

# 应用于洋流探测的改进 MUSIC 方法

安志娟<sup>1,2</sup>, 苏洪涛<sup>1</sup>, 保 铮<sup>1</sup>

(1. 西安电子科技大学 雷达信号处理重点实验室 陕西 西安 710071;

2. 西安电子科技大学 理学院 陕西 西安 710071)

摘要:对传统的 MUSIC 方法进行修正估计洋流方位,即在应用 MUSIC 方法之前,将阵列的协方差矩阵 Toeplitz 化,理论分析和仿真表明这样可有效地减小信号之间相关性的影响,从而大大提高谱估计的质量.通过对实测数据的处理表明修正的 MUSIC 方法可较好地洋流方位探测.

关键词:洋流;相关性;MUSIC;Toeplitzization

中图分类号:TN958.53 文献标识码:A 文章编号:1001-2400(2006)01-0138-04

## Improved MUSIC method for detection of currents

AN Zhi-juan<sup>1,2</sup>, SU Hong-tao<sup>1</sup>, BAO Zheng<sup>1</sup>

(1. Key Lab. of Radar Signal Processing, Xidian Univ., Xi'an 710071, China;

2. School of Science, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

**Abstract:** In this paper the conventional MUSIC method is modified to estimate the direction of arrival (DOA) of ocean currents, i. e., performing Toeplitzization on the array covariance matrix before implementing the MUSIC method. Theoretical analysis and simulation show that this process can reduce the effect of correlation between signals, and can therefore improve the performance of estimation remarkably. Finally by analyzing the measured data, it is shown that the improved method can detect the currents more effectively.

**Key Words:** current; correlation; Multiple Signal Classification (MUSIC); Toeplitzization

经典的谱估计方法受到瑞利限的约束,分辨率较差,为了突破这个限制相继发展起来了一系列超分辨的谱估计方法<sup>[1-4]</sup>,其中比较典型的多重信号分类方法<sup>[4]</sup>(MUSIC)因其算法实现简单得到广泛应用,可将其应用到洋流的探测<sup>[5,6]</sup>,但是海浪在不断运动并且海洋不同的区域具有一定的相似性,同一距离单元的雷达回波为同一时刻来自同一个辐射源,因此同一距离元探测到的洋流在具有相同的流速的情况下,具有一定的相关性.MUSIC 算法对相关信号的分辨率会下降,对相干信号则完全失去分辨能力.这时需要对数据先作一些预处理工作,方法之一是设法去除信号之间的相关性,如前后向平滑方法<sup>[7,8]</sup>等,以提高对信号的分辨能力;笔者利用 Toeplitz 化方法对传统的 MUSIC 方法作了改进,通过对实测数据的分析可看到改进的方法能够得到较好的估计效果.

## 1 Toeplitz 预处理方法

### 1.1 信号模型

首先假定  $K$  个信号源处于远场,来波信号满足窄带条件,考虑  $M$  个阵元构成的等间隔分布的线形阵列,阵列噪声为高斯白噪声,则阵列接收的快拍矢量可表示为

收稿日期 2005-03-15

基金项目 国家部委预研跨行业基金资助项目(51407020801DZ0119);国家部委十五预研基金资助项目(413070301)

作者简介 安志娟(1975-),女,西安电子科技大学博士研究生.

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad , \quad (1)$$

其中

$\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$  为信号的阵列流形 ,

$$\mathbf{a}(\theta_k) = \left[ 1, \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_k\right), \dots, \exp\left(j(M-1) \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_k\right) \right]^T \quad ,$$

$\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$  为信号源构成的向量 ,

$\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$  是阵列接收信号向量 ,

$\mathbf{N}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$  为阵列噪声向量 ,

$$\mathbf{X}(t), \mathbf{N}(t) \in C^M \quad , \quad \mathbf{S}(t) \in C^K \quad , \quad \mathbf{A}(\theta) \in C^{M \times K} \quad .$$

## 1.2 Toeplitz 预处理方法

MUSIC 方法的高分辨能力是建立在精确的数学理论模型基础上的,理论分析表明对于不相关信号在没有系统误差的情况下,协方差矩阵是 Toeplitz 矩阵<sup>[9]</sup>,但是若信号之间是相关的,它会破坏协方差矩阵的 Toeplitz 性.在实际中由于阵列存在各种误差,协方差矩阵也不再满足 Toeplitz 矩阵的条件,使高分辨方法的优势难以发挥.因此,对协方差矩阵进行 Toeplitz 化预处理既可减小来波信号之间的相关性,也可减小系统误差的影响.通过 Toeplitz 化预处理减小信号之间的相关性可作如下解释<sup>[10]</sup>:

不失一般性,假定存在两个信号源 1 和 2,二者之间的相关系数为  $\rho$ ,它们可由两个单位方差不相关的信号  $m_1(t)$  和  $m_2(t)$  构造出来.阵列为等距线阵且位于信号源的远场,则其接收信号可表示为

$$\mathbf{X}(t) = p_1^{1/2} m_1(t) \mathbf{a}(\theta_1) + p_2^{1/2} (\rho^* m_1(t) + (1 - |\rho|^2)^{1/2} m_2(t)) \mathbf{a}(\theta_2) + \mathbf{n}(t) \quad , \quad (2)$$

其中  $p_1, p_2$  是信源 1 和 2 的功率,  $\mathbf{a}(\theta_1)$  和  $\mathbf{a}(\theta_2)$  为信源 1 和信源 2 方向的导向矢量,  $\mathbf{n}(t)$  表示阵列接收的噪声,并且  $m_1(t), m_2(t)$  和  $\mathbf{n}(t)$  互不相关.

$$\text{假定接收快拍数为 } N, \text{ 记 } \mathbf{X} = (\mathbf{x}(t_1), \mathbf{x}(t_2), \dots, \mathbf{x}(t_N)) \quad . \quad (3)$$

这时阵列的协方差矩阵可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{R} = E[\mathbf{X} \mathbf{X}^H] = & [p_1 \mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_1)^H + p_2 \mathbf{a}(\theta_2) \mathbf{a}(\theta_2)^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}] + (p_1 p_2)^{1/2} [\rho \mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_2)^H + \\ & \rho^* \mathbf{a}(\theta_2) \mathbf{a}(\theta_1)^H] = R_{11} + R_{22} + R_n + R_{12} + R_{21} \quad , \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $R_{11}, R_{22}, R_n$  与相关系数  $\rho$  无关,具有 Toeplitz 化的结构.而  $R_{12}, R_{21}$  为协方差矩阵的交叉项,与相关系数有关,不再具有 Toeplitz 化的结构,其 F-范数由下式给出<sup>[11]</sup>:

$$\|R_{12} + R_{21}\|_F^2 = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M |R_{12}(m, n) + R_{21}(m, n)|^2 \quad . \quad (5)$$

将式(5)中各项代入并化简得到:

$$\|R_{12} + R_{21}\|_F^2 = |\rho|^2 \left( 4 p_1 p_2 \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \left| \cos\left(\frac{\pi d}{\lambda}(n+m-2)(\sin \theta_1 - \sin \theta_2) + \angle \rho\right) \right|^2 \right) \quad , \quad (6)$$

其中  $\angle \rho$  表示复相关系数  $\rho$  的相角.

式(6)表明协方差矩阵的交叉项的 F-范数和相关系数的大小成正比,即  $\|R_{12} + R_{21}\|_F$  反映了相关性的大小.

考察协方差矩阵式(4)的交叉项,并记  $R_a = \rho \mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_2)^H + \rho^* \mathbf{a}(\theta_2) \mathbf{a}(\theta_1)^H$ .将  $R_a$  作 Toeplitz 化,得到  $\tilde{R}_a$ .  $\tilde{R}_a$  的第  $m$  个对角线的各元素记为  $\tilde{r}_{am}$ ,  $m=0$  对应主对角线元素,相邻的对角线的元素依次为  $m=1, 2, \dots, M-1$ , 则:

$$\tilde{r}_{am} = \rho \tilde{r}_{am1} + \rho^* \tilde{r}_{am2} \quad , \quad (7)$$

其中  $\tilde{r}_{am1}$  为  $\mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_2)^H$  的第  $m$  个对角线元素的平均,  $\tilde{r}_{am2}$  为  $\mathbf{a}(\theta_2) \mathbf{a}(\theta_1)^H$  的第  $m$  个对角线元素的平均,将  $\tilde{r}_{am1}$  与  $\tilde{r}_{am2}$  的具体表示式代入式(7),可得

$$\tilde{r}_{am} = \exp\left[-j \frac{\pi d}{\lambda} m(\sin \theta_1 + \sin \theta_2)\right] \frac{2 |\rho| \sin\left[\frac{\pi d}{\lambda}(L-m)\phi\right]}{(L-m) \sin\left(\frac{\pi d}{\lambda}\phi\right)} \cos \psi \quad , \quad (8)$$

$$\text{其中 } \psi = \pi \mathbf{a}(L-1)\phi/\lambda + \angle \rho \quad , \quad \phi = \sin \theta_1 - \sin \theta_2 \quad . \quad (9)$$

从式(8)可看出,当 $\psi = (2n + 1)\pi/2$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )时 $\tilde{r}_{am}$ 为零,两个信号彻底解相关,当 $\psi$ 为其他值时,只要阵列和信号源确定, $|\tilde{r}_{am}|$ 是sinc函数。 $\tilde{R}_a$ 的各个对角线不同程度的向零逼近,且主对角线的压缩程度较大。

下图为仿真的结果,两信号源的相关系数 $\rho$ 的大小为0.5,相位为 $\pi/3$ 。图1给出了这两个相关源分别从 $(10^\circ, 30^\circ)$ 入射时,阵列协方差矩阵的交叉项对应的F-范数和协方差矩阵经过Toeplitz化后交叉项对应的F-范数随阵元数的变化关系,从图中可看到通过Toeplitz化处理后,协方差矩阵中交叉项的F-范数明显减小,表明信号在很大程度上去除了相关性,且阵元数越多经Toeplitz化后去相关效果越明显。图2给出了两信号入射角分别为 $(10^\circ, 20^\circ)$ 、 $(10^\circ, 40^\circ)$ 和 $(10^\circ, 60^\circ)$ ,阵元数为16时,协方差矩阵的交叉项经过Toeplitz化后与主对角线平行的各条对角线的压缩效果。从图中可看到各对角线的压缩效果呈sinc函数分布,主对角线附近的压缩效果最明显,远离主对角线的位置处压缩效果较差。由此可见,Toeplitz化的结果可使两信号间相干分量的影响得到抑制。

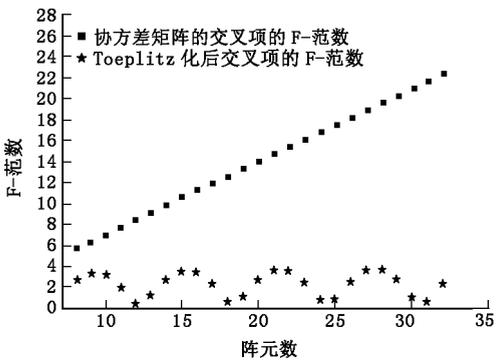


图1 交叉项的 F-范数

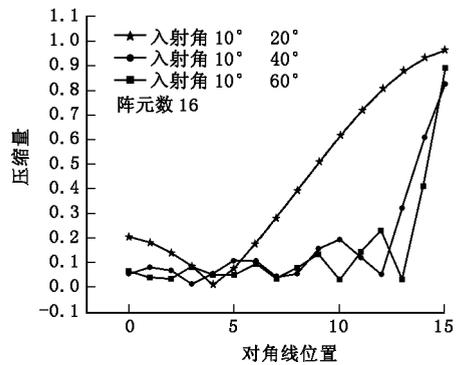
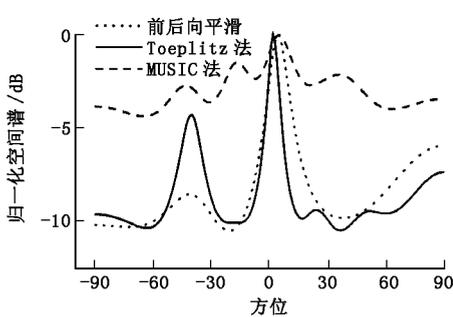
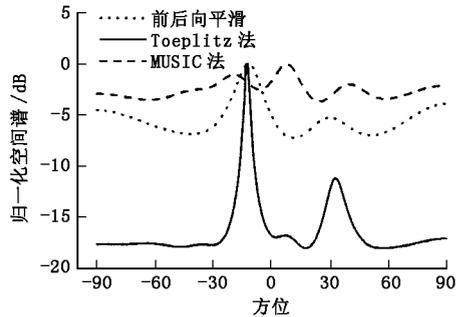


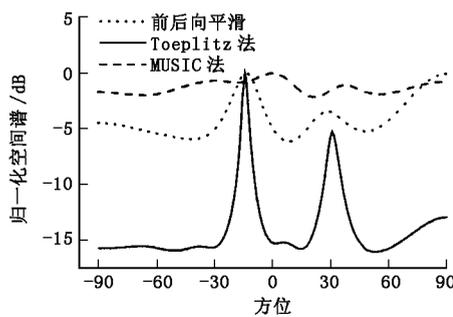
图2 各对角线的压缩程度



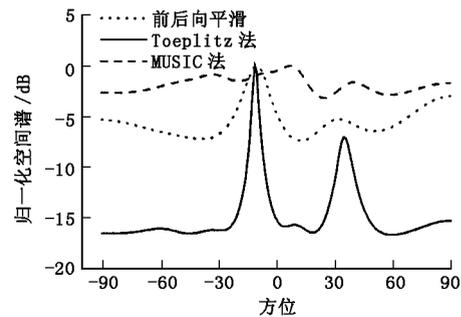
(a) 谱点 357



(b) 谱点 362



(c) 谱点 363



(d) 谱点 365

图3 径向洋流方位估计(距离元9)

## 2 实测数据的洋流方位估计

用高频地波雷达 OSMAR2000 测量数据进行洋流方位估计. 首先从海洋回波多普勒功率谱中分离出包含洋流信息的一阶谱区, 再针对其中可用谱点上的信号估计径向洋流的方位. 不失一般性, 文中仅给出了第 9 个距离元上不同谱点的估计结果, 如图 3(a)至(d)所示, 同时图中还给出了前后向平滑方法估计结果以作比较, 总阵元数为 8, 前后向平滑的子阵阵元数为 5.

从图中可看到在利用 MUSIC 方法进行空间谱估计之前先作 Toeplitz 化预处理, 降低信号之间的相关性, 能够明显改善估计性能, 并且总体效果要优于前后向平滑方法.

## 3 结束语

海洋表面各个区域的海浪之间具有相似性, 因此同一距离元探测到的洋流之间具有一定的相关性, 这种情况下利用 MUSIC 方法估计洋流方位会因信号之间的相关性导致估计性能的下降, 笔者先利用 Toeplitz 化的方法降低信号之间的相关性, 再利用 MUSIC 方法估计洋流方位, 取得了较好的估计效果.

### 参考文献:

- [1] Capon J. High Resolution Frequency-wave Number Spectrum Analysis[J]. Proc of the IEEE, 1969, 57(8):1408-1418.
- [2] Luthe A K, Stenberg B D. Analysis of Maximum Entropy Processing in the Space Angle Domain: Two Target Case[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 1985, 33(6):594-599.
- [3] Pisarenko V F. The Retrieval of Harmonics from a Covariance Function[J]. Geophys J Royal Astron Soc, 1973, (33):347-366.
- [4] Schmidt R O. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 1986, 34(3):276-280.
- [5] 杨绍麟, 柯亨玉, 侯杰昌. OSMAR2000 基于 MUSIC 的超分辨率海洋表面流算法[J]. 武汉大学学报(理学版), 2001, 47(5):601-608.
- [6] Qiang Yong, Jiao Licheng, Bao Zheng. Super-resolution of the Ocean Surface Current for the HF Ground Wave Radar[J]. Journal of Xidian University, 2005, 32(1):276-280.
- [7] Du Weixiu, Kirilin R L. Improved Spatial Smoothing Techniques for DOA Estimation of Coherent Signals[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1991, 39(5):1208-1210.
- [8] Li Jian. Improved Angular Resolution for Spatial Smoothing Techniques[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1992, 40(12):3078-3081.
- [9] Takao K, Kikuma N, Yano T. Toeplitzization of Correlation Matrix in Multipath Environment[A]. IEEE, ICASSP'86[C]. Tokyo:IEEE, 1986. 1873-1876.
- [10] Godara L C. An Alternative Method of Beamforming in the Presence of Correlated Arrivals[A]. The Fourth Annual ASSP Workshop on Spectrum Estimation and Modeling[C]. Minneapolis: Piscataway, 1988. 356-361.
- [11] Indukumar K C, Reddy V U. Decorrelation of Broadband Signals by Toeplitz-Block-Toeplitz Structuring[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1994, 30(3):685-696.

(编辑:李维东)

