一类非线性不确定系统的自适应积分滑模控制

廖道争,王仁明
LIAO Dao-zheng,WANG Ren-ming

三峡大学 电气信息学院,湖北 宜昌 443002
College of Electrical Engineering & Information Technology,China Three Gorges University,Yichang,Hubei 443002,China
E-mail:ldz2009@yahoo.com.cn

LIAO Dao-zheng,WANG Ren-ming.Nonlinear adaptive integral sliding mode control.Computer Engineering and Applications,2008,44(2):230-232.

Abstract: A new adaptive integral sliding mode controller is proposed for a class of nonlinear systems with uncertainties.The control law is composed of two parts:a controller for the reduced model of the plant and a compensator.Consequently,the design is also divided into two steps.Firstly,a globally asymptotically stable controller is developed based on a reduced model of the plant.Then,an integral sliding mode surface is constructed in order to treat those parts relating to the uncertain parameters,and an adaptive integral sliding mode compensator is developed to ensure the reachability of the sliding mode surface and the stability of the original system.The design is simple and the control law is very concise,so it is suit for practical implementation. The result of simulation verifies the efficiency of the suggested design.

Key words: nonlinear systems;adaptive control;integral sliding mode;uncertain systems

摘 要:针对一类具有不确定参数的复杂非线性系统,提出了一种自适应积分滑模控制方法。控制器的设计分两步进行:首先,基于被控对象模型构造一个简化子系统,设计出该子系统的一个全局渐近稳定控制律;然后构造一个积分滑模面,设计自适应积分滑模补偿器以处理系统中含有不确定参数的部分,保证了滑模面的可达性和原系统的闭环稳定性。补偿后,系统的完整自适应控制律由简化子系统的控制律加补偿控制器两部分组成。所提设计方法简单,便于工程实现。最后,通过仿真结果验证了设计方案的有效性。

关键词:非线性系统;自适应控制;积分滑模;不确定系统
文章编号:1002-8331(2008)02-0230-03 **文献标识码**:A **中图分类号**:TP273

1 引言

非线性不确定系统的控制问题一直是控制理论研究的一个热点。近年来的研究成果表明,对于满足一定三角结构形式的系统,可以采用反演(Backstepping)设计方法逐步构造出系统的 Lyapunov 函数从而设计出系统的控制律[1-4]。然而,Backstepping 设计方法存在“复杂性爆炸”的缺点[5,6],也就是控制器的复杂程度随着系统阶次的增加会急剧膨胀。造成这种“复杂性爆炸”的原因是由于在反演设计过程中需要对某些特定的非线性函数反复进行求导。采用 Backstepping 方法进行自适应控制器设计的另一个缺点就是存在参数重复估计问题,从而使所设计的控制系统阶次大大增加。

本文针对一类具有参数不确定性的非线性系统,提出了一种新的积分滑模自适应控制方法。与文献[1-4]中采用的 Backstepping 设计方法相比,该方法不存在所谓的“复杂性爆炸”问题和“参数重复估计”问题,从而极大地简化了控制器的设计。最后通过仿真实例验证了设计方案的有效性。

2 问题描述

考虑如下参数不确定非线性系统

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1&=x_2+\boldsymbol{f}_1(x)\boldsymbol{\theta}\\
\dot{x}_2&=x_3+\boldsymbol{f}_2(x)\boldsymbol{\theta}\\
&\vdots\\
\dot{x}_{n-1}&=x_n+\boldsymbol{f}_{n-1}(x)\boldsymbol{\theta}\\
\dot{x}_n&=a(x)+\boldsymbol{f}_n(x)\boldsymbol{\theta}+b(x)\boldsymbol{u}
\end{aligned}\qquad(1)$$

式中 $\boldsymbol{x}=[x_1,\cdots,x_n]^{\mathrm{T}}\in R^n$ 表示被控对象状态,$\boldsymbol{u}\in R$ 为控制输入;$\boldsymbol{\theta}=[\theta_1,\cdots,\theta_m]^{\mathrm{T}}$ 为不确定常值参数向量;$\boldsymbol{f}_i(x)\in R^{1\times m}$,$1\leqslant i\leqslant n$ 为已知光滑连续行向量场,且满足 $\boldsymbol{f}_i(0)=\boldsymbol{0}_{1\times m}$;$a(x)\in R,b(x)\in R$ 均为已知函数,且 $b(x)\neq 0$。

说明:(1)Backstepping 设计方法要求系统必须满足像文献[1-4]中所描述的那种所谓三角结构形式,系统(1)并不一定满足这种三角结构,因此本文所描述的对象模型并不一定能采用

作者简介:廖道争(1969-),男,博士,副教授,主要研究方向:非线性控制、鲁棒控制、智能控制等;王仁明(1964-),男,博士,副教授,主要研究方向:模糊控制、切换系统等。

Backstepping 方法来进行设计；而上述文献中所描述的那类三角结构系统则可以采用本文所提出的方法进行设计。

3 控制器的设计

首先不考虑系统中具有不确定参数部分，记

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_1&=\boldsymbol{x}_2\\&\vdots\\\dot{\boldsymbol{x}}_{n-1}&=\boldsymbol{x}_n\\\dot{\boldsymbol{x}}_n&=a(x)+b(x)\boldsymbol{u}\end{aligned}\tag{2}$$

为式（1）的简化子系统。

对 n 阶线性系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}0&1&\cdots&0\\\cdots&\cdots&&\cdots\\0&\cdots&0&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix}0\\\cdots\\0\\1\end{bmatrix}\boldsymbol{u}\tag{3}$$

设计稳定控制律 $\boldsymbol{u}'=-K\boldsymbol{x}$，则控制律

$$\boldsymbol{u}_1=\frac{1}{b(x)}[-Kx-a(x)]\tag{4}$$

可实现对简化子系统（2）的全局渐近稳定控制。

下面在控制器 $\boldsymbol{u}_1$ 的基础上增加一个补偿器来研究参数不确定性非线性系统（1）的自适应控制律设计问题。取补偿后的控制律形式为 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}_1+\boldsymbol{u}_2$。

将 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}_1+\boldsymbol{u}_2$ 代入式（1）得

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_1&=\boldsymbol{x}_2+\boldsymbol{f}_1(x)\boldsymbol{\theta}\\\dot{\boldsymbol{x}}_2&=\boldsymbol{x}_3+\boldsymbol{f}_2(x)\boldsymbol{\theta}\\&\vdots\\\dot{\boldsymbol{x}}_{n-1}&=\boldsymbol{x}_n+\boldsymbol{f}_{n-1}(x)\boldsymbol{\theta}\\\dot{\boldsymbol{x}}_n&=a(x)+b(x)\boldsymbol{u}_1+\boldsymbol{f}_n(x)\boldsymbol{\theta}+b(x)\boldsymbol{u}_2\end{aligned}\tag{5}$$

记

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F}_0(x)&=[x_2,\cdots,x_n,a(x)+b(x)\boldsymbol{u}_1]^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{f}(x)&=[f_1(x),f_2(x),\cdots,f_n(x)]^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{g}(x)&=[0,\cdots,0,b(x)]^{\mathrm{T}}\end{aligned}\tag{6}$$

则式（5）可表示为

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{F}_0(x)+\boldsymbol{f}(x)\boldsymbol{\theta}+\boldsymbol{g}(x)\boldsymbol{u}_2\tag{7}$$

因为

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{F}_0(x)\tag{8}$$

全局指数渐近稳定，所以设计补偿器 $\boldsymbol{u}_2$ 使

$$\lim_{t\to\infty}[\boldsymbol{f}(x)\boldsymbol{\theta}+\boldsymbol{g}(x)\boldsymbol{u}_2]=0\tag{9}$$

就可以实现非线性系统（7）的稳定控制。

定义积分滑模面

$$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{G}\left[x(t)-x(t_0)-\int_{t_0}^{t}\boldsymbol{F}_0(x(\tau))\mathrm{d}\tau\right]\tag{10}$$

式中 $\boldsymbol{G}=[G_1,\ \cdots,G_n]$ 为选定的 n 维常数向量，且满足 $G_i\neq0$，$(1\leqslant i\leqslant n)$ 和 $\boldsymbol{Gg}(x)\neq0$。

则：

$$\dot{\boldsymbol{S}}=\boldsymbol{G}[\boldsymbol{f}(x)\boldsymbol{\theta}+\boldsymbol{g}(x)\boldsymbol{u}_2]\tag{11}$$

进一步定义李雅普诺夫函数

$$\boldsymbol{V}_1=\frac{1}{2}\boldsymbol{S}^2\tag{12}$$

对 $\boldsymbol{V}_1$ 进行求导，得

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{V}}_1&=\boldsymbol{SG}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[x(t)-x(t_0)-\int_{t_0}^{t}\boldsymbol{F}_0(x(\tau))\mathrm{d}\tau\right]=\\&\boldsymbol{S}[\boldsymbol{Gf}(x)\boldsymbol{\theta}+\boldsymbol{Gg}(x)\boldsymbol{u}_2]\end{aligned}\tag{13}$$

取补偿控制律

$$\boldsymbol{u}_2=\frac{1}{\boldsymbol{Gg}(x)}\left[-k_0\boldsymbol{S}-\boldsymbol{Gf}(x)\hat{\boldsymbol{\theta}}\right]\tag{14}$$

其中 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 为参数估计值；参数估计误差 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}=\hat{\boldsymbol{\theta}}-\boldsymbol{\theta}$。

取 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 的自适应律为

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}=[\boldsymbol{SGf}(x)]^{\mathrm{T}}\tag{15}$$

则采用自适应控制律（14）和（15）后，有 $\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{S}=0$，$\lim\limits_{t\to\infty}\dot{\boldsymbol{S}}=0$ 成立，从而式（9）成立，即系统（1）渐近稳定。

证明 定义新的李雅普诺夫函数

$$\boldsymbol{V}=\frac{1}{2}\boldsymbol{S}^2+\frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\theta}}\tag{16}$$

对 $\boldsymbol{V}$ 进行求导，并代入自适应控制律（14）和（15），得

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{V}}&=\boldsymbol{S}[\boldsymbol{Gf}(x)\boldsymbol{\theta}+\boldsymbol{Gg}(x)\boldsymbol{u}_2]+\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}=\boldsymbol{S}[\boldsymbol{Gf}(x)\boldsymbol{\theta}-k_0\boldsymbol{S}-\boldsymbol{Gf}(x)\hat{\boldsymbol{\theta}}]+\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}=\\&-k_0\boldsymbol{S}^2-\boldsymbol{SGf}(x)\tilde{\boldsymbol{\theta}}+\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}=-k_0\boldsymbol{S}^2-\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{SGf}(x)]^{\mathrm{T}}+\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}=\\&-k_0\boldsymbol{S}^2\leqslant0\end{aligned}\tag{17}$$

从而有 $\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{S}=0$ 成立。当 $\boldsymbol{S}=0$ 时，有 $\dot{\boldsymbol{S}}=0$ 成立，式（9）成立。

在滑模面 $\boldsymbol{S}=0$ 上，系统状态 x_s（x_s 表示滑模面上的状态）满足

$$\dot{\boldsymbol{x}}_s=\boldsymbol{F}_0(x_s)\tag{18}$$

当系统（1）收敛到滑模面 $\boldsymbol{S}$ 上后，系统状态必定进一步收敛到原点。

最后，系统的完整控制律为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}&=\boldsymbol{u}_1+\boldsymbol{u}_2=\frac{1}{b(x)}[-Kx-a(x)]+\frac{1}{\boldsymbol{Gg}(x)}\left[-k_0\boldsymbol{S}-\boldsymbol{Gf}(x)\hat{\boldsymbol{\theta}}\right]\\\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}&=[\boldsymbol{SGf}(x)]^{\mathrm{T}}\end{aligned}\tag{19}$$

4 仿真结果

采用上述控制方案对如下三阶非线性系统进行控制器设计

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_1&=x_2+x_2^3+\theta x_1^2\\\dot{\boldsymbol{x}}_2&=x_3+2x_1x_3\sin x_1\\\dot{\boldsymbol{x}}_3&=u+x_2^2\sin x_1\end{aligned}\tag{20}$$

式中 θ 为未知参数，仿真时假设其真值为 $\theta=3$。

首先，对式（20）的简化子系统

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}_1&=x_2\\\dot{\boldsymbol{x}}_2&=x_3\\\dot{\boldsymbol{x}}_3&=u+x_2^2\sin x_1\end{aligned}\tag{21}$$

设计控制律为

$$u_1=-2.236\ 1x_1-4.685\ 4x_2-3.790\ 9x_3-x_2^2\sin x_1\tag{22}$$

该控制律可以实现对系统（21）的全局渐近稳定控制。然后，设计自适应积分滑模补偿器 u_2，设计时取 $\boldsymbol{G}=[1\ \ 1\ \ 1]$；$k_0=30$。对系统（20）进行控制仿真，仿真时取参数初始估计值 $\hat{\theta}(0)=6$，系统初始状态 $\boldsymbol{x}(0)=[1\ \ 1\ \ 1]^{\mathrm{T}}$。图 1–图 4 为采用积分滑模自适应控制方案的控制结果图。

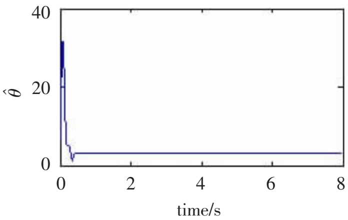

图 2　参数学习曲线

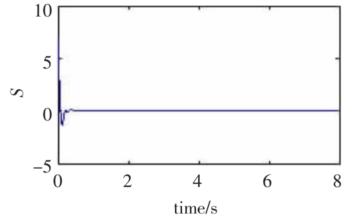

图 3　滑模面曲线

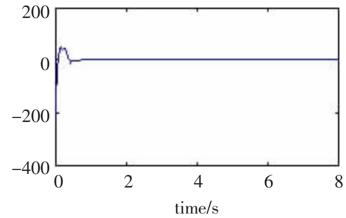

图 4　控制输入曲线

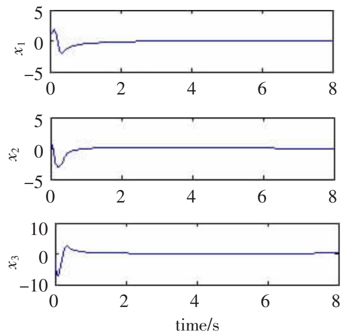

图 1　状态曲线

由仿真结果可以看出：系统状态能够快速地收敛到系统原点；而且参数估计值准确、快速地收敛到其真实值。这说明本文所提出的控制方案是有效的。

5　结论

针对一类具有不确定参数的非线性系统，提出了一种新的自适应控制器设计方法。设计过程分两步进行：首先，构造原系统的一个简化子系统，基于简化子系统设计一个全局渐近稳定控制律 u_1；然后在 u_1 的基础上设计自适应积分滑模补偿器 u_2 以处理不确定参数的情况。补偿后的完整自适应控制律为 $u=u_1+u_2$。控制器结构简单，易于实现。最后，仿真结果验证了设计方案的有效性。（收稿日期：2007 年 7 月）

参考文献：

[1] Kanellakopoulos I,Kokotovic P V,Morse A S.Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems[J].IEEE Trans on Automatic Control,1991,36(11):1241-1253.

[2] Seto D,Annaswamy A M,Baillieul J.Adaptive control of nonlinear systems with a triangular structure[J].IEEE Trans on Automatic Control,1994,39(7):1411-1428.

[3] Cai Z,Queiroz D,Dawson M D.Robust adaptive asymptotic tracking of nonlinear systems with additive disturbance[J].IEEE Trans on Automatic Control,2006,51(3):524-529.

[4] Ding Z T.Adaptive control of triangular systems with nonlinear parameterization[J].IEEE Trans on Automatic Control,2001,46(12):1963-1968.

[5] Swaroop D,Gerdes J C,Yip P P,et al.Dynamic surface control of nonlinear systems[C]//Proc of the America Control Conf,1997,5:3028-3034.

[6] Wang D,Huang J.Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form[J].IEEE Trans on Neural Network,2005,16(1):195-202.