

基于 Burg 算法的短序列谱估计研究

罗 丰, 段沛沛, 吴顺君

(西安电子科技大学 雷达信号处理重点实验室 陕西 西安 710071)

摘要: 在频域对采集数据进行了分析,提出了一种基于修正伯格算法的短序列谱估计方法.该方法在阶数估计时引入收敛因子,从而更为有效地估计了阶数,同时未直接采用伯格算法计算反射系数,而是先求得二阶预测误差系数,再求出一阶反射系数,并最终求得高阶系数完成谱估计.这种算法减小了谱偏,提高了分辨率.

关键词: 功率谱估计;最大熵方法;伯格算法;数字信号源

中图分类号: O177.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-2400(2005)05-0724-05

Research on short sequence power spectrum estimates based on the Burg algorithm

LUO Feng, DUAN Pei-pei, WU Shun-jun

(Key Lab. of Radar Signal Processing, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract: In practice, only finite data can be obtained so it is very necessary to use an efficient estimation algorithm to get exact characters of the short data sequence. This paper presents an improved Burg algorithm and analyses the experimental data. The algorithm improves the order estimation by using a convergent factor. Otherwise, the first reflecting coefficient is not directly obtained by the Burg algorithm but by solving the coefficients of the second order PEF coefficients according to making the total output power minimum. After obtaining the coefficients of the second order PEF, the first order and the other higher order coefficients of PEF can be calculated. Results indicate that the peak shift of spectrum is reduced and the resolution is improved.

Key Words: power spectral estimation; maximum entropy method (MEM); Burg algorithm; digital signal source

在雷达研制过程中,需要对雷达系统进行样机实验.实际中多采用信号源提供测试信号,因而模拟的回波信号及信号源产生信号的质量都将直接影响系统检测.笔者结合数字信号源在实际中的应用,介绍实践中采用的杂波及验证信号源所用的一种有效的修正短序列谱估计方法.

功率谱估计是从频域分析随机信号的一种方法,一般分成两大类:一类是经典谱估计;另一类是现代谱估计.由于经典谱估计中将数据工作区外的未知数据假设为零,相当于数据加窗,导致其分辨率降低.而现代谱估计则不再简单地将观测区外数据假设为零,而是先就信号观测数据估计模型参数,按照求模型输出功率的方法估计信号功率谱,回避了数据观测区以外的数据假设问题.可以看出,现代谱估计方法性能优于经典谱估计.在诸多现代谱估计方法中,由 Burg 提出的最大熵谱估计把自相关函数进行了无限外推,大大提高了谱分辨率,因此得到广泛应用.但在实际杂波模拟过程中,由于引入的随机相位因子序列的独立性、高斯分布特性等,使得模拟杂波特性与所要求的理想特性存在随机误差,故采用一般谱估计方法所得结果将受到随机相位因子波动的影响.因而在对信源评估过程中应用了一种基于伯格算法的新方法.

收稿日期 2004-10-14

基金项目 西安电子科技大学硕士点基金资助项目(04004);十五"预研资助项目(413070508)

作者简介:罗 丰(1971-),男,副教授,博士.

1 修正算法

一般情况下仿真杂波是为了模拟真实环境,信号处理所要实现的是从各种环境下提取目标,各种滤波正是基于此目的,所以应用谱估计方法对杂波数据准确拟合,从而构造更接近实际的杂波模型是高效滤波的必要条件之一.此外,还可采用谱估计方法来评估信源,检测其送出数据是否符合实际谱特性.基于以上原因,笔者就部分谱估计算法进行讨论、比较,并提出改进算法.

1.1 经典 Levinson-Durbin 算法及其误差

Levinson-Durbin 算法^[1]也称自相关法,该方法的出发点是选择 AR 模型的参数使预测误差功率最小.基于此出发点,在计算 AR 模型的参数时要预先求出自相关函数,再求解 Yule-Walker 方程得到模型参数,最终求得信号功率谱.

在此相关函数用矩阵表示为
$$r = -R\alpha, \quad (1)$$

其中 R 是自相关矩阵, α 是 AR 模型系数向量.

实际中观测到的数据长度有限且非理论值.为减小误差,在求自相关函数时,可采用有偏自相关估计以逼近真实情况.但仍然有误差引入,所以实际中自相关函数估计应表示为

$$\hat{r} = -\hat{R}\alpha + e, \quad (2)$$

其中 e 为计算引入的误差.

在经典列文森法中并未考虑误差,直接由式(1)进行运算.而用式(2)运算时,尽管采用有偏自相关函数进行估计,但仍存在误差,并且在观测数据较短的情况下这种误差尤为严重,会引起谱峰频率偏移与谱线分裂.所以有人提出了修正的列文森法,可参考文献[2,3],在此不做赘述.

1.2 伯格算法及产生谱偏差的原因

伯格在 1976 年提出的最大熵谱分析方法是现代谱分析方法中最引人注目的方法之一.该算法按极大熵原理对自相关函数进行外推,并根据数据估计反射系数,从而直接预测误差滤波器的系数,避免了由有限个数据估计自相关函数的计算及矩阵求逆.但是采用这种方法可能引起频偏,在此对其产生谱偏的原因作简单分析.

1.2.1 伯格算法概述

伯格算法借助格型预测误差滤波器,求出前向、后向预测误差平均功率

$$\rho_p = (\rho_{p,e} + \rho_{p,b})/2, \quad (3)$$

并选择预测误差平均功率 ρ_p 最小时的反射系数 k_p ,然后依据列文森递推关系求出 N 阶预测误差滤波系数,即

$$a_{p,i} = a_{p-1,i} + a_{p,p} a_{p-1,p-i}^*, \quad i = 1, 2, 3, \dots, p-1, \quad (4)$$

$$a_{p,p} = k_p. \quad (5)$$

在求得 N 阶预测误差滤波系数后,再将滤波器系数代入最大熵谱表示式以计算输入数据的功率谱.

1.2.2 谱偏差产生的原因

从以上分析可看出,由于反射系数的计算直接影响滤波器系数的计算,所以 $a_{1,1}$ 起着关键性作用.这是因为在运用递推公式时,各阶预测误差滤波器系数均与其有关,然而恰恰在伯格算法中 $a_{1,1}$ 的计算本身就有误差^[4],所以应对反射系数进行修正来改善这种情况,以减小误差.

1.2.3 改进型伯格算法

由于一阶反射系数的误差是引起谱估计偏差的主要原因之一,因此从改进 $a_{1,1}$ 的计算入手,将能改进谱估计性能.在此引用文献[5]中算法,从二阶平均误差总功率着手,当预测误差平均功率 ρ_2 最小时,求出 $a_{2,2}$, $a_{2,1}$,然后再计算 $a_{1,1}$.应用公式如下:

$$c_i = \sum_{j=3}^N (x_{j+i-2} x_{j-2} + x_{j-i} x_j), \quad (6)$$

$$b_i = \sum_{j=3}^N (x_{j+i-2}^2 + x_{j-i}^2), \quad (7)$$

其中 x 为观测数据. 由以上两式解得

$$a_{2,1} = -c_1(b_2 - c_2)/(b_1 b_2 - c_1^2) \quad (8)$$

$$a_{2,2} = -(b_1 c_2 - c_1^2)/(b_1 b_2 - c_1^2) \quad (9)$$

$$a_{1,1} = -c_1/b_1 \quad (10)$$

在实际中采用修正算法的依据是: 在模型谱估计中, 模型阶次的选择是一个关键问题. 一般选择先验未知的模型, 实际中需预先选定模型阶次, 若模型阶次的选择小于实际应有的阶数时, 就会对谱产生平滑作用, 而当模型阶数高于此最佳阶数时, 则如同用高阶曲线去拟合低阶曲线, 会产生急剧变化和振荡的结果. 因此, 对模型阶数的判断直接影响到谱估计结果. 为了确定模型的阶次, 所提出的各种方法都是基于估计出的预测误差功率, 即选择模型的阶次应使预测误差功率极小化. 这是因为所讨论的模型参数估计方法, 预测误差功率都是随模型阶次增加而减小的, 或不变的. 由于伯格算法实际上也用到了列文森法递推, 所以根据列文森递推算法的性质, 若功率函数符合真实 p 阶模型, 则 $m \geq p$ 时预测误差平均功率 ρ_m 等于或小于 ρ_p , 并且在正确的模型阶数时首先达到它的最小值. 这样, 就可以对已有算法进行改进. 新方法如下:

(1) 根据式(6)~(10)求出 $a_{2,1}, a_{2,2}, a_{1,1}$;

(2) 再判断 AR 模型阶数, 选择阶数收敛因子 $\alpha = \rho_m/\rho_{m-1}$, 若 α 大于某一小于 1 的常数, 则 $m = p$, 结束递推, 否则继续进行;

(3) 若 $m = 2$, 再根据列文森递推求得前、后向预测误差及反射系数, 进而求出预测误差滤波器系数;

(4) 令 $m = m + 1$, 重复步骤(2)~(3), 至 p 阶.

还有其他的模型阶次估计方法, 如阿凯克提出的最终预测误差准则(FPE)及阿凯克信息论准则(AIC); Parzen 也提出了自回归传递函数准则(CAT), 但用这几种模型阶次估计法仍存在过高估计阶次的可能, 尤其是在短数据情况下. 而上述修正算法估计的模型阶数可以较好地满足实际要求, 并且有效地提高了谱分辨率.

2 算法仿真分析

雷达信号源功能之一就是生成各种信号, 包括环境杂波. 由于分析时所取数据长度有限, 相当于对数据加了窗函数. 所取数据越短, 相当于窗函数越短, 必会引起主瓣展宽和旁瓣变高, 导致分辨率降低, 影响真实的功率谱. 所以采用的估计算法对模拟数据真实特性影响很大.

2.1 仿真条件

在算法仿真分析过程中, 将杂波视为信号, 用这组杂波数据验证信号源产生数据准确性的同时, 说明了算法的有效性. 以下仿真分析是在应用相干瑞利分布的高斯谱杂波的基础上进行的, 杂波产生可参考文献[6]. 仿真中所用杂波中心频率为 0 Hz, 谱宽为 10 Hz, 实际应用的杂波频谱(FFT)仿真如图 1.

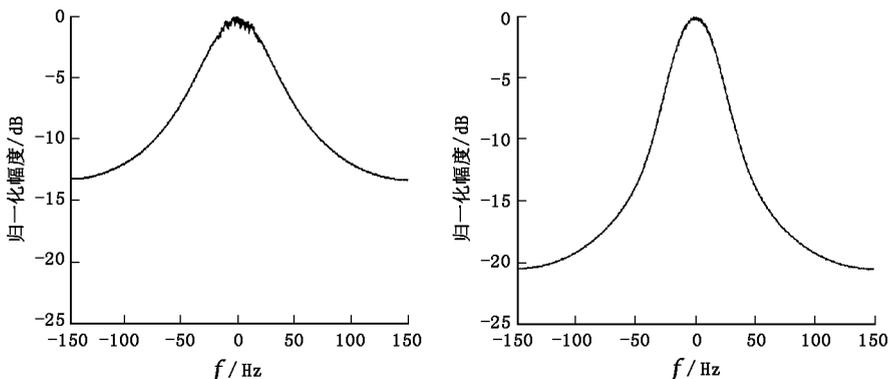


图 1 杂波频谱(FFT)

2.2 数据评估

在上述仿真条件下, 对数据进行分析、算法验证并检测信号源的准确性. 分析时采用笔者提出的修正算

法对杂波数据进行谱估计,并研究了图 1 所示功率谱特性的杂波的模型阶数估计.以下仿真结果均是在 50 组样本平均以后所得到的估计结果.

表 1 AR 谱模型阶数的估计结果

采 样 数	收 敛 因 子				
	$\alpha = 0.91$	$\alpha = 0.93$	$\alpha = 0.95$	$\alpha = 0.97$	$\alpha = 0.99$
64	30	30	32	32	33
128	35	35	36	36	37
256	36	36	36	37	38
512	35	35	37	37	38

采用文中修正算法对模型阶数的估计过程中,引入了一个收敛因子,目的是更好地确定阶数.通过表 1 可看出,约束收敛因子 α 以及采样数据的长度均对 AR 模型的阶数估计有影响.在收敛因子 α 达一值,采样点数大于某值后,也即达到一定采样精度后,AR 模型谱估计的阶数基本不变.说明这种修正算法在采样数据不太长的情况下就能实现稳定的阶数估计,从而进行合理的谱估计.

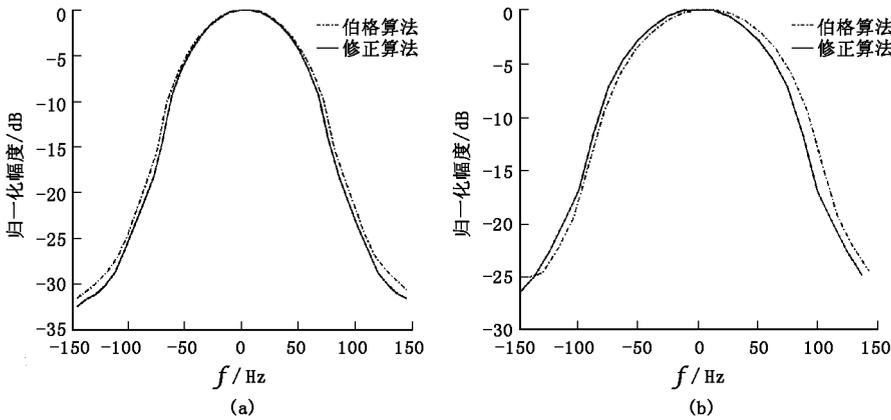


图 2 算法性能比较

图 2 示出修正算法和伯格算法的性能比较.其中(a)给出了高斯谱,采样 256 点,取收敛因子 α 为 0.97 时的情况.从中可看出,修正算法所得到的功率谱分辨率有所提高.可见,修正算法对功率谱模型的阶数及系数的选择是合理的.而 (b) 给出采样点数为 32 点,取收敛因子 α 为 0.97 时的情况.可看出,修正算法对数据较短时主瓣展宽的情况也较伯格算法有明显改善,且谱偏由伯格算法的 3.5 Hz 变为修正算法的 1.1 Hz.对比(a),(b)可见,无论数据长短,修正算法所得到的 AR 模型谱估计结果更接近于杂波谱特性,分辨率有所提高.图 3 给出点数不同,收敛因子均取 0.97 情况下(阶数参见表 1),用修正算法仿真出的高斯功率谱.从中可看出上述修正算法估计出的杂波功率谱的 AR 模型的阶数选择是合适的.同时说明当收敛因子 α 达一值时,采样点数大于某值后,AR 模型的阶数基本不变.

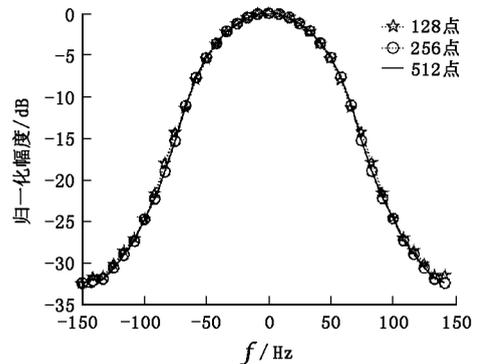


图 2 算法性能比较

图 3 应用修正算法的高斯谱估计

已有的改进伯格算法是从修正 $a_{1,1}$ 计算入手,减小了由于一阶反射系数误差引起的谱估计偏差.但是,由于这种改进伯格算法不能确定出 AR 模型的阶数,所以它并不能保证前向预测误差平均功率一定收敛,这样就可能会出现反射系数幅值趋于 1 的情况,导致滤波器不稳定.笔者依据伯格递推阶数符合真实模型时,滤波器的前向预测误差平均功率等于前向、后向预测误差平均功率,并且首先达到最小值来对阶数进行估计,这样就避免了滤波器不稳定的情况,同时也避免了由于阶数选取过小带来的谱平滑及分辨率的降低.

般假设模型最大高阶数为样本点数的一半,但在实际估算过程中,由自相关函数的对称性及傅里叶变换与线性相关运算间的关系可知,最高阶数值实际相当于样本长度.所以,上述算法与改进伯格算法相比,在样本长度相同情况下,实际估计的功率谱模型最高阶数的范围较后者增大了一倍.就估计结果而言,由于改进伯格算法在确定阶数方面是不完善的,会出现阶数选择不合适的情况,这样必然降低分辨率,而采用修正方法能弥补这一缺陷.同时,由于沿用了改进伯格算法模型系数估计方法,所以不会增加运算量,相反,由于定阶准确,提高了估计的效率.此外与列文森法相比,由于不用计算自相关函数,因而不会引入不必要的误差.以上都是修正算法的优点,不过估计结果仍可能产生偏差.这是因为一方面采样是离散的,所以会丢失信息;另一方面,收敛因子的选择也会有一定影响.不过,修正算法采用的这种较为简单的阶数判断法,对数据量较少时谱估计带来的频率偏移及对分辨的改善都是令人满意的,所以在实际应用中是简单可行的.

3 结束语

在介绍和比较了一些最大熵谱估计算法后,提出了一种基于伯格算法的谱估计方法,其估计性能明显优于伯格算法,修正算法减小了谱偏,提高了分辨率.计算机仿真证明在合理的阶数下,AR模型谱能满足雷达杂波模拟的要求.

参考文献:

- [1] Kay S M, Marple S L. Spectrum Analysis—a Modern Perspective[J]. IEEE Trans on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, 28(4):441-445.
- [2] 朱灿焰,何佩琨,高梅国,等. 相关杂波的AR谱模型及其研究[J]. 现代雷达, 1988, 20(5):36-42.
- [3] 黄勇,彭应宁,王秀坛. 一种高分辨率的最大熵谱估计算法[J]. 电子与信息学报, 2001, 23(5):439-446.
- [4] 王宏禹. 随机数字信号处理[M]. 北京:科学出版社, 1988. 288-290.
- [5] 田坦,李延. 伯格谱估计算法的一种改进[J]. 数据采集与处理, 2002, 17(3):276-278.
- [6] 张强,马润年,许进. 广义高斯分布随机变量的仿真[J]. 西安电子科技大学学报, 2001, 28(4):549-552.

(编辑:郭华)

(上接第719页)

- [3] Moulines E, Duhamel P, Cardoso J F, et al. Subspace Methods for the Blind Identification of Multichannel FIR Filters[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1995, 43(2):516-525.
- [4] Meraim K A, Loubaton P, Moulines E. A Subspace Algorithm for Certain Blind Identification Problems[J]. IEEE Trans on Inform Theory, 1997, 43(2):499-511.
- [5] Meraim K A, Cardoso J F, Loubaton P, et al. On Subspace Methods for Blind Identification of Single-input Multiple-output FIR Systems[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1997, 45(1):42-55.
- [6] Liang J, Ding Z. Blind MIMO System Identification Based on Cumulant Subspace Decomposition[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2003, 51(6):1457-1468.
- [7] Belouchrani A, Meraim K A, Cardoso J F, et al. A Blind Source Separation Technique Using Second Order Statistics[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1997, 45(2):434-444.
- [8] Moreau E. A Generalization of Joint-diagonalization Criteria for Source Separation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2001, 49(9):530-541.
- [9] Sahlin H, Broman H. MIMO Signal Separation for FIR Channels: a Criterion and Performance Analysis[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2000, 48(3):642-649.
- [10] Pham D T, Cardoso J. Blind Source Separation of Instantaneous Mixtures of Nonstationary Sources[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2001, 49(9):1837-1848.

(编辑:郭华)

