导航系统,是利用其运动测量设备测量的数据,实时可靠地得到移动机器人的姿态航向信息从而完成导航控制系统的设计。实际系统采用嵌入式计算机及基于微电子机械器件(MEMS)的惯性测量元件,在获得各种运动测量信息的情况下,采用合理的信息融合算法,得到稳定的姿态输出,从而提高

了导航系统的精度及可靠性,满足了实际工程中对系统性能的要求。(收稿日期:2006 年 9 月)

### 参考文献:

- [1] 袁信,俞济祥. 导航系统[M]. 北京: 航空工业出版社, 1993.
- [2] 张树侠,孙静. 捷联式惯性导航系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 1992.
- [3] 吴俊伟. 惯性技术基础[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2002.
- [4] 付梦印,邓志红,张继伟. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [5] 何强,何英. Matlab 扩展编程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.