

刚柔耦合二级运动调整系统动力学模型

杜敬利, 仇原鹰, 段宝岩, 张杰

(西安电子科技大学 机电工程学院 陕西 西安 710071)

摘要: 安装在悬挂馈源舱内的 Stewart 平台作为馈源位姿精调系统与舱索粗调系统一起构成了大型射电望远镜馈源位姿的二级耦合调整系统. 综合柔性悬索系统的非线性有限元结构动力学方程和刚性 Stewart 平台的多体系统动力学方程, 构造了悬索粗调系统与 Stewart 平台精调系统的刚柔耦合动力学模型, 找到了分析动力学耦合问题的有效方法. 通过对 LT50m 缩比模型的仿真分析, 模拟了馈源舱对 Stewart 平台扰动的响应, 并由实验进行了验证.

关键词: 大型射电望远镜 舱索系统 Stewart 平台 动力耦合

中图分类号: TH751.0328 文献标识码: A 文章编号: 1001-240X(2005)04-0493-04

Analysis of the dynamic model of a rigid-flexible coupled two-level kinetic tuning system

DU Jing-li, QIU Yuan-ying, DUAN Bao-yan, ZHANG Jie

(School of Electromechanical Engineering, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract: The two level coupled tuning system of feed of the large radio telescope(LT) is composed of a Stewart fine tuning platform mounted in the suspended feed cabin and the cable-cabin coarse tuning system. By combining the dynamic equation for the structural nonlinear finite element of a cable system with that for the multibody system of the Stewart platform, the dynamic model of the rigid-flexible coupled two-level kinematic tuning system is constructed, which is an efficient method to analyze the coupled dynamic problem. The response of the cabin to the movement of the Stewart platform is simulated with the application of the model to the LT50m scaled model, and its results are validated by the experiment. The research serves as a foundation for designing the mass ratio of Stewart to cabin to eliminate the effect of the Stewart platform adjustment on the cabin.

Key Words: large radio telescope cable-cabin system Stewart platform dynamic coupling

500 m 口径大型射电望远镜(LT)是我国积极筹建的世界最大的射电望远镜,它采用 6 根上百米长的大跨度柔索牵引馈源舱跟踪射电源做大范围空间扫描运动,同时,舱体内 Stewart 平台对馈源的动态跟踪误差进行实时补偿,使馈源的空间动态跟踪精度达到 $4 \text{ mm}^{[1]}$.

为了系统研究 LT 的关键技术,西安电子科技大学建造了 LT50m 缩比实验模型(见图 1). 悬索粗调子系统与 Stewart 平台精调子系统同时对馈源运动进行控制,显然,两个子系统是动力耦合的. 为了分析 Stewart 平台运动对馈源舱定位精度的影响,文献 [2] 假设馈源舱固定不动,通过求解 Newton-Euler 逆动力学方程,得出 Stewart 平台机构对固定支座(馈源舱)的反作用力. 文献 [3] 将该反作用力施加在悬索系统非线性结构有限元模型上,计算了馈源舱在反作用力扰动下的响应. 由于文献 [2, 3] 将粗、精两级调整系统割裂,在计算 Stewart 平台的反作用力时忽略了舱体的同时运动,因此其分析结果无法真实反映两子系统间的动力耦合关系.

文献 [4] 对大跨度柔性悬索系统的非线性结构动力学进行了深入分析,文献 [5] 给出了 Stewart 平台多刚体系统逆动力学分析的详细模型,而考虑二者之间耦合的动力学分析尚未见发表. 笔者把粗、精两级子系统视为一个刚柔耦合大系统,在此基础上研究多刚体 Stewart 平台与多柔体悬索结构之间的动力耦合效应,

收稿日期 2004-08-22

基金项目 国家自然科学基金资助项目(50075065) 教育部留学回国人员实验室基金资助项目(030401)

作者简介 杜敬利(1977-),男,西安电子科技大学博士研究生.

以期探索一条分析刚柔二级运动调整系统动力耦合问题的途径,为设计满足精度控制要求的两级子系统的
质量比找到更合理的方法。

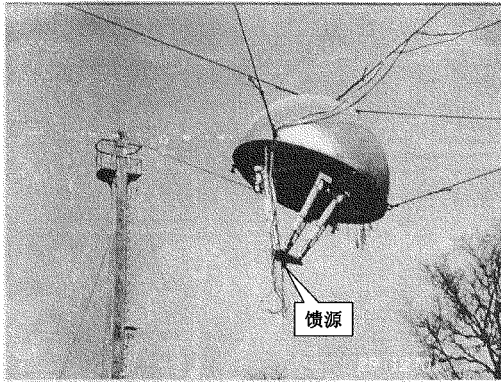


图 1 LT50m 悬索系统与 Stewart 平台实验模型

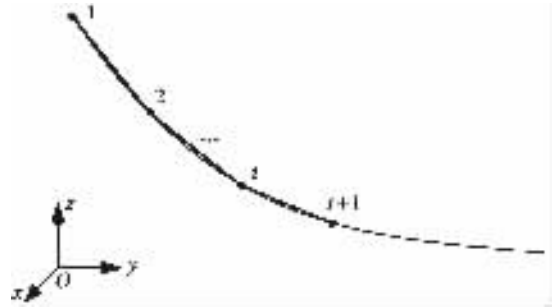


图 2 单根悬索的有限单元划分

1 悬索子系统多柔体结构的动力学模型

对于任意一根悬索 m ($m = 1, 2, \dots, \beta$) 将其划分成 $k-1$ 个只能单向承载的索杆单元,共有 k 个节点,单元的质量集中在节点上,如图 2。每个节点具有 3 个空间自由度,记为 $\mathbf{r}_j = \{x_j, y_j, z_j\}^T$, $j = 1, \dots, k$, 则整条悬索共有 $3k$ 个自由度,记为 $\mathbf{q}_m = \{\mathbf{r}_1^T, \mathbf{r}_2^T, \dots, \mathbf{r}_k^T\}^T$ 。这样,整条悬索的位形就可以用这 k 个节点的位置坐标 \mathbf{q}_m 来描述。

对于任意一索杆单元 s ,根据非线性有限元理论,其单元刚度矩阵可表示为^[4]

$$\mathbf{K}_s^e = \mathbf{K}_0^e + \mathbf{K}_\sigma^e,$$

其中 \mathbf{K}_0^e 为线性刚度矩阵, \mathbf{K}_σ^e 为初应力矩阵,亦称几何刚度矩阵。结构动力分析过程中,在对每一个时间增量求解之后调整 \mathbf{K}_σ^e 以反映悬索大变形引起的结构刚度的非线性变化。

于是得到单元的总刚度矩阵 $\mathbf{K}_s = \mathbf{T}_s^T \mathbf{K}_s^e \mathbf{T}_s$, 其中 \mathbf{T}_s 为从单元局部坐标系到总体坐标系的坐标转换矩阵。

对各个单元的刚度矩阵进行组装,可以得到整条悬索的总刚度矩阵,记为 \mathbf{K}_m 。设总体质量矩阵为 \mathbf{M}_m , 阻尼矩阵为 \mathbf{C}_m , 对应的节点外力载荷为 \mathbf{F}_m , 于是悬索系统的动力学方程可以表述为

$$\mathbf{M}_m \ddot{\mathbf{u}}_m + \mathbf{C}_m \dot{\mathbf{u}}_m + \mathbf{K}_m \mathbf{u}_m = \mathbf{F}_m, \quad (1)$$

式中 $\mathbf{u}_m = \mathbf{q}_m - \mathbf{q}_{m0}$ 为节点的位移向量, \mathbf{q}_{m0} 为节点的初始位形坐标。记

$$\mathbf{f}_m^a = -\mathbf{C}_m \dot{\mathbf{q}}_m - \mathbf{K}_m(\mathbf{q}_m - \mathbf{q}_{m0}) + \mathbf{F}_m,$$

这样式(1)经过移项在总体坐标系中可以写成

$$\mathbf{M}_m \ddot{\mathbf{q}}_m = \mathbf{f}_m^a, \quad m = 1, 2, \dots, \beta. \quad (2)$$

由于悬索存在着几何非线性,式(2)中作用在悬索上的广义力 \mathbf{f}_m^a 是悬索位形 \mathbf{q}_m 及其导数 $\dot{\mathbf{q}}_m$ 的函数,需要在每一个时间步上重新生成。

2 Stewart 平台多刚体系统动力学模型

馈源舱和 Stewart 平台各部件可以作为多刚体系统处理。Stewart 平台由下平台(动平台)、上平台(馈源舱)以及 6 条长度可变的支腿连接而成。其中下部支腿通过球铰与动平台相连,上部支腿通过虎克铰与馈源舱相连,支腿的上下部分由滑移铰相连接,共由 14 个刚体构成。每个刚体 j ($j = 1, 2, \dots, 14$) 的位形可以用刚体连体基的位置与姿态 $\mathbf{q}_j = \{x_j, y_j, z_j, \theta_{xj}, \theta_{yj}, \theta_{zj}\}^T$ 来表示。于是对于连体基在质心的刚体,由 Newton-Euler 方程可得到各刚体的动力学方程^[6]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_j & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{r}}_j \\ \ddot{\boldsymbol{\omega}}_j \end{Bmatrix} = \mathbf{f}_j^a + \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_j^n \\ \mathbf{M}_j^n \end{Bmatrix}, \quad j = 1, 2, \dots, 14, \quad (3)$$

其中 $f_j^a = - \left\{ \begin{matrix} \mathbf{0} \\ \tilde{\omega}_j J_j \omega_j \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} F_j^a \\ M_j^a \end{matrix} \right\}$ M_j 为刚体的质量矩阵 J_j 为对应的惯量矩阵 F_j^a 和 M_j^a 为作用于刚体上的外力主矢和主矩列阵 F_j^n 和 M_j^n 为作用在刚体上的部件间铰的理想约束反力的主矢和主矩列阵 ω' 为刚体连体基的角速度 $\tilde{\omega}'$ 为向量 ω' 对应的坐标方阵。

3 二级耦合运动系统的动力学模型

由于笔者关心舱体在 Stewart 平台扰动下的响应,故在模拟 Stewart 平台运动时将悬索系统处理成非线性结构,而将 Stewart 平台处理成多刚体机构。对于悬索系统及 Stewart 平台,各部分的位形坐标用 $q_i (i = 1, 2, \dots, 20)$ 表示,则描述整个系统的位形坐标可用列向量记为 $q = (q_1^T \ q_2^T \ \dots \ q_{20}^T)^T$,式中 $q_1 \ q_2 \ \dots \ q_6 \in R^{3k \times 1}$ 为各条悬索的位形坐标 $q_7 \ q_8 \ \dots \ q_{20} \in R^{6 \times 1}$ 为各刚体的位形坐标。这些坐标不是独立的,每对邻接物体间存在着铰的约束方程。其中,动平台与上部支腿间由球铰相连,上下部支腿间由滑移铰相连,下部支腿与馈源舱间由虎克铰相连,悬索与馈源舱的连接与球铰类似,所有这些约束方程可合记为

$$\Phi(q, t) = 0 \quad (4)$$

对于柔性悬索系统,其动力学方程由式(2)确定;对于 Stewart 平台多刚体系统,其动力学方程由式(3)确定。根据经典变分原理,并引入待定的拉格朗日乘子^[7],导出刚柔耦合多体系统的动力学方程

$$m \ddot{q} + \Phi_q^T \lambda = f^a \quad (5)$$

式中 $m = \text{diag}(M_1 \ \dots \ M_{20})$; Φ_q 为约束方程(4)关于 q 的 Jacobian 矩阵; λ 为未知的拉格朗日乘子; $f^a = (f_1^{aT} \ f_2^{aT} \ \dots \ f_{20}^{aT})^T$ 为与位形坐标 q 对应的广义力列阵。

式(5)中由于引入了未知的拉格朗日乘子,故需与位移约束方程式(4)联立才能求解。为数值计算方便,可与加速度约束方程联立。将式(4)对时间 t 求二阶导数得到加速度约束方程

$$\Phi_q \ddot{q} = \gamma \quad (6)$$

式中 $\gamma = -(\Phi_q \dot{q})_q \dot{q} - 2 \Phi_{qt} - \Phi_{tt}$ 并且 $\Phi_{(\cdot)} = \partial \Phi / \partial (\cdot)$, $\Phi_{(\cdot)(\cdot)} = \partial^2 \Phi / (\partial (\cdot) \partial (\cdot))$ 。联立方程(5)和(6)即为二级运动系统的刚柔耦合多体系统动力学方程,可合并为

$$\begin{bmatrix} m & \Phi_q^T \\ \Phi_q & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f^a \\ \gamma \end{Bmatrix} \quad (7)$$

由式(7)便可对刚柔耦合二级运动调整系统动力学问题进行求解。

表 1 LT50m 模型中的相关参数

相关参数	取值	相关参数	取值
悬索横截面积/m ²	8.539 × 10 ⁻⁵	Stewart 平台下部支腿长度/m	1.0
悬索密度/(kg · m ⁻³)	9.521 02 × 10 ³	Stewart 平台平台上部支腿质量/kg	12
Stewart 平台上平台(馈源舱)质量/kg	720	Stewart 平台平台上部支腿长度/m	0.8
Stewart 平台下部支腿质量/kg	16	Stewart 平台中动平台质量/kg	16.8

4 二级运动系统动力学耦合问题的仿真

对于 LT50m 缩比模型,所建全局坐标系位于悬索塔分布圆中心, X 和 Y 轴水平, Z 轴竖直向上。当馈源舱中心位于空间点 $B(-2.82 \ 8.89 \ 16.1)$ 时,单位是 m,舱体处于工作空间的边界,舱体姿态角最大,悬索系统对称性差,结构刚度相对较小,受扰动后的响应大;而位于空间点 $C(0.00 \ 0.00 \ 9.80)$ 时,舱体处于工作空间的中间,舱体中轴指天,悬索对称分布,结构刚度相对较大,受扰动后响应小^[8]。选用此二种结构状态进行复合运动系统的耦合动力学分析。所用的参数如表 1 所示。

所建仿真模型如图 3 所示。为了分析馈源舱在 Stewart 平台扰动下的响应,假定粗调系统索长不变,但作为柔性支撑可在 Stewart 平台精调系统的扰动下发生振动。设 Stewart 平台动平台与底座相距 1.2 m,动平台以 0.02 m/s 的速率在半径为 0.1 m 的圆上以平动方式匀速运行时,求馈源舱中心点的受迫运动。采用预估-校

正法进行数值积分,积分时间步长取为 0.01 s,悬索结构的阻尼比取为 0.005^[4],不计风荷。

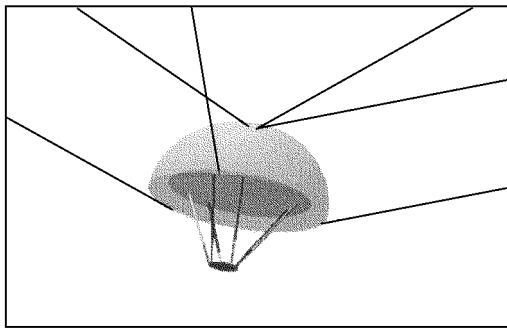


图 3 悬索系统与 Stewart 平台耦合仿真模型

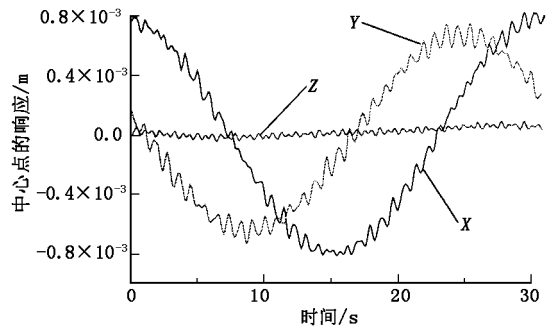


图 4 舱体中心点位于 B 时的响应

当馈源舱中心点位于点 B 时响应如图 4 所示。从图 4 中可以看出 X 和 Y 向的最大响应幅度均为 ±0.75 mm,而 Z 向响应几乎为零。这是因为此时舱体底面与水平面的倾角为 40°,馈源舱处于最大倾斜位置,并且还有一根悬索发生虚牵^[8],结构的刚度很小,故 X 和 Y 方向的响应较大,而 Z 向的反作用力与舱体重力相比可以忽略不计,因此 Z 向响应几乎为零。还可以看出中心点的响应是由大幅度长周期响应与微幅振动响应两部分构成的,大幅度响应的周期与动平台的运动周期相对应。

观察文献 [3] 中的结果,只有大幅度长周期响应,没有明显的微幅振动部分。因为文献 [3] 中未考虑舱体的同时运动,在圆周调整运动过程中,求得 Stewart 平台反力为长周期且按正/余弦规律光滑变化,因此在该力作用下舱体只表现出大幅度的长周期响应。而在对馈源的精调过程中,舱索系统和 Stewart 平台显然是耦合在一起的,Stewart 平台的调整会引起舱体的同时运动,因此作用在舱体上的反力会在文献 [3] 所求反力的基础上出现波动,波动的幅度与 Stewart 平台的调整速度,舱索系统的刚度以及 Stewart 平台与舱体的质量比等因素有关。这样舱体的响应就会同时出现大幅度长周期响应与微幅振动响应,更加接近实际情况。

舱体中心点位于点 C 时,舱体底面水平,动平台做水平圆周运动,对舱体的反作用力位于水平面内,而沿 Z 轴的动反力为零。为清晰起见只给出 Y 方向上的响应,如图 5 所示, Y 向响应最大幅度为 ±0.21 mm, X 向响应与 Y 向响应类似,而 Z 向响应也几乎为零。与 B 点响应相比, C 点响应主要是微幅响应,与 Stewart 平台做圆周运动的扰频相对应的响应几乎为零。这是由于位于 C 点时结构处于中心对称位置,所有悬索都处于张紧状态,水平刚度比 B 点大的缘故。表 2 给出了两种结构状态下系统的频率。

表 2 B, C 点的前 4 阶固有频率

频率阶数	B/Hz	C/Hz	频率阶数	B/Hz	C/Hz
1	0.042 85	0.073 28	3	0.080 74	0.165 90
2	0.072 25	0.162 40	4	0.107 60	0.175 70

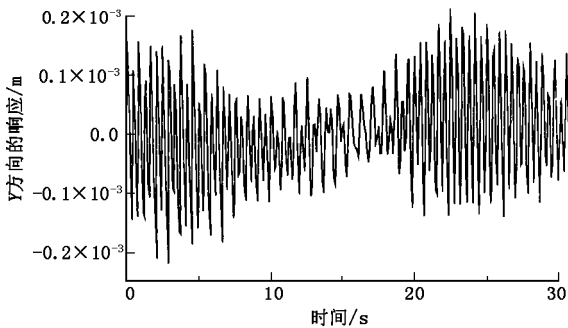


图 5 舱体中心点位于 C 时 Y 方向的响应

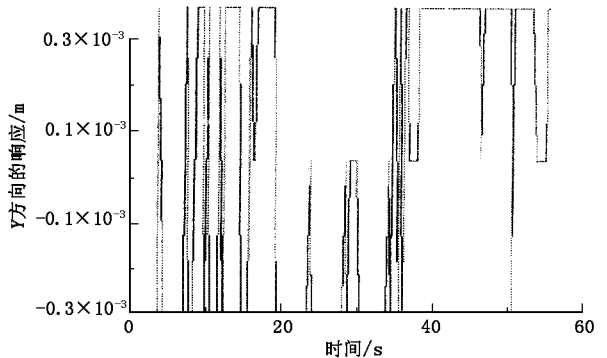


图 6 馈源舱中心点 Y 方向响应的实验曲线

为了验证仿真结果,进行了相应的 LT50m 实物模型现场实验。馈源舱被吊起并静止在 C 点时,动平台沿同样的轨迹运行,Leica 激光全站仪检测到舱体中心点在 Y 方向上的响应如图 6 所示,其最大幅度为 ±0.32 mm。

