

# 基于 ML 估计的高效 OFDM 整数倍频偏估计算法

赵林靖, 李建东, 陈 晨

(西安电子科技大学 综合业务网国家重点实验室 宽带无线通信实验室 陕西 西安 710071)

**摘要:** 针对整数倍频偏会造成 OFDM 码元序列的循环移位而导致系统性能下降的问题, 提出一种新的 OFDM 整数倍频偏的频域估计算法. 利用一个 OFDM 码元中各子载波上数据符号之间的差分关系和最大似然(ML)估计理论, 导出了该整数倍频偏的 ML 估计器的估计公式. 新算法在不增加算法复杂度的条件下, 频偏估计性能优于传统方法.

**关键词:** OFDM, 整数倍频偏, 频域, 最大似然估计

**中图分类号:** TN919.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-240X(2005)04-0559-03

## An efficient algorithm for OFDM integer frequency offset based on ML estimation

ZHAO Lin-jing, LI Jian-dong, CHEN Chen

(State Key Lab. of Integrated Service Networks, Broadband Wireless Communication Lab.,  
Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

**Abstract:** The integer frequency offset will cause a circular shift of the OFDM symbol and consequently degrade the system performance. A novel integer frequency offset estimation algorithm for the OFDM system is proposed, which employs the differential relation among data symbols on different subcarriers in only one OFDM block. The estimator for integer frequency offset estimation is derived based on the maximum likelihood (ML) estimation theory. It is shown that the new algorithm possesses better performance than the conventional method without the increase in complexity.

**Key Words:** OFDM, integer frequency offset, maximum likelihood estimation

正交频分复用(OFDM)是一种多载波调制方式,它用减少和消除码间串扰的影响来克服信道的频率选择性衰落.但是 OFDM 信号对频偏十分敏感,必须对频偏进行估计.其中整数倍频偏,虽然不会破坏子载波之间的正交性,但是会引起接收机恢复的数据码元序列的循环移位和相位旋转,严重影响系统性能<sup>[1-3]</sup>.

文献[1]利用连续的两个 OFDM 码元数据序列之间的差分关系(以下称 Sc 算法),在此基础上,文献[2]提出使用一个 OFDM 码元进行频偏估计的方法,将连续的两个 OFDM 码元数据序列之间的差分关系应用于一个 OFDM 码元的数据序列之间(以下称 Kim 算法),不仅减少了训练序列的个数,而且提高了频偏估计的性能.两种方法的核心思想是:把已知差分序列依次进行循环移位,把移位结果和接收机恢复得到的差分序列进行相关,根据相关模值最大的循环移位序列的移位值就可估计出整数倍频偏.两种算法可估计的归一化频偏范围为 $[-N/2 + 1, N/2]$ .

笔者在文献[2]的基础上,使用相同的思想,利用最大似然估计理论推导出整数倍频偏的估计算法(以下称 ML 算法),对 Kim 算法进行了改进,仿真结果表明算法的性能优于 Kim 算法.

文中的一些符号定义:

收稿日期 2004-04-22

基金项目:国家自然科学基金和微软亚洲研究院联合资助项目(60372048),高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划,国家自然科学基金重大项目 60496316 第 6 子课题,教育部科学技术研究重点项目(104171),国家“863”计划资助项目(2001AA123031)

作者简介:赵林靖(1976-),西安电子科技大学博士研究生.

若序列  $\{x_k\} = \{x_0, x_1, \dots, x_{N-1}\}$  定义  $\{x_{k+b}\} = \{x_b, x_{b+1}, \dots, x_{N-1}, x_0, \dots, x_{b-1}\}$ ,

若序列  $\{x_{l,k}\} = \{x_{l,0}, x_{l,1}, \dots, x_{l,N-1}\}$  定义  $\{x_{l,k+b}\} = \{x_{l,b}, x_{l,b+1}, \dots, x_{l,N-1}, x_{l,0}, \dots, x_{l,b-1}\}$ ,

式中  $k+b$  是按模运算.

## 1 传统算法

由于 Kim 算法进行小数倍频偏(FFO)和整数倍频偏(IFO)估计使用同一个数据码元,因此必须考虑 FFO 的数据结构.估计 FFO 是通过在第奇数个子载波上发送 0 数据、在第偶数个子载波上发送数据符号来实现<sup>[2]</sup>.因而在进行 IFO 时仅考虑第偶数个子载波上的数据.设数据码元序列为  $\{x_{2k}\} = \{x_0, x_2, \dots, x_{N-2}\}$ ,通过 FFT 恢复的数据码元  $\{y_{2k}\} = \{y_0, y_2, \dots, y_{N-2}\}$ ,假设码元定时准确且小数倍频偏估计准确并已纠正,则接收机恢复的数据码元可以表示为<sup>[1,2]</sup>

$$y_{2k} = x_{2k-b} \exp(j\theta_0) + w_{2k}, \quad (1)$$

式中的  $\theta_0$  表示接收信号经过小数倍频偏(FFO)纠正后的初始相位, $b$  表示归一化整数倍频偏(IFO),序列  $\{x_{2k-b}\}$  是  $\{x_{2k}\}$  的循环移位,移位样点数为  $b$ ,正是整数倍频偏引起接收机恢复出的数据码元的循环移位. $w_{2k}$  是均值为 0 的白高斯噪声通过 FFT 变换得到的.

为讨论算法性能,定义序列  $\{x_{0,2k}\}$  和  $\{x_{1,2k}\}$  为

$$x_{0,2k} = x_{2k}, \quad x_{1,2k} = x_{2k+2}, \quad (2)$$

$$c_k = x_{2k+2}/x_{2k}, \quad k = 0, 1, \dots, N/2 - 1, \quad (3)$$

式中序列  $\{x_{1,2k}\}$  是  $\{x_{0,2k}\}$  的循环移位,是为了讨论整数倍频偏构造的参考数据序列,序列  $\{c_k\}$  表示了频域一个 OFDM 码元中各数据之间的差分关系.

同理,在接收端,定义序列  $\{y_{0,2k}\}$  和  $\{y_{1,2k}\}$  为

$$y_{0,2k} = y_{2k} = x_{2k-b} \exp(j\theta_0) + w_{2k}, \quad y_{1,2k} = y_{2k+2} = x_{2k-b+2} \exp(j\theta_0) + w_{2k+2}. \quad (4)$$

如果没有由于整数倍频偏引起的循环移位,在频域序列  $y_{2k+2}/y_{2k}$  应与  $c_k$  近似相等<sup>[2]</sup>.因此,对于归一化频偏  $b = 2g$ ,Kim 算法的估计函数为<sup>[2]</sup>

$$\hat{g}_{\text{Kim}} = \arg \max_{2g \in A} \left\{ \left| \sum_{k=0}^{N/2-1} c_{k-g} y_{2k} y_{2k+2}^* \right| \right\}, \quad (5)$$

式中  $( )^*$  表示求共轭, $g$  表示差分序列  $c_k$  循环移位的位数,整数倍频偏 IFO 估计值  $b = 2g$ .集合  $A$  表示归一化整数倍频偏估计范围  $A = \{-N/2 + 2, \dots, -2, 0, 2, \dots, N/2 - 2, N/2\}$  并且  $A$  中的每个元素均为偶数<sup>[1,2]</sup>.

## 2 整数倍频偏的 ML 估计

定义观测向量:

$$\mathbf{Y}_0 = [y_{0,2k}] = [y_0, y_2, \dots, y_{N-2}], \quad \mathbf{Y}_1 = [y_{1,2k}] = [y_2, \dots, y_{N-2}, y_0], \quad (6)$$

其中  $\mathbf{Y}_0$  中的元素取自接收机恢复的第偶数个子载波上的数据, $\mathbf{Y}_1$  是由  $\mathbf{Y}_0$  循环移位得到的, $\mathbf{Y}_1$  是为了讨论整数倍频偏估计而构造的观察向量,这也是和文献[3]中利用 ML 推导估计函数的差别,主要原因是差分序列的定义不同.

对于观察向量  $\mathbf{y} = [\mathbf{Y}_0, \mathbf{Y}_1]$ ,给定  $b = 2g$  和  $c_k$ ,则观察向量  $\mathbf{y}$  的自相关函数可以表示为

$$E\{y_{i,2k} y_{j,2m}^*\} = \begin{cases} \sigma_s^2 + \sigma_w^2, & i = j, k = m, \\ \sigma_s^2 c_{k-g}^*, & i = 0, j = 1, k = m, \\ \sigma_s^2 c_{k-g}, & i = 1, j = 0, k = m, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (7)$$

$$\sigma_s^2 = E\{|x_{l,2k}|^2\}, \quad \sigma_w^2 = E\{|w_{l,2k}|^2\},$$

式中  $i, j \in [0, 1]$ ,  $k, m \in [0, N/2 - 1]$ ,  $\sigma_s^2$  和  $\sigma_w^2$  分别表示信号和噪声的方差.

给定观测向量  $y$ , 则参数  $b = 2g$  的 ML 估计值可表示为

$$\hat{g}_{ML} = \arg \max_{2g \in A} \ln f(y | g, c_k) \quad (8)$$

式中  $f(y | g, c_k)$  表示观察向量  $y$  的概率密度函数. 经过一些数学推导, 得到  $g$  的 ML 估计值为

$$\hat{g}_{ML} = \arg \max_{2g \in A} \left\{ \text{Re} \left( \sum_{k=0}^{N/2-1} c_{k-g} y_{0,2k} y_{1,2k}^* \right) \right\} = \arg \max_{2g \in A} \left\{ \text{Re} \left( \sum_{k=0}^{N/2-1} c_{k-g} y_{2k} y_{2k+2}^* \right) \right\} \quad (9)$$

式(9)表示了文中推导得到的 ML 方法. 可以看出, ML 和 Kim 方法的区别在于前者是选择使矢量和的实部最大化的值作为估计值, 而后者是选择使矢量和的模最大化的值作为估计值.

### 3 仿真结果与讨论

(1) 仿真结果 图 1 是通过计算机仿真的 ML 估计器在 AWGN 信道中的性能, 并传统估计器 Kim 算法进行了比较. 选择估计错误概率作为衡量和比较算法性能的标准. 估计错误概率定义为整数倍频偏估计值不等于真实值的概率. 仿真参数: 子载波数  $N = 24, 32, 64$ , 循环前缀长度  $N_g = N/4$ , 归一化整数倍频偏 IFO 是 4. 由图 1 可以看出, 在使用相同的子载波数时, ML 估计算法性能优于传统估计算法.

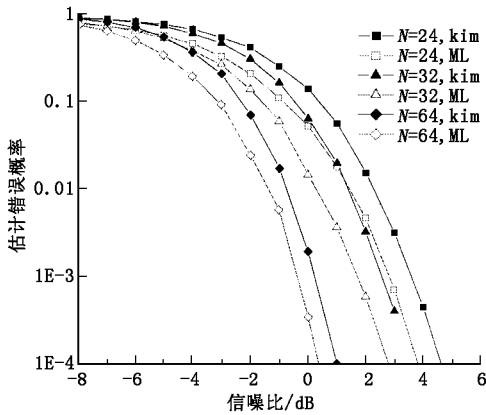


图 1 系统参数对两种估计器的性能影响

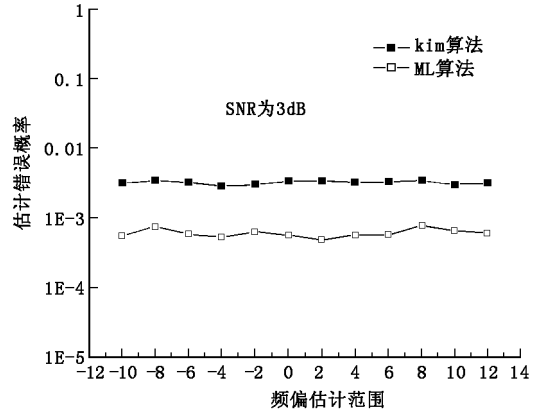


图 2 频偏大小对估计器性能的影响

图 2 是仿真频偏大小对算法的影响, 仿真结果表明在频偏允许的范围, 两种算法的估计性能几乎不受频偏大小的影响.

(2) 讨论 为了分析 ML 和 Kim 算法的性能差别, 根据式(5)和(9)定义

$$M(g', g) = \sum_{k=0}^{N/2-1} c_{k-g'} y_{2k} y_{2k+2}^* \quad (10)$$

把式(4)代入式(10)可得:

$$M(g', g) = S(g', g) + W(g', g) \quad , \quad S(g', g) = \sum_{k=0}^{N/2-1} c_{k-g'} x_{2k-2g} x_{2k-2g+2}^* \quad (11)$$

$$W(g', g) = \sum_{k=0}^{N/2-1} [c_{k-g} (x_{2k-2g} w_{2k+2}^* + x_{2k-2g+2} w_{2k}^* + w_{2k} w_{2k+2}^*)] \quad ,$$

式中  $g'$  表示 IFO 的试验值,  $g$  表示 IFO 的实际值.  $S(g', g)$  表示估计函数中由信号产生的部分,  $W(g', g)$  表示噪声对估计函数的影响. 则 Kim 算法和 ML 的估计函数又可写为

$$\hat{g}_{Kim} = \arg \max_{2g' \in A} \{ |M(g', g)| \} \quad , \quad \hat{g}_{ML} = \arg \max_{2g' \in A} \{ \text{Re}(M(g', g)) \} \quad (12)$$

不考虑噪声的影响, 即  $W(g', g) = 0$ , 有  $M(g', g) = S(g', g)$ . 这时, ML 算法和 Kim 算法可以表示为

$$\hat{g}_{Kim} = \arg \max_{2g' \in A} \{ |S(g', g)| \} \quad , \quad \hat{g}_{ML} = \arg \max_{2g' \in A} \{ \text{Re}(S(g', g)) \} \quad (13)$$

把式(4)代入, 假设  $|x_{2k}|^2 = 1$ , 有  $S(g', g) = \sum_{k=0}^{N/2-1} c_{k-g'} c_{k-g}^* \quad (14)$

