

多面体三向 DEXEL 模型与布尔运算

高新瑞, 张树生, 侯增选

GAO Xin-rui, ZHANG Shu-sheng, HOU Zeng-xuan

西北工业大学 现代设计与集成制造技术教育部重点实验室, 西安 710072

The key Laboratory of Contemporary Design and Integrated Manufacturing Technology, Ministry of Education, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

E-mail: xr_gao2002@yahoo.com.cn

GAO Xin-rui, ZHANG Shu-sheng, HOU Zeng-xuan. DEXEL model of polyhedrons and boolean operations. Computer Engineering and Applications, 2007, 43(12): 3-5.

Abstract: It gives a dexelization algorithm of polyhedrons. It suggests a three directions DEXEL model of polyhedrons. Compared with a single direction DEXEL model, the three directions DEXEL model could express a model more precisely. Under the same three directions DEXEL space, Boolean operations such as union, intersection, and subtraction are implemented. Use the three directions DEXEL model in aircraft composite parts design. Under Java 2.0 and Java 3D, these algorithms are tested.

Key words: polyhedron; three directions DEXEL model; DEXEL lization algorithm; Boolean operations; aircraft composite parts

摘要: 提出了一种多面体的 DEXEL 化算法及一种三向 DEXEL 模型。与单向 DEXEL 模型相比, 三向 DEXEL 模型能更精确地表示一个型体。在同一三向 DEXEL 模型空间, 实现并、交、差布尔运算。将三向 DEXEL 模型用于飞机复合材料零件设计, 设计了蜂窝结构、方管、圆管结构。在 Java2.0 与 Java 3D 环境下编程, 实现并验证了所有算法。

关键词: 多面体; 三向 DEXEL 模型; DEXEL 化算法; 布尔运算; 飞机复合材料零件

文章编号: 1002-8331(2007)12-0003-03 文献标识码:A 中图分类号: TP391

1 前言

DEXEL 称为深度元素 (Depth Element), DEXEL 模型是通过一组群到三组群的射线与物体的交点来表示一个物体。其优点是只需存储射线位于物体内部线段的端点坐标, 可大大减小存储空间, 并且布尔运算是 DEXEL 射线间的线性运算, 运算速度快、精度高。但 DEXEL 模型失去了体素的特征, 不能表示物体内部的各种属性。但通过将 DEXEL 模型转换为 VOXEL 体素模型, 可使其恢复 VOXEL 模型的特点。也可将 VOXEL 体素模型转换为 DEXEL 模型。从目前的研究论文看, DEXEL 技术主要用在五坐标数控加工仿真^[3]与 RP 仿真方面^[2,4]。在 [1,5] 中, 虽然也用了某种 DEXEL 模型, 但在显示 DEXEL 模型时, 通过 Marching Cube 算法提取体的三角面模型, 通过三角面模型显示该物体, 但是三角面模型不能显示三维物体的内部属性。从这些研究论文分析, DEXEL 表示形式有多种, 并没有一个统一有效的表示方法, 并且没有介绍对多面体的 DEXEL 化算法。

STL 文件通过一系列三角面的形式表示一个三维物体, 这是一种由三角面片形成的多面体。CSG 方法生成的体与 Brep 边界面表示的体也是多面体, 自由曲面 (Bezier 曲面、B 样条曲面、NURBS 曲面) 表示的体也可以离散为多面体的表示。

因此, 本文提出了一种对多面体的单向 DEXEL 化算法。将多面体的单向 DEXEL 化算法推广, 就形成了一种用三向互相垂直的 DEXEL 射线组群对多面体的三向 DEXEL 化算法, 通过该 DEXEL 化算法将一个多面体 DEXEL 化为三向 DEXEL 模型。在同一 DEXEL 模型空间, 实现 DEXEL 模型的并、交、差布尔运算。利用三向 DEXEL 模型的层状特性, 通过沿 y 轴方向将属于同一物体的由相邻四条 DEXEL 射线包围的小体素合并成一个大体素, 这种大体素可表示颜色、材料等属性, 将三向 DEXEL 模型用于飞机复合材料零件设计。全部功能用 Java 与 Java 3D 实现。

2 多面体与其 DEXEL 模型的数据结构

2.1 多面体的数据结构

用多面体的数据结构表示一个多面体完整信息。多面体的数据结构采用链表数据结构, 多面体的数据结构中包含有体的标志、体的颜色、材质等属性, 以及指向体的第一个面的指针, 体中所包含的其它面依次通过链表结构的形式链接在第一个面之后。一个面结点中包含面的编号、面中所含顶点总数、每个顶点的 x、y、z 坐标及指向下一个面的指针。

基金项目: 国家自然科学基金 (the National Natural Science Foundation of China under Grant No.50475145); 国家发改委项目; 海南大学自然科研基金与教学研究基金资助项目。

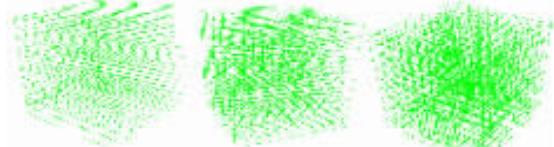
作者简介: 高新瑞 (1963-), 男, 副教授, 博士研究生, 主要研究方向: 计算机图形图像处理、逆向工程、计算机网络与系统安全; 张树生 (1956-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为计算机图形图像、神经网络、模式识别、先进制造系统、逆向工程、产品建模; 侯增选 (1964-), 男, 德国柏林工业大学博士, 副教授, 主要研究方向为数字化产品建模技术与现代集成制造等。

2.2 DEXEL 模型的数据结构

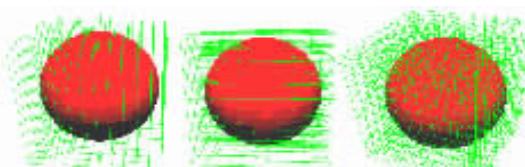
首先介绍沿 y 轴方向的单向 DEXEL 模型的数据结构。用单向 DEXEL 模型的数据结构表示一个单向 DEXEL 模型的完整信息。DEXEL 射线组群采用平行于 y 轴的单向射线，并且在 x, z 轴方向等间距。该等间距还可根据精度需要进一步细分。也可采用自适应划分。DEXEL 射线组群采用在 xoz 平面内的二维数组结构。每个射线的 x, z 坐标已知， y 坐标（也就是射线与物体的交点坐标）待求。单向 DEXEL 模型空间如图 1(a)、图 2(a)。每向 DEXEL 模型的数据结构中，包含体标志、体的颜色、材质等属性、DEXEL 射线在 x, z 轴方向编号、是否与物体相交标志、DEXEL 射线沿 y 轴方向最小交点的 x, y, z 坐标值、同一 DEXEL 射线两个交点之间 y 坐标增量以及指向同条 DEXEL 射线下一对交点的指针。

一条 DEXEL 射线与物体的交点为 2 个（包括相重的两个交点）、4 个或 6 个等。当一个 DEXEL 射线与物体有两个交点 $P_1(x_1, y_1, z_1), P_2(x_2, y_2, z_2)$ 时，保存这两个交点需要 6 个浮点数。为了减小存储量，该数据结构只保存 P_1 点 x, y, z 坐标值和 P_2 点与 P_1 点的 y 坐标增量，这样就可以只用 4 个浮点数表示两个交点，这种数据结构可进一步压缩数据存储量。对于一条 DEXEL 射线与物体有多对交点的情况，采用链表结构连接。每个物体的单向 DEXEL 模型中都存有颜色、材质等属性，以便以后用体素形式显示物体的这些属性。

下面再介绍三向 DEXEL 模型的数据结构。将单向 DEXEL 射线组群推广到相互垂直的两向 DEXEL 射线组群、相互垂直的三向 DEXEL 射线组群，就形成了相互垂直两向层状 DEXEL 模型与相互垂直三向 DEXEL 模型，如图 1、图 2。用这三向 DEXEL 射线对一个多面体 DEXEL 化，就得到该多面体三向 DEXEL 模型。三向 DEXEL 模型空间如图 1(c)、图 2(c)。将单向 DEXEL 模型的数据结构推广到三向 DEXEL 模型就形成了三向 DEXEL 模型的数据结构。



(a) 单向 DEXEL (b) 两向层状 DEXEL (c) 相互垂直三向
模型空间 模型空间 DEXEL 模型空间
图 1 最小包围盒的单向、两向层状、相互垂直三向
DEXEL 模型空间示意图



(a) 单向射线
DEXEL 化 (b) 两向射线
DEXEL 化 (c) 三向射线
DEXEL 化
图 2 最小包围盒的单向、两向层状、相互垂直三
向模型空间 DEXEL 化示意图

3 三向 DEXEL 射线组群与空间多边形平面的求交算法

3.1 单向 DEXEL 射线与多面体的求交算法

首先介绍单向 DEXEL 射线组群与多面体的求交算法。

DEXEL 射线方向取与 y 坐标轴平行的射线，并沿 y 轴的正向，如图 3 所示。将空间三角形 $P_1P_2P_3$ 向 xoz 坐标面投影，得到一个在 xoz 坐标面内的平面三角形 ABC 。首先判断该 DEXEL 射线是否在三角形 ABC 内。如果该射线在三角形 ABC 之内，说明该射线与该空间三角形相交，则求该射线与空间三角形 $P_1P_2P_3$ 的交点；如果该射线不在三角形 ABC 之内，则说明该射线不与空间三角形 $P_1P_2P_3$ 相交，不求该射线与空间三角形 $P_1P_2P_3$ 的交点。判断射线是否在平面三角形 ABC 内，可用两条边分别平行于 x, z 轴的最小包围矩形法加速判断。

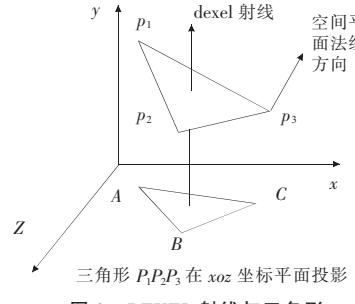


图 3 DEXEL 射线与三角形

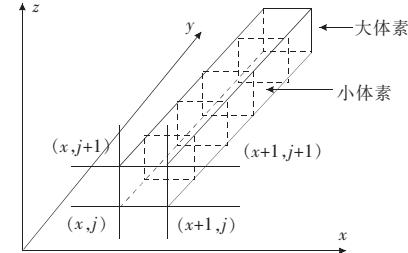


图 4 沿 y 轴将小体素合并为大体素示意图

由于三角形 ABC 是空间三角形 $P_1P_2P_3$ 在 xoz 坐标平面的投影，如果 P_1, P_2, P_3 三点的坐标分别为 $P_1(x_1, y_1, z_1), P_2(x_2, y_2, z_2), P_3(x_3, y_3, z_3)$ ，则 A, B, C 三点的坐标分别为 $A(x_1, 0, z_1), B(x_2, 0, z_2), C(x_3, 0, z_3)$ 。假设 $P_0(x_0, 0, z_0)$ 为 xoz 坐标平面内任一点，也就是一个 DEXEL 射线在 xoz 坐标平面内的坐标值，则该射线与空间三角形 $P_1P_2P_3$ 是否相交的判断就转化为判断点 P_0 是否在投影三角形 ABC 内。要判断点 P_0 是否在三角形 ABC 内，其中一个最简捷的算法就是分别求 P_0 到 A, B, C 三点的向量 $\mathbf{PA}, \mathbf{PB}, \mathbf{PC}$ ，然后分别求向量 \mathbf{PA} 与 \mathbf{PB}, \mathbf{PB} 与 \mathbf{PC}, \mathbf{PC} 与 \mathbf{PA} 的叉积。如果这三个叉积符号相同，则说明 P_0 点在三角形 ABC 内，则该 DEXEL 射线与空间三角形 $P_1P_2P_3$ 相交，则需要求该 DEXEL 射线与空间三角形 $P_1P_2P_3$ 的交点；如果三个叉积符号不同，则说明 P_0 点在三角形 ABC 之外，则该 DEXEL 射线不与空间三角形 $P_1P_2P_3$ 相交，不用求 DEXEL 射线与空间三角形 $P_1P_2P_3$ 的交点。对多边形顶点数大于 3 的空间平面凸多边形可用相同的方法。 P_0 点与三角形 ABC 各顶点叉积的计算公式为

$$n_i = \mathbf{P}_0 \mathbf{P}_i \otimes \mathbf{P}_0 \mathbf{P}_{i+1} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ (x_i - x_0) & 0 & (z_i - z_0) \\ (x_{(i+1)} - x_0) & 0 & (z_{(i+1)} - z_0) \end{vmatrix}$$

其中， P_i 表示多边形的顶点， n_i 表示向量 $\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_i$ 与向量 $\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_{i+1}$ 的叉积。对三角形，总共有三个叉积值。如果是 N 边形，则有 N 个叉积值。

要求 DEXEL 射线与空间三角形 $P_1P_2P_3$ 的交点，就必须首先求出空间三角形的平面方程。已知三点 $P_1(x_1, y_1, z_1), P_2(x_2, y_2,$

z_2)、 $P_3(x_3, y_3, z_3)$, 则过这三点的平面的法线矢量为

$$n = P_1 P_2 \otimes P_1 P_3 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ (x_2 - x_1) & (y_2 - y_1) & (z_2 - z_1) \\ (x_3 - x_1) & (y_3 - y_1) & (z_3 - z_1) \end{vmatrix}$$

其中, 法线的方向按右手螺旋定则。 i, j, k 分别表示 x, y, z 轴上的单位向量。分别用 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 表示法向量在 x, y, z 坐标轴上的分量, 则 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 的值分别为:

$$\mathbf{A} = (y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (y_3 - y_1)(z_2 - z_1)$$

$$\mathbf{B} = -(x_2 - x_1)(z_3 - z_1) - (x_3 - x_1)(z_2 - z_1)$$

$$\mathbf{C} = (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)$$

现假设在该平面内有两个点 $P(x, y, z), P_0(x_0, y_0, z_0)$, 则 P_0 点到 P 点的向量为 $((x - x_0), (y - y_0), (z - z_0))$ 。该向量与法向量垂直, 所以两向量的点积为 0, 即 $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ 。将该方程重组, 则得: $Ax + By + Cz + (-Ax_0 + By_0 + Cz_0) = 0$ 。和平面方程的标准形式 $Ax + By + Cz + D = 0$ 比较得: $D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$ 。由此可以看出, 平面法向量在 x, y, z 轴的分量分别为该平面方程的 A, B, C 系数, 系数 D 可以通过平面上的一个点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ 求得。随着法向量大小的不同, 同一个平面可以有多个方程表示形式, 但其标准形式 $A_0x + B_0y + C_0z + D_0 = 0$ 只有一个, 其中, 如果 $D \neq 0$, 则 $A_0 = A/D, B_0 = B/D, C_0 = C/D$ 。

几种特殊平面讨论:

(1) 当 $D=0$ 时, 平面方程为 $Ax+By+Cz=0$, 该平面通过原点 $(0, 0, 0)$ 。

(2) 当 $A=0$ 时, 平面方程为 $By+Cz+D=0$, 该平面平行于 x 轴, 并垂直于 yoz 平面。

(3) 当 $A=B=0$ 时, 平面方程为 $Cz+D=0$, 该平面垂直于 z 轴, 并且平行于 xoy 平面。

其它情况, 可以类似讨论。

当求出空间三角形 $P_1P_2P_3$ 的平面方程 $Ax+By+Cz+D=0$ 后, 就可求一条 DEXEL 射线与该平面的交点, 其中 DEXEL 射线的 x_0, z_0 坐标已知, y 坐标待求。

(1) 当 $B \neq 0$ 时, $y = -(Ax_0 + Bz_0 + D)/B$ 。

(2) 当 $B=0$ 时, 说明该平面与 y 轴平行, 不求射线与该平面的交点。

(3) 当 $B \neq 0, A=C=0$ 时, 说明该平面与 y 轴垂直, 与 xoz 坐标面平行, 则交点为平面上任一点的 y 坐标。

对多边形顶点数大于 3 的空间平面, 凸平面多边形可用相同的方法求解。

3.2 三向 DEXEL 射线组群与多面体的求交算法

三维型体最小包围盒的单向、两向层状、相互垂直三向 DEXEL 模型空间示意图如图 1。三维型体在最小包围盒的单向、两向层状、相互垂直三向模型空间的 DEXEL 化示意图如图 2。

当用单向 DEXEL 射线与一个球体求交时, 复杂边界的部分可能无法相交, 如图 2(a)所示。在图 2(a)中, 在球体的边界部分夹在相邻两层 DEXEL 射线之间, 无法与 DEXEL 射线相交, 这部分几何信息, 在 DEXEL 模型表示中将会丢失。这种丢失的几何信息在单向 DEXEL 模型空间中, 共有对称的四块。当 DEXEL 射线在两个方向的步长取得比较小时, 则丢失的几何信息区域将减少。而在图 2(b)中, 采用两向同层相互垂直的 DEXEL 射线与球体表面求交后, 在相邻的 DEXEL 射线层之间因无法求交而丢失的几何信息区域只有两个部分, 这两部分分别位于层状 DEXEL 射线的两端。和单向 DEXEL 模型

比较, 表示精度有所提高。在图 2(c)中, 用相互垂直的三向 DEXEL 射线组群与球体求交, 则不会有因无法相交而丢失的几何信息。因此, 对于空间三维形体, 用三向 DEXEL 射线组群表示, 能够提高表示精度。当三向 DEXEL 射线的步长取得比较小时, DEXEL 模型所表示的三维型体的精度就会提高。

将单向 DEXEL 射线组群与多面体求交算法, 推广到三个相互垂直方向的 DEXEL 射线组群, 就形成了三向 DEXEL 射线组群与多面体的求交算法。三向 DEXEL 射线模型采用分别平行于 x, y, z 轴的三个方向的射线组群。三向射线组群将最小包围盒空间分成了一个个小体素, 这样的体素空间称为小体素空间, 如图 1(c)。对处于同一个三向 DEXEL 模型空间的体, 可分别对同向的 DEXEL 射线进行布尔运算。通过 Marching Cube 算法区分体外体素、边界体素与体内体素, 也可用 Marching Cube 算法提取三向 DEXEL 模型三角网格。最后, 再将由平行于 y 轴的相邻四条 DEXEL 射线包围的属于同一物体的小体素进行合并, 形成沿 y 轴方向的大体素, 如图 4。这与单向 DEXEL 射线模型的表示方式相同, 但表示精度比单纯单向 DEXEL 射线模型提高了。

4 基于多面体三向 DEXEL 模型的布尔运算

在同一个 DEXEL 模型空间, 对不同体的 DEXEL 模型, 通过比较三个方向相同位置上的 DEXEL 线实现并、交、差布尔运算。这种运算是线性的, 运算速度快、精度高。运算原理如图 5。

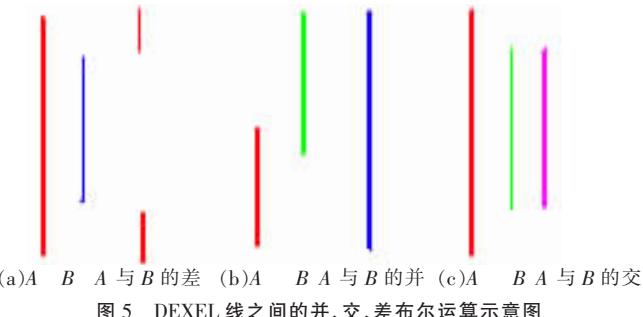


图 5 DEXEL 线之间的并、交、差布尔运算示意图

5 三向 DEXEL 模型的应用实例

下面是几个三向 DEXEL 模型布尔运算的实例:

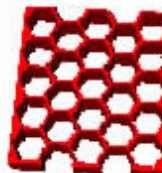


图 6 蜂窝结构



图 7 方管结构



图 8 圆管结构



图 9 复杂形体



图 10 两球体之差

6 结论

在 Java 2.0 与 Java 3D 环境下编程实现并验证该算法。通过显示的图形可看出, 这种算法运行可靠, 精度也比较好。通过

(下转 56 页)