

基于 JIT 的一种混流生产排序模型

柯昌英

(武汉工程大学 经济管理学院,湖北 武汉 430073)

摘要:混流生产排序是国际上制造业领域的热点问题。运用数学规划方法及生产作业排队理论,建立了一种基于准时生产的同质产品的混流生产排序模型。研究结果认为,该模型将有益于中国制造业的发展。

关键词:准时生产;生产排序;模型

中图分类号:F273

文献标识码:A

文章编号:1001-7348(2005)05-0112-02*

0 前言

采取小批量生产的 JIT 系统,经常进行的是从 A 到 B 再到 C 的混流生产。在个性化消费愈来愈强烈的今天,大量同质消费品生产常常采取这样的生产流程:在头道主工序,由于各类产品基本功能及属性相差不大,因此这些不同类型或不同型号或不同外观的产品,会在同一生产平台或流水线上混流生产。接下来,则各自进入不同或少许相同的后续工序,实现产品的差异化^[1]。譬如:海尔公司的家电生产中,许多个性化冰箱生产的安排,就是这样进行的。再如:神龙汽车有限公司,其东风雪铁龙轿车与标致 307 轿车主工序也是共用一个生产平台,后续工序则各自不同。由于市场瞬息万变,定单时而近零、时而蜂拥而至,因而特别是在定单集中到达时,在头道主工序,如何安排 A、B、C 等上线排序就变得尤为重。

本文从“先来先服务”出发,以总成本费用最小为目标,借鉴数学规划和电脑仿真的分析方法^[2],拟建一个行之有效的数学模型,以望能科学地、合理地解决这个问题。

1 模型假设

(1)在共用的生产平台或流水线上,所有产品加工占用的时间都相同。设这个时间为 Δ ,于是时间被离散化为间隔为 Δ 的时段。

(2)第 i 类产品在第 j 时段能加工完毕,

并迅速转移至后续工序(转移时间忽略),其加工费用与已经转移的产品无关。这一混流生产产品的总费用是线性函数:

(3)对于每类产品,存在它可以延迟上线加工的最晚时间 τ 。若延迟时间不迟于 τ ,在后续工序加工中,提高加工效率及速度仍可按时交货于顾客。若上线加工的最晚时间迟于 τ ,则后续工序加工再快,顾客也只得推迟拿货或预计时间内无法取货。

(4)所有顾客推迟拿货损失费相同。

2 模型构建

假定 $t=0$ 时有 n 类产品请求上线生产,制造部要决定上线加工次序,即为每类产品安排一个时段,使得按照这个次序上线加工时总费用最小。总费用包括两部分:一是当产品比预定时间推迟上线生产时公司需付的额外附加费;二是产品推迟交付引起顾客不满意而折合的损失费。

令 c_{ij} 是第 i 类安排在第 j 时段上线生产产品承担的上述两部分费用。将其定义为:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{若第 } i \text{ 类产品安排在第 } j \text{ 时段上线生产} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

显然,对于任一个上线加工次序,总费用为:

$$c = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \lambda_{ij} \quad (1)$$

为保证对于每类产品的生产有且仅有一个时段,约束条件是:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, i=1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, j=1, 2, \dots, n \quad (3)$$

由于 c_{ij} 与 x_{ij} 无关, c 是 x_{ij} 的线性函数。于是寻求最优上线加工顺序归结为:确定 $x_{ij}, i, j=1, 2, \dots, n$ 使在条件(2)、(3)下目标函数(1)达到最小。

这是一个 0—1 规则问题,在 n 不太大的情况下现成的算法和软件包可供实际应用。这样,建模的关键在于确定 c_{ij} 。

对于第 i 类产品,预定上后续工序加工的时间为 $t_i, t_i > 0$ 表示请求上后续工序加工时间($t=0$)早于预定时间, $t_i < 0$ 则表示请求上后续工序加工时间晚于预定时间。若安排它在第 j 时段上线加工,这个时间记作 t ,显然 $t = (j-1)\Delta$ 。按照假设(3),可以延迟上线加工的最晚时间为 τ ,预定其全部加工完毕时间为 t_2 ,后续工序工作量为 d ,后续工序正常加工速率和最大速率分别为 v' 和 v_m ,根据 τ 的意义有 $d = (t_2 - t_i)v' = (t_2 - \tau)v_m$ 成立,于是 τ 可由已知数据 t_2, t_i, v', v_m 确定:

$$\tau = t_2 - \frac{(t_2 - t_i)v'}{v_m}$$

当 $t < t_i$ 时, $c_{ij} = \infty$,表示不允许在预定时间之前在后续工序上线加工。

当 $t_i \leq t \leq \tau$ 时,后续工序加工提速引起动力消耗、设备损耗等的附加费记为 $f(t)$,为简单起见,设 $f(t)$ 与后续工序加工工作量和 d

延迟时间 $t-t_i$ 成正比,所以有:

$$f_1(t) = k(t_i - \tau)(t - t_i)$$

式中 k 为比例系数。

顾客不满意程度将随着延迟时间增加而迅速增长,已假设每个顾客的不满意程度相同,记这种不满意折合的损失费为 $g_i(t)$,有:

$$g_i(t) = b'q'$$

式中 b' 是比例系数, q' 是顾客人数。

当 $t > \tau$ 时,设公司因延迟交付赔偿顾客的费用为:

$$f_2(t) = r'q'$$

式中 r' 为比例系数, q' 是顾客人数。由此:

c_j 是 $f_1(t), g_i(t), f_2(t)$ 之和。

综上所述,有:

$$c_j = \begin{cases} \infty & 0 \leq t < t_i \\ f_1(t) + g_i(t) & t_i \leq t \leq \tau \\ f_1(t) + g_i(t) + f_2(t) & t > \tau \end{cases} \quad (4)$$

上式中,作为自由参数的比例系数难以精确估量,可根据经验判定。

3 模型检验

建立的模型是否能够应用,在很大程度上取决于当自由参数作微小改变时,最优解是否变化很大,以及各个自由参数的改变对结果的影响程度。

为了分析最优解对参数的敏感性,首先考虑相应的线性规划问题。

令(1)式中的 c 为 $-z$,构造线性规划问题:

$$\max Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n -c_{ij}x_{ij}$$

约束条件为:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i=1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j=1, 2, \dots, n$$

$$x_{ij} \geq 0$$

若(1)式有可行解,则一定存在决策变

量 x_{ij} 取整数值的最优解。注意到前两个约束条件,只能取值0和1,于是整数规划问题等价原来的规划。将问题(1)简记为

$$\max Z = C^T X \quad (5)$$

约束条件为:

$$AX = b, X > 0$$

设式(5)的最优解为 X^* ,研究 C 有微小改变 Δc 时的影响。

问题(5)的对偶问题是 $\min W = b^T Y$

约束条件为: $YA \geq C$

设其最优解为 Y^* ,因为当 C 变为 $C' = C + \Delta C$ 时, X^* 作为(5)式的可行解,根据线性规则的对偶理论,当且仅当 $Y^*A \geq C'$ 时,即 $\Delta C \leq Y^*A - C$ 时, X^* 还是(5)式的最优解。

进一步说,即使 X^* 不再是最优解,新的目标函数为:

$$Z = C'^T X^* = Z + (\Delta C)^T X^*$$

即 Z 的改变量是 ΔC 的线性函数。

综上所述,当费用 x_{ij} 发生微小变化时对最优解和目标函数值的影响是微小的。

4 计算机仿真应用举例

为便于应用举例,假定:

(1)第 j 时段均为1天,因不能交货而赔偿顾客的费用为每位350元,是延迟15天交货所造成损失费的2倍。

(2)最多有3种不同类型或不同型号或不同颜色的产品排队等候上线生产,如果低于3类产品,低于数的耗费系数按零代入计算。

例1 某年1月6日有3类产品排队等候上线生产加工,计划在其后第80天交付,顾客已交付定金并签订合同。如果届时不能交付,每类产品将会有100位顾客失去耐心而要求赔偿。仿真结果如表1。

最优上线加工排序为C,A,B。即在所有条件一致时,顾客较多的产品排在前面上线生产加工。

表1 A、B、C类产品排序仿真结果

产品类别	顾客人数	耗费矩阵			解	
A	350	0.00	0.48	0.97	0	1 0
B	100	0.00	0.41	0.83	0	0 1
C	400	0.00	0.50	1.00	1	0 0

例2 D类产品要求上线生产时,已延迟10天,而此时,A、B两类产品也延迟1天,同样,如果届时不能交付,A、B类产品将会有100位,D类产品将会有140位顾客失去耐心而要求赔偿。仿真结果如表2。

表2 A、B、D类产品排序仿真结果

产品类别	顾客人数	延迟	耗费矩阵			解	
D	210	10天	0.82	0.91	1.00	1	0 0
A	100	1天	0.07	0.15	0.22	0	0 1
B	350	1天	0.09	0.17	0.26	0	1 0

最优上线加工排序为D,B,A。即延迟最长的产品排在前面上线生产加工。

5 结束语

本模型简明实用,使用广泛,置信度尚可。借助电脑能快速进行计算并很快得到结果。模型相对稳定,具有一定的可靠性。不足之处在于相关参数无法准确得到,仅靠经验估计。总费用 C 误差产生一般源于:①忽略掉一些其它损耗费;②顾客的不满意度不尽相同。因而,对计算结果的准确性会有一定影响。

参考文献:

- [1] Richard B. Chase, Nicholas J. Aquilano. Production and Operations Management: Manufacturing and Services[M]. NY: McGraw-Hill, 1999. 310-314.
- [2] Zipkin, Paul H. Does Manufacturing Need a JIT Revolution[J]. Harvard Business Review, 1991, January-February: 40-50.
- [3] 齐欢. 数学模型方法[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1996.

(责任编辑: 曙 光)

A Model of Mixing Production Schedule Based on JIT

Abstract: The scheduling of mix production is a lively discussed problem internationally in field of manufacture. With the method of mathematical programming and theory of jobshop scheduling, this article defines a model of mixing production schedule for same category to produce based on JIT. The conclusion of the research is that the model will be beneficial to the manufacture of China. Using an example, the simulator of model making to computer was discussed.

Key words: just in time; production scheduling; model