

研究论文

# 一种基于速率线性化的非线性预测控制算法

田学民, 王 平, 田华阁

(中国石油大学(华东)信息与控制工程学院, 山东 东营 257061)

**摘要:** 提出了一种基于速率线性化方法的非线性预测控制算法。该算法采用速率线性化方法得到与原系统非线性模型相对应的线性变参数模型, 这类变参数模型在结构上是线性的, 而模型参数将随工作条件的变化而变化, 在系统的整个工作区间内都能很好地逼近原非线性模型。在此模型的基础上设计了预测控制器, 并利用基于置信域的 Levenberg-Marquardt 算法在线求得预测控制率。最后对连续搅拌反应釜进行了仿真研究, 仿真结果表明了该算法的可行性和有效性。

**关键词:** 速率线性化; 线性变参数模型; 预测控制; Levenberg-Marquardt 算法

中图分类号: TP 273

文献标识码: A

文章编号: 0438-1157 (2008) 07-1732-05

## Nonlinear model predictive control algorithm using velocity-based linearization

TIAN Xuemin, WANG Ping, TIAN Huage

(School of Information and Control Engineering, China University of Petroleum,  
Dongying 257061, Shandong, China)

**Abstract:** A new nonlinear model predictive control algorithm using velocity-based linearization was presented. The model used in the derivation of the control algorithm was obtained by using a velocity-based linearization method, and had a linear structure with variable parameters. The model parameters were then determined by the operation conditions of the system. It was shown that the linearized model approximated well the original nonlinear one. The model predictive control algorithm presented in this paper was based on the Levenberg-Marquardt algorithm, which is efficient in computation and provides a general framework for model predictive control design. A simulation study on a nonlinear continuous stirred tank reactor (CSTR) showed that the proposed control algorithm was effective and applicable to many nonlinear industrial systems.

**Key words:** velocity-based linearization; linear parameter-varying model; model predictive control; Levenberg-Marquardt algorithm

### 引 言

线性模型预测控制 (LMPC) 在石油、化工等领域中得到了非常广泛的应用<sup>[1]</sup>。但许多工业过程

都表现出复杂的非线性, 若采用 LMPC 进行控制, 往往达不到优化控制的目的或者长期投用效果差, 因此, 非线性预测控制 (NMPC) 算法的研究已成为过程控制研究的热点<sup>[2-3]</sup>。

2008-04-14 收到初稿, 2008-04-30 收到修改稿。

联系人及第一作者: 田学民 (1955—), 男, 教授。

基金项目: 国家高技术研究发展计划项目 (2007AA04Z193)。

Received date: 2008-04-14.

Corresponding author: Prof. TIAN Xuemin. E-mail: tianxm@hpu.edu.cn

Foundation item: supported by the High-tech Research and Development of China (2007AA04Z193).

在 NMPC 算法中若直接采用非线性模型作为预测模型，NMPC 在线计算量大、实时性差，难以在实际工业过程中应用<sup>[4-5]</sup>。多模型方法是解决非线性系统建模与控制问题的一种比较有效的途径，并在非线性预测控制方面得到了广泛应用<sup>[6]</sup>，但仍有许多关键问题没有得到解决<sup>[7-8]</sup>。文献 [9] 提出了一种速率线性化方法，可以得到系统的线性变参数模型 (LPV)。LPV 在结构上是线性的，而模型参数将随工作条件的变化而变化，在系统整个工作区间内都能很好地逼近原非线性模型，解决了系统在非平衡点附近模型描述这一难题，已被应用于多种控制策略中<sup>[10-12]</sup>。

在文献 [9] 的基础上，本文提出了一种基于速率线性化的非线性预测控制算法 (LPV-NMPC)。该算法借助速率线性化方法得到系统非线性模型的 LPV 表达形式，并以此设计状态反馈预测控制器。最后以连续搅拌反应釜 (CSTR) 为例验证 LPV-NMPC 的控制效果。

### 1 速率线性化方法

一个非线性系统通常可用微分方程描述为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), v(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (1)$$

式中  $x \in R^{N_x}$  为状态变量； $y \in R^{N_y}$  为输出变量； $u \in R^{N_u}$  为控制变量； $v \in R^{N_v}$  为过程干扰变量。 $f(\cdot)$ 、 $h(\cdot)$  为相应维数的连续可微非线性函数。系统两侧同时对  $t$  求导，得到线性参数时变模型

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}(\theta)\dot{x}(t) + \bar{B}_1\dot{u}(t) + \bar{B}_2\dot{v}(t) \\ \dot{y}(t) = \bar{C}(\theta)\dot{x}(t) \end{cases} \quad (2)$$

式中  $[\bar{A}(\theta), \bar{B}_1(\theta), \bar{B}_2(\theta)] = \left( \frac{\partial f(x, u, v)}{\partial [x^T, u^T, v^T]} \right)_\theta$ ，

$\bar{C}(\theta) = \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)_\theta$  为时变参数， $\theta(t) = \theta(x(t), u(t), v(t))$  为增益变量。所讨论的  $\theta(t)$  是随系统工作条件的变化而变化的，并且能够确定标识工作条件的变量。在本文只考虑那些可测量或至少是可估计的变量，这些变量的整个变化范围就是指系统的整个工作空间。

将输出变量  $y$  作为增广状态变量，式 (2) 写成增广形式

$$\begin{cases} \dot{x}_c(t) = A(\theta)x_c(t) + B_1(\theta)\dot{u}(t) + B_2(\theta)\dot{v}(t) \\ y(t) = C(\theta)x_c(t) \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$x_c = [\dot{x}^T, y^T]^T, A(\theta) = \begin{bmatrix} \bar{A}(\theta) & 0 \\ \bar{C}(\theta) & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1(\theta) = \begin{bmatrix} \bar{B}_1(\theta) \\ 0 \end{bmatrix}, B_2(\theta) = \begin{bmatrix} \bar{B}_2(\theta) \\ 0 \end{bmatrix}, C(\theta) = [0 \quad I]$$

式中  $I$  为单位矩阵。式 (2)、式 (3) 是对原非线性模型式 (1) 的真实描述。

在本文假设连续时间控制输入  $u(t)$  是由零阶保持器得到的分段常数信号  $u(t) = u_d(k), kh \leq t < kh+h, k=0, 1, \dots$ 。则  $\dot{u}$  是由一系列  $kh$  时刻的脉冲信号构成

$$\dot{u}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \Delta u_d(k) \delta(t - kh) \quad (4)$$

$\delta(\cdot)$  是 Dirac's delta 函数。将式 (4) 代入式 (3) 得

$$\begin{cases} \dot{x}_c = A(\theta)x_c(t) + B_2(\theta)\dot{v}(t) & (t \neq kh) \\ x_c(kh^+) = x_c(kh) + B_1(\theta)\Delta u_d(k) \end{cases} \quad (5)$$

式中  $x_c(kh^+) = \lim_{\tau \rightarrow 0} x_c(kh + \tau)$ 。在一个采样周期内对式 (5) 积分得到其离散化模型

$$\begin{cases} x_d(k+1) = F(\theta_k)x_d(k) + G(\theta_k)\Delta u_d(k) + v_d(k) \\ y_d(k) = H(\theta_k)x_d(k) \end{cases} \quad (6)$$

式中  $\theta_k = \theta(t) (t \in [t_k, t_{k+1}])$ ， $x_d(k) = x_c(kh)$ ， $y_d(k) = y(kh)$ ， $F(\theta_k) = \Phi(kh, kh+h)$ ， $G(\theta_k) = \Phi(kh, kh+h)B_1(\theta_k)$ ， $H(\theta_k) = C(\theta_k)$ ， $\Phi(\cdot, \cdot)$  是式 (3) 的状态转移矩阵。离散时间干扰变量  $v_d(k)$  定义为

$$v_d(k) = \int_{kh}^{kh+h} \Phi(kh, s)B_2(\theta(s))\dot{v}(s)ds \quad (7)$$

过程的干扰变量变化缓慢时，有  $\dot{v}(s) = 0$ ，则得到系统的线性变参数模型 (LPV)

$$\begin{cases} x_d(k+1) = F(\theta_k)x_d(k) + G(\theta_k)\Delta u_d(k) \\ y(k) = H(\theta_k)x_d(k) \end{cases} \quad (8)$$

### 2 基于 LPV 模型的预测控制算法

基于式 (8)，进行预测控制器的设计。由预测控制原理知，在每个采样间隔内都要求解下述优化问题  $P_1$

$$J = \min_{\Delta u_d(k)} \sum_{j=1}^P \Delta y(k+j|k)^T Q_j \Delta y(k+j|k) + \sum_{j=0}^{M-1} \Delta u(k+j|k)^T R_j \Delta u(k+j|k) \quad (9)$$

式中  $\Delta y(k+j|k)$  是预测输出与期望输出之间的偏差， $\Delta U_d(k) = [\Delta u_d(k), \dots, \Delta u_d(k+P-1)]$ 。假设输入变量在  $k+M-1$  后保持不变，定义

$\prod_{i=1}^l (\cdot) = \mathbf{I}$ , 递推得到状态预测值:

当  $0 \leq l \leq M-1$  时

$$\mathbf{x}_{d,(k+l+1|k)} = \prod_{i=0}^l \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}_{k+i|k}) \mathbf{x}_{d,(k|k)} + \sum_{j=0}^l \left[ \prod_{i=j+1}^l \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}_{k+i|k}) \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}_{k+j|k}) \Delta \mathbf{u}_{d,(k+j)} \right]$$

当  $M \leq l \leq P$  时

$$\mathbf{x}_{d,(k+l+1|k)} = \sum_{j=M-1}^l \left[ \prod_{i=j+1}^l \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}_{k+i|k}) \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}_{k+j|k}) \right] \Delta \mathbf{u}_{d,(k+M-1)} + \prod_{i=0}^l \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}_{k+i|k}) \mathbf{x}_{d,(k|k)} + \sum_{j=0}^{M-2} \left[ \prod_{i=j+1}^l \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}_{k+i|k}) \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}_{k+j|k}) \Delta \mathbf{u}_{d,(k+j)} \right]$$

写成向量的形式得

$$\begin{cases} \mathbf{X}_d = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{x}(k|k) + \boldsymbol{\Gamma} \Delta \mathbf{U}_d \\ \mathbf{Y}_d = \boldsymbol{\Psi} \mathbf{X}_d \end{cases} \quad (10)$$

其中, 预测状态向量为

$$\mathbf{X}_d = [\mathbf{x}_{d,(k+1|k)}, \dots, \mathbf{x}_{d,(k+P|k)}]^T$$

预测输出向量为

$$\mathbf{Y}_d = [\mathbf{y}_{d,(k+1|k)}, \dots, \mathbf{y}_{d,(k+P|k)}]^T$$

预测输入增向量为

$$\Delta \mathbf{U}_d = [\Delta \mathbf{u}_{d,(k)}, \dots, \Delta \mathbf{u}_{d,(k+M-1)}]^T$$

矩阵

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Phi} = [\mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}_{k|k}), \dots, \prod_{i=0}^{P-1} \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}_{k+i|k})]^T \\ \boldsymbol{\Psi} = \text{diag}[\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}_{k|k}), \dots, \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}_{k+P-1|k})] \end{cases}$$

$\boldsymbol{\Gamma}$  中的元素定义如下, 当  $0 \leq l \leq M-1$  时

$$\Gamma(i, j) = \begin{cases} \prod_{l=j}^i \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}_{k+l|k}) \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}_{k+j|k}) & i \geq j \\ 0 & i < j \end{cases}$$

当  $M \leq l \leq P$  时

$$\Gamma(i, j) = \begin{cases} \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}_{k+j|k}) \prod_{l=j}^i \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}_{k+l|k}) & j \in [1, M-1] \\ \sum_{b=M}^i \left[ \prod_{l=b}^i \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}_{k+l|k}) \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}_{k+b-1|k}) \right] & j = M \end{cases}$$

定义偏差  $\mathbf{e}_{k+i}^y = \Delta \mathbf{y}_{(k+i|k)}$ ,  $\mathbf{e}_{k+i}^Q : =$

$\mathbf{Q}_{1,k+i} \mathbf{e}_{k+i}^y$ ,  $\Delta \mathbf{u}_{k+j}^R : = \mathbf{R}_{1,k+j} \Delta \mathbf{u}_{k+j}$ ,  $i \in [1, P]$ ,  $j \in [0, M-1]$ , 则  $\mathbf{E} = [\mathbf{e}_{k+1}^{QT}, \dots, \mathbf{e}_{k+P}^{QT}, \Delta \mathbf{u}_k^{RT},$

$\dots, \Delta \mathbf{u}_{k+M-1}^{RT}]$ , 利用上述定义, 问题  $P_1$  可以转为一个标准的非线性最小二乘优化问题  $P_2$

$$\min_{\Delta \mathbf{u}_b \leq \mathbf{U} \leq \Delta \mathbf{u}_u} V(\Delta \mathbf{U}_d) = \frac{1}{2} \mathbf{E}(\Delta \mathbf{U}_d)^T \mathbf{E}(\Delta \mathbf{U}_d) \quad (11)$$

由  $\mathbf{e}_{k+i}^Q$  的定义知

$$\frac{\partial \mathbf{e}_{k+i}^Q}{\partial \Delta \mathbf{U}_d} = \mathbf{Q}_{1,k+i} \frac{\partial \mathbf{e}_{k+i}^y}{\partial \Delta \mathbf{U}_d} = \mathbf{Q}_{1,k+i} \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}_{k+i|k}) \boldsymbol{\Omega}$$

其中  $\boldsymbol{\Omega}$  值由矩阵  $\boldsymbol{\Gamma}$  得到. 最终得到

$$\frac{\partial (\mathbf{e}_{k+1}^{QT} \dots \mathbf{e}_{k+P}^{QT})}{\partial \Delta \mathbf{U}_d} = \mathbf{Q}_H \boldsymbol{\Theta} \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{Q}_H = \text{diag}[\mathbf{Q}_{1,k+i-1} \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}_{k+i-1|k})] \quad (i = 1, \dots, P)$$

又有

$$\frac{\partial (\mathbf{e}_{k+1}^{RT}, \dots, \Delta \mathbf{u}_M^{RT})}{\partial \Delta \mathbf{U}_d} = \mathbf{R}_H$$

矩阵  $\mathbf{R}_H = \text{diag}(\mathbf{R}_{1,k+i-1})$ ,  $i = 1, \dots, M$ . 综上所述得到

$$J(\mathbf{U}) = \frac{\partial \mathbf{E}(\Delta \mathbf{U}_d)}{\partial \Delta \mathbf{U}_d} = [\mathbf{Q}_H \boldsymbol{\Theta}, \mathbf{R}_H] \quad (13)$$

由最优化理论知, 问题  $P_2$  的梯度矩阵  $\mathbf{G}(\mathbf{U})$  和海森矩阵的结构分别为

$$\begin{cases} \mathbf{G}(\mathbf{U}) = J^T(\mathbf{U}) \mathbf{E}(\mathbf{U}) \\ \mathbf{H}(\mathbf{U}) = J^T(\mathbf{U}) J(\mathbf{U}) + \mathbf{W}(\mathbf{U}) \end{cases}$$

式中  $\mathbf{W}(\mathbf{U}) = \sum_{i=1}^{N_y P + N_u M + N_x} \mathbf{E}_i(\mathbf{U}) \mathbf{H}_i(\mathbf{U})$ ,  $\mathbf{E}_i$  为  $\mathbf{E}$  的第  $i$  项,  $\mathbf{H}_i$  是  $\mathbf{E}_i$  的海森阵. 当  $\mathbf{U}$  趋近于最优解, 当残差  $\|\mathbf{E}(\mathbf{U})\|$  趋近于 0,  $\mathbf{W}(\mathbf{U})$  也趋近于 0.

Levenberg-Marquardt (LM) 算法是求解非线性最小二乘优化问题的标准算法, 一旦获得梯度信息, 用 LM 算法<sup>[13]</sup> 可以迅速求得非线性最小二乘优化问题  $P_2$  的解.

在线实施时, 由系统非线性模型式 (1) 预测系统未来时刻的状态值  $[\mathbf{x}(k+1|k), \dots, \mathbf{x}(k+P|k)]$ , 根据预测工作点  $\boldsymbol{\theta}_{k+i} = \boldsymbol{\theta}(u(k+i-1|k), \mathbf{y}(k+i))$ , 得到形如式 (8) 的 LPV 模型  $[\mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}_{k+i}), \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}_{k+i}), \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}_{k+i})]$ , 然后以此递推得优化问题  $P_2$  的梯度信息  $J^k(\mathbf{U})$ , 在此基础上利用 LM 算法解式 (11) 得  $\mathbf{U}_{\text{opt}} = [\mathbf{u}_0^{\text{opt}}, \dots, \mathbf{u}_{M-1}^{\text{opt}}]$ , 并在线实施  $\mathbf{u}_0^{\text{opt}}$ , 其算法流程如图 1 所示.

### 3 仿真研究

连续搅拌反应釜 (CSTR)<sup>[14-15]</sup> 内发生的化学反应为  $A \xrightarrow{k_1} B \xrightarrow{k_2} C, 2A \xrightarrow{k_3} D$ . 基于能量守恒定律, 该反应釜的动态特性可由非线性微分方程组

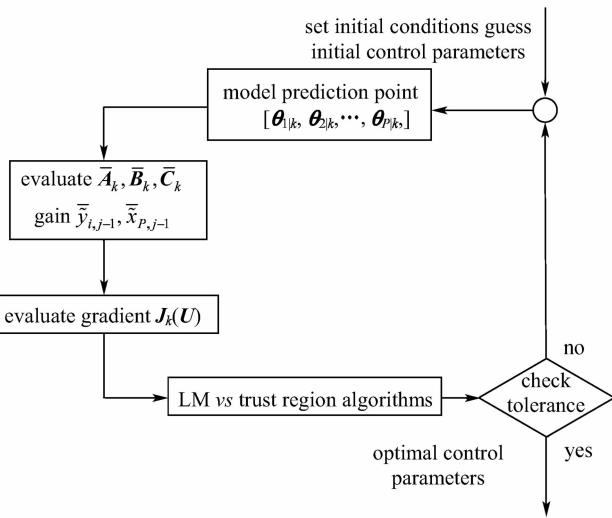


图 1 基于速率线性化的非线性预测控制算法流程图

Fig.1 Block diagram of nonlinear model predictive control algorithm using velocity-based linearization

描述

$$\begin{cases}
 \dot{c}_A = \frac{\dot{V}}{V_R} (c_{A0} - c_A) - k_1(\theta)c_A - k_3(\theta)c_A^2 \\
 \dot{c}_B = -\frac{\dot{V}}{V_R} c_B + k_1(\theta)c_A - k_2(\theta)c_B \\
 \dot{\theta} = \frac{\dot{V}}{V_R} (\theta_0 - \theta) + \frac{k_w A_R}{\rho c_p V_R} (\theta_K - \theta) - \frac{1}{\rho c_p} [k_1(\theta)c_A H_1 + k_2(\theta)c_B H_2 + k_3(\theta)c_A^2 H_3] \\
 \dot{\theta}_K = \frac{1}{m_K c_{pK}} [\dot{Q}_K + k_w A_R (\theta - \theta_K)]
 \end{cases} \quad (14)$$

式中  $c_A$ 、 $c_B$  分别是组分 A 和 B 的浓度； $\theta$  和  $\theta_K$  分别为反应温度和夹套水温度，物性参数见文献 [14]；控制量是原料进料率  $\dot{V}/V_R$  和夹套散热量  $\dot{Q}_K$ ，均在一定范围内变化： $3 \leq \dot{V}/V_R \leq 35$ ， $-9000 \leq \dot{Q}_K \leq 0$ ，原料进料浓度为干扰变量，由于其变化缓慢，可忽略其影响。式 (14) 两边求导、离散化得到形如式 (8) 的模型。令  $\dot{V}/V_R = 3 + 0.32n$  ( $n=0, \dots, 100$ )， $\dot{Q}_K = 40l$  ( $l=-100, \dots, 0$ )，状态初值  $x_0 = [1, 0.5, 100, 100]$ ，采样时间为 18 s，分别对系统的非线性模型和 LPV 模型模拟仿真，结果如图 2 所示。由图可以看出，LPV 模型是对原非线性模型的一个很好的描述，能够满足预测控制的模型精度要求。

采用基于速率线性化的非线性预测控制控制 CSTR 由不同工作点到期望工作点。状态初值分别

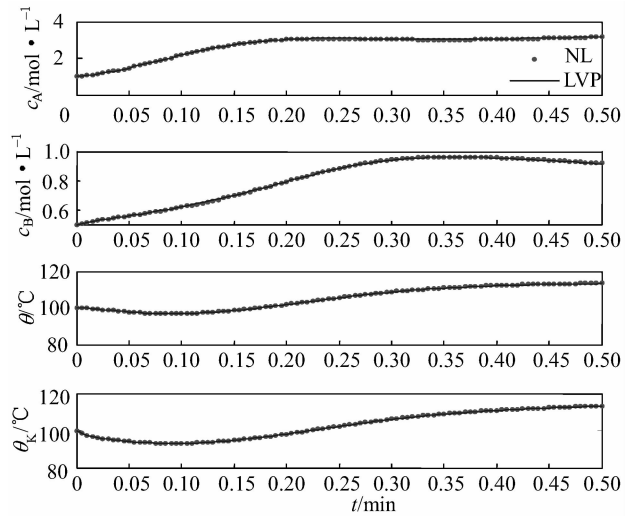


图 2 LPV 模型与非线性模型输出结果对比

Fig.2 Comparative evaluation of outputs between LPV model and nonlinear model (NL)

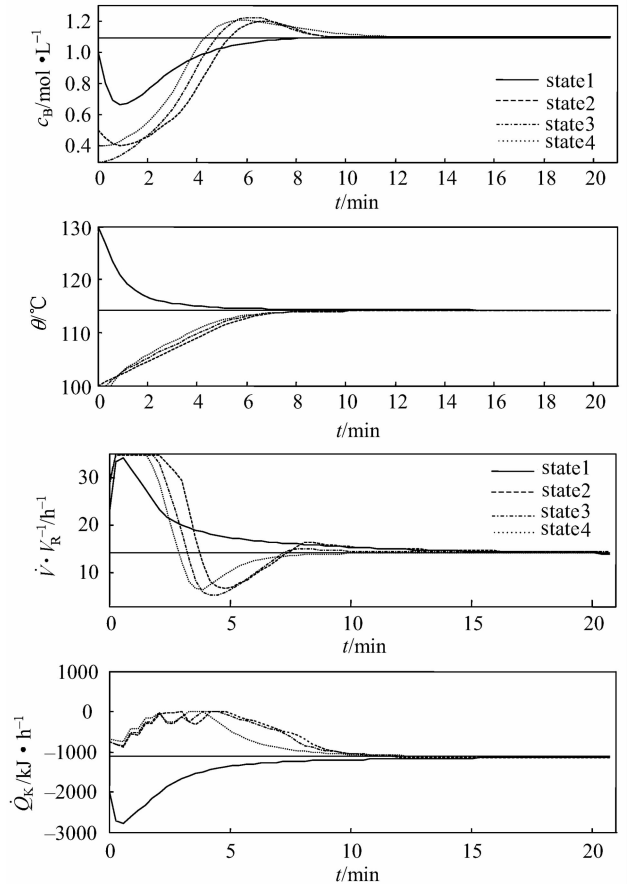


图 3 被控变量和控制输入变量的变化趋势

Fig.3 Time responses of controlled outputs and inputs

取  $x_0^1 = [0.1; 1.0; 130; 120]$ ； $x_0^2 = [1.0; 0.5; 100; 100]$ ； $x_0^3 = [2.0; 0.3; 98; 105]$ ； $x_0^4 = [3.0; 0.4; 95; 110]$ 。期望工作点  $y_s =$

[1.09; 114.19]。选择采样时间 18 s, 控制步长 1, 预测步长 20,  $Q_k = \text{diag}(1, 5, 2, 2)$ ,  $R_k = \text{diag}(1, 0.0001)$ 。控制实施效果如图 3 所示。可以看出, CSTR 从各个状态初值出发都能迅速到达期望工作点, 实现了快速跟踪。

在本例, 采用 LM 算法求解优化问题, 最多每次迭代 10 次就能满足优化终止条件, 仿真 70 步, 耗时 14.109 s (Matlab, Pentium<sup>®</sup> 4 CPU2.93 GHz), 远小于  $70 \times 18 \text{ s} = 1260 \text{ s}$ , 能够满足实时控制的要求。

## 4 结 论

生产过程大多是非线性多变量系统, 对这类系统的控制算法研究显得尤为重要。本文提出了一种基于速率线性化的非线性预测控制算法。由速率线性化方法得到系统原非线性模型的 LPV 模型, 借助 LPV 模型的结构特点, 设计了预测控制器, 并用 Levenberg-Marquardt 算法实现每个采样周期内预测控制律的求解。最后以 CSTR 为例进行仿真研究, 验证了该算法的有效性。

## References

- [1] Qin S Joe, Thomas A Badgwell. A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice*, 2003, **11**: 733-764
- [2] Michael A Henson. Nonlinear model predictive control: current status and future directions. *Computers and Chemical Engineering*, 1998, **23**: 187-202
- [3] Froisy J Brian. Model predictive control—building a bridge between theory and practice. *Computers and Chemical Engineering*, 2006, **30**: 1426-1435
- [4] Frode Martinsen, Lorenz T Biegler, Bjarne A Foss. A new optimization algorithm with application to nonlinear MPC. *Journal of Process Control*, 2004, **14**: 853-865
- [5] Darryl DeHaan, Martin Guay. A new real-time perspective on non-linear model predictive control. *Journal of Process Control*, 2006, **16**: 615-624
- [6] Tan Wen, Horacio J Marquez, Chen Tongwen, Liu Jizhen. Multi-model analysis and controller design for nonlinear processes. *Computers and Chemical Engineering*, 2004, **28**: 2667-2675
- [7] Wang F Y, Bahri P, Lee P L, Cameron I T. A multiple model state feedback strategy for robust control of nonlinear processes. *Computers and Chemical Engineering*, 2007, **31**: 410-418
- [8] Leyla Ozkan, Mayuresh V Kothare. Stability analysis of a multi-model predictive control algorithm with application to control of chemical reactors. *Journal of Process Control*, 2006, **16**: 81-90
- [9] Isaac K aminer, Antonio M Pascoal, Pramod P Khargonekar, Edward E Coleman. A velocity algorithm for the implementation of gain-scheduled controllers. *Automatica*, 1995, **31** (8): 1185-1191
- [10] Rasmus H Nystrom, Bernt M Åkesson, Hannu T Toivonen. Gain-scheduling controllers based on velocity-form linear parameter-varying models applied to an example process. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 2002, **41**: 220-229
- [11] Lu Yaohui, Yaman Arkun. Quasi-Min-Max MPC algorithms for LPV systems. *Automatica*, 2000, **36**: 527-540
- [12] Franco Blanchini, Stefano Miani, Carlo Savorgnan. Stability results for linear parameter varying and switching systems. *Automatica*, 2007, **43**: 1817-1823
- [13] Marquardt D W. An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 1963, **11** (2): 431-441
- [14] Chen H, Kremling A, Allgower F. Nonlinear predictive control of a benchmark CSTR//Proc. 3rd European Control Conference. Rome, Italy, 1995: 3247-3252
- [15] Guay M, Dochain D, Perrier M. Adaptive extremum-seeking control of non-isothermal continuous stirred tank reactors. *Chemical Engineering Science*, 2005, **60**: 3671-3681