第20卷 第4期 1996年4月 | 高能物理与核物理 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS | Vol.20, No.4 Apr., 1996

p $-{}^3$He弹性散射动量空间库仑作用的处理*

杨景奎　徐茵富　宋桂莲

(哈尔滨师范大学物理系　哈尔滨　150080)

1995-03-31 收稿

摘　　要

将R. Crespo和 J. A. Tostevin 提出的方法，推广应用于自旋$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$的散射，研究了p$-{}^3$He弹性散射动量空间库仑作用的处理. 计算了200—500MeV的微分散射截面和自旋观测量，并将其结果与V-P方法所得结果及实验结果进行了比较，显示出这种方法与V-P方法相比可应用的角动量和动量转移的范围更宽些.

关键词　弹性散射，动量空间，库仑作用.

1　引　　言

为了在动量空间精确计算中能区域质子与原子核的弹性散射，长程的库仑作用应当被加到短程的核相互作用中. 但是由于库仑作用在动量空间的表示有$1/q^2$的奇点，库仑波函数的付氏变换在函数意义上并不存在，使得动量空间库仑作用的处理遇到了极大的困难. 已经有许多人提出了各种不同的处理动量空间库仑作用的方法[1-4]，这些方法都各自有其局限性，究竟哪一种方法针对某一具体问题有最佳的应用效果，仍然是一个需要认真研究的问题. 例如C.M.Vincent和S.C.Phatak曾提出一种精确处理动量空间库仑作用的方法[5]，我们称它为V-P方法，经过使用研究，许多作者都提出应用这种方法于中能质子-核弹性散射时遇到了困难[3,6,7]. 在参考文献[8]中已经以p$-{}^3$He弹性散射为例研究了V-P方法的适用范围，其结果表明在动量转移$q<3.5\mathrm{fm}^{-1}$，$R_{\mathrm{cut}}=7\mathrm{fm}$，分波数$L=24$时V-P方法是有效的，超出了这个范围其结果极不可靠. 这一结论与其它作者基本一致. 这主要是因为在V-P方法中带有一个截断的直边缘半径R_{cut}的库仑势的付氏变换，而实际问题所遇到的势不是方位阱型，总要有个尾巴，因而最佳R_{cut}的选择比较困难，所要求的分波分解$V_C^{lL}(k',k)$实际上总会包括一些不真实的成分；又由于R_{cut}内外的库仑势是以不同的方法进行数值处理的，因而对高角动量态和大动量转移所

* 黑龙江省自然科学基金资助.

350— 356

计算的结果很难避免由于截断的直边缘衍射所引起的振荡.

最近 R.Crespo 和 J. A. Tostevin 在 方法的基础上又提出了一种新的处理方法[9]，并将他们的方法应用于自旋 $\frac{1}{2}$ 0 的散射：p－^{40}Ca 弹性散射，在高分波和大动量转移区域得到了较 V－P 方法更好的结果. 本文的目的是将 方法进一步推广应用于自旋 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$ 的散射，以检验该方法的可靠性和有效程度. 为此我们以 p－^{3}He 弹性散射为例应用 R－J 方法作了理论计算.

2 理论与公式

对于自旋为 $\frac{1}{2}$ 的带电粒子与自旋为零的靶核的散射，其散射振幅可表为标准形式：

$$f(\theta)=A(\theta)+\mathrm{i}\vec{\sigma}\cdot\hat{n}\,C(\theta), \tag{1}$$

式中
$$A(\theta)=f_{\mathrm{C}}^{\mathrm{pt}}(\theta)+\frac{1}{k}\sum_{L=0}^{\infty}\exp(2\mathrm{i}\sigma_L)[(L+1)T_{L+}(N)+LT_{L-}(N)]P_L(\cos\theta), \tag{2}$$

$$C(\theta)=\frac{1}{k}\sum_{L=1}^{\infty}\exp(2\mathrm{i}\sigma_L)[T_{L+}(N)-T_{L-}(N)]p_L'(\cos\theta), \tag{3}$$

其中 $f_{\mathrm{C}}^{\mathrm{pt}}(\theta)$ 是点电荷库仑势所产生的库仑散射振幅，σ_L 是相应的库仑相移. $T_{L\pm}(N)$ 是库仑修正的核分波转换振幅，$L_\pm$ 说明轨道和总角动量 $J=L\pm\frac{1}{2}$，

$$T_{L\pm}(N)=\frac{\{\exp[2\mathrm{i}\delta_{L\pm}(N)]-1\}}{2\mathrm{i}}, \tag{4}$$

式中 $\delta_{L\pm}(N)$ 是库仑修正的核相移，在精确计算中 $\delta_{L\pm}(N)$，$T_{L\pm}(N)$ 应当用完整的核势加库仑势求解. 即

$$\delta_{L\pm}(N)=\delta_{L\pm}(V_{\mathrm{N}}+V_{\mathrm{C}}), \tag{5}$$

$$T_{L\pm}(N)=T_{L\pm}(V_{\mathrm{N}}+V_{\mathrm{C}}). \tag{6}$$

动量空间的弹性散射应用 V－P 方法时，总的相互作用势为：

$$V=\begin{cases}V_{\mathrm{N}}+V_{\mathrm{C}}, & r<R_{\mathrm{cut}},\\ V_{\mathrm{C}}\sim\dfrac{Ze^2}{r}, & r>R_{\mathrm{cut}},\end{cases} \tag{7}$$

$r<R_{\mathrm{cut}}$ 处的动量空间库仑势为：

$$V_{\mathrm{C}}=V_{\mathrm{C};R_{\mathrm{cut}}}(q)=\frac{Ze^2}{2\pi^2q^2}[\rho(q)-\cos(qR_{\mathrm{cut}})]. \tag{8}$$

用 $V_{\mathrm{N}}+V_{\mathrm{C};R_{\mathrm{cut}}}$ 在 $r<R_{\mathrm{cut}}$ 处解运动方程求得波函数 ψ_{sl} 和相移 δ_{sl}，在 $r=R_{\mathrm{cut}}$ 处，使 ψ_{sl} 与

R_{cut} 外部的库仑波函数相匹配，从而得到库仑修正的核相移 $\delta_{L\pm}$. 所以 V−P 方法中实际上是:

$$\delta_{L\pm}(N)=\delta_{L\pm}(V_N+V_{C;R_{cut}}), \tag{9}$$

$$T_{L\pm}(N)=T_{L\pm}(V_N+V_{C;R_{cut}}). \tag{10}$$

由于所使用的势带有一个截断的直边缘半径 R_{cut}，使所计算的 $T_{L\pm}(V_N+V_{C;R_{cut}})$ 与精确的 $T_{L\pm}(V_N+V_C)$ 相比在高分波和大动量转移区域，太快地降落至零，造成这些区域的计算结果不真实可靠. 为了克服这个缺点，R.Crespo 和 J. A. Tostevin 在 V−P 方法的基础上进行了修正. 修正后的分波转换振幅为:

$$T_{L\pm}(N)=\frac{\{\exp[2i\bar{\delta}_{L\pm}(N)]-1\}}{2i}, \tag{11}$$

式中

$$\bar{\delta}_{L\pm}(N)=\delta_{L\pm}(V_N+V_{C;R_{cut}})-\delta_{L\pm}(V^{pt}_{C;R_{cut}}), \tag{12}$$

其中 $\delta_{L\pm}(V_N+V_{C;R_{cut}})$是 V−P 方法中的库仑修正的核相移，而 $\delta_{L\pm}(V^{pt}_{C;R_{cut}})$ 是截断的点库仑势 $V^{pt}_{C;R_{cut}}$ 的相移. 并且:

$$V^{pt}_{C;R_{cut}}(q)=\frac{Ze^2}{2\pi^2q^2}\,[1-\cos(qR_{cut})], \tag{13}$$

所计算的分波转换振幅为:

$$T_{L\pm}(N)=\frac{T_{L\pm}(V_N+V_{C;R_{cut}})-T_{L\pm}(V^{pt}_{C;R_{cut}})}{2iT_{L\pm}(V^{pt}_{C;R_{cut}})+1}. \tag{14}$$

因此在 R−J 方法中实际上要完成两个计算，一是截断的库仑势所计算的 $T_{L\pm}(V_N+V_{C;R_{cut}})$，一是截断的点库仑势所计算的 $T_{L\pm}(V^{pt}_{C;R_{cut}})$.

我们将此方法推广应用于自旋 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$ 的散射，具体研究了 p−^{3}He 弹性散射，此时 T 矩阵在自旋空间的结构形式为[10]:

$$\begin{aligned}T=\frac{1}{2}\,[&(a+b)+(a-b)\vec{\sigma}_p\cdot\hat{n}\vec{\sigma}_2\cdot\hat{n}+(c+d)\vec{\sigma}_p\cdot\hat{m}\vec{\sigma}_2\cdot\hat{m}\\&+(c-d)\vec{\sigma}_p\cdot\hat{l}\vec{\sigma}_2\cdot\hat{l}+e(\vec{\sigma}_p+\vec{\sigma}_2)\cdot\hat{n}\\&+f(\vec{\sigma}_p-\vec{\sigma}_2)\cdot\hat{n}].\end{aligned} \tag{15}$$

所要计算的微分散射截面和自旋观测量由下面(16)—(23)式给出:

$$\sigma=(|a|^2+|b|^2+|c|^2+|d|^2+|e|^2+|f|^2)/2, \tag{16}$$

$$A_{no}=\mathrm{Re}(a^*e+b^*f)/\sigma, \tag{17}$$

$$A_{on}=\mathrm{Re}(a^*e-b^*f)/\sigma, \tag{18}$$

$$A_{nn}=(|a|^2-|b|^2-|c|^2+|d|^2+|e|^2-|f|^2)/2\sigma, \tag{19}$$

$$A_{lm}=-\mathrm{Im}(d^*e+c^*f)/\sigma, \tag{20}$$

$$A_{ml}=-\mathrm{Im}(d^*e-c^*f)\ /\sigma, \tag{21}$$

$$A_{mm}=\mathrm{Re}(a^*d+b^*c)\ /\sigma, \tag{22}$$

$$A_{ll}=-\mathrm{Re}(a^*d-b^*c)\ /\sigma\ . \tag{23}$$

由于库仑势是定域势，对张量项不产生影响，因而对 p－³He 弹性散射，应当注意将(15)式中的中心项和自旋依赖项按(2)式和(3)式的形式加以修正.

3　结果与讨论

应用 R－J 方法于 p－³He 弹性散射，$R_{cut}=7\mathrm{fm}$，分波数 $L=32$，计算了 200— 500MeV 的微分散射截面和自旋观测量，并与 V－P 方法的计算结果及实验结果作了比较. 图 1— 图 4 给出了 300 和 500MeV 的微分散射截面和自旋观测量作为动量转移 q 的函数的理论值和实验值. 其它能量的结果与此有相同的趋势. 图中实线是本文计算结果，虚线是 V－P 方法计算结果(来自文献[8])，实验数据取自文献[11]，[12]. 从图 1 微分散射截面的结果可以看出，V－P 方法在低动量转移区与实验符合较好，在 $q>3.5\mathrm{fm}^{-1}$ 的区域与实验偏离较大，而 R－J 方法直到 $q>4.5\mathrm{fm}^{-1}$ 的区域均与实验结果有较好的符合，特别是入射质子能量为 300MeV 的情况表现更明显些.

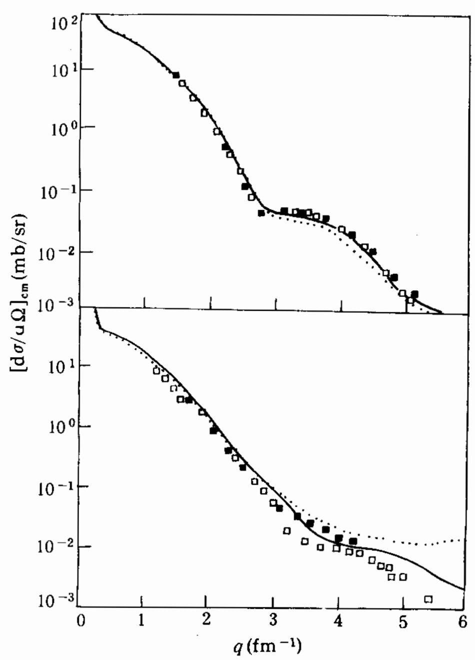

图 1　p－³He 弹性散射微分截面

上图 500MeV，下图 300MeV. 实线来自本文，点线来自文献[8]，实验点取自文献[11]，[12].

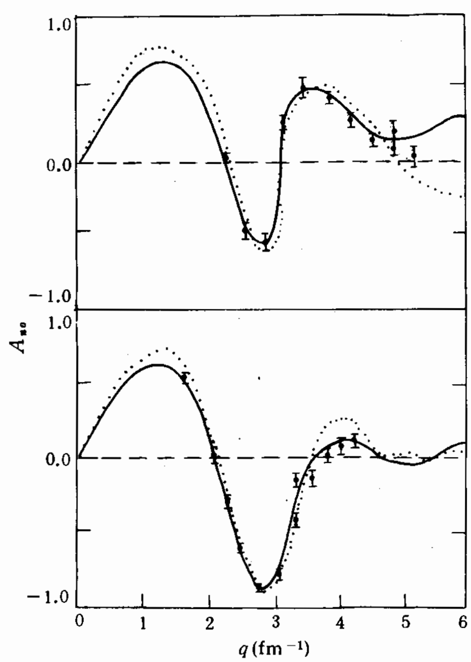

图 2　p－³He 弹性散射自旋观测量 Ano

上图 500MeV，下图 300MeV，实线来自本文，点线来自文献[8]，实验点取自文献[11]，[12].

图2 的自旋观测量A_{no}的结果在$q>3.5\mathrm{fm}^{-1}$的区域R−J 方法较V−P 方法有所改进，但在$q>4.5\mathrm{fm}^{-1}$的区域R−J 方法的结果也与实验结果有明显偏差.

图 3 显示出自旋观测量A_{on}. R−J 方法的结果似乎比 V−P 方法的结果更趋于实验点，但两种方法的结果均与实验结果有明显偏差.

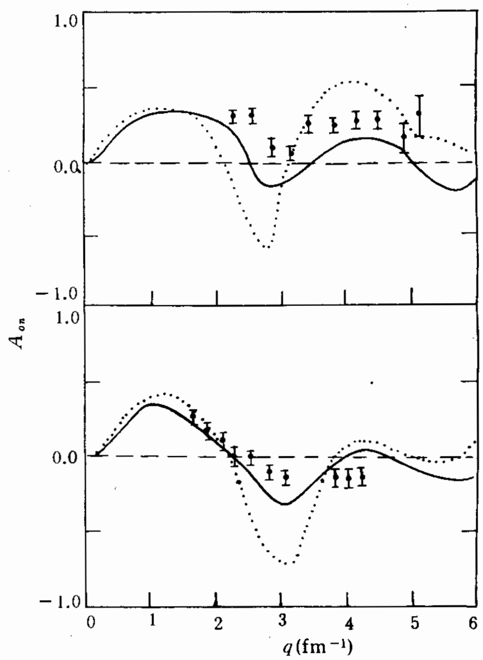

图 3 p−^{3}He弹性散射自旋观测量A_{on}

上图 500MeV，下图 300MeV. 实线来自本文，点线来自文献[8]，实验点取自文献[11]，[12].

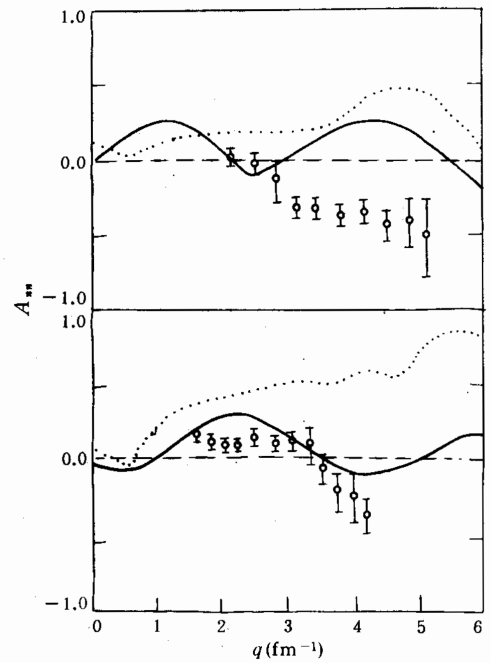

图 4 p−^{3}He弹性散射自旋观测量A_{nn}

上图 500MeV，下图 300MeV. 实线来自本文，点线来自文献[8]，实验点取自文献[11]，[12].

图4 给出了自旋观测量A_{nn}. 从图中可见500MeV 下两种方法的结果均与实验偏差较大，特别是在大动量转移区均与实验结果成相反趋势. 但在低动量转移区R−J 方法的结果似乎比 V−P 方法的结果好些. 300MeV 的情况显示出 R−J 方法的结果与实验符合稍好些，但仍存在偏差. 自旋观测量A_{ll}，A_{mm}；A_{lm}，A_{ml}，因尚无实验数据可以比较而没有给出图示.

要注意的是以上结果均选取两种方法中的最佳结果即$R_{\mathrm{cut}}=7\mathrm{fm}$，V−P 方法中$L=24$，R−J 方法中$L=32$.

由于在 R−J 方法中计算$T_{L\pm}(N)$所用的相移$\overline{\delta}_{L\pm}(N)$是 V−P 方法中的相移$\delta_{L\pm}(V_{\mathrm{N}}+V_{\mathrm{C};R_{\mathrm{cut}}})$与截断的点库仑相移$\delta_{L\pm}(V^{\mathrm{pt}}_{\mathrm{C};R_{\mathrm{cut}}})$之差，因而 R−J 方法中所计算的相移随分波数增加的收敛速度快於 V−P 方法. 而相移收敛速度正是在文献[8] 中所提到的选取R_{cut}的条件. 图 5 中给出了 500MeV 下$L=24$和$L=32$，$R_{\mathrm{cut}}=7\mathrm{fm}$时两种方法所计算的相移随分波数$L$的变化情况.

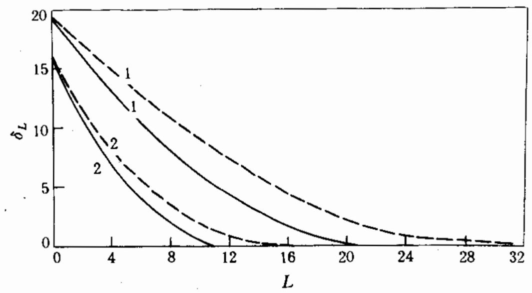

图5　p－^{3}He 弹性散射. 500MeV，$R_{cut}=7$fm 时的库仑修正的核相移随L 的变化

虚线是 V－P 方法，实线是 R－J 方法. 1 对应 $L=32$，2 对应 $L=24$.

综上所述应用 R－J 方法于 p－^{3}He 弹性散射在 $R_{cut}=7$fm，$L=32$ 时所得的结果在低动量转移区 $q<3.5\text{fm}^{-1}$ 的区域基本上与 V－P 方法一致，但在高动量转移区 $q>3.5\text{fm}^{-1}$ 的区域，微分散射截面，自旋观测量 A_{no}，A_{on} 较 V－P 方法的结果有较好的改进. 所得结论是对 R－J 工作的一个支持.

参　考　文　献

[1] Okubo, D. Feldman, *Phys. Rev.*, **117** (1960) 292.

[2] G. Fäldt, H. Pikuhn, *Phys. Lett.*, **B40** (1972) 613.

[3] E. O. Alt, W. Sandhas, *Phys. Rev.*, **C21** (1980) 1733.

[4] E.O.Alt, W. Sandhas, H. Ziegelman, *Nucl. Phys.*, **A445** (1985) 429.

[5] C. M. Vincent, S. C. Phatak, *Phys. Rev.*, **C10** (1974) 391.

[6] A. Pickiesimer, P. C. Pandy, R. M. Thler *et al.*, *Phys. Rey.*, **C30** (1984) 1861.

[7] H. F. Arellano, F. A. Brieva, W. G. Love, *Phys. Rev.*, **C41** (1990) 2188.

[8] 宋桂莲、孙太怡、张炎勋，高能物理与核物理，**17** (1993) 763.

[9] R. Crespo, J. A. Tostevin, *Phys. Rev.*, **C41** (1990) 2615.

[10] R. H. Landau, M. Sagen, G. He, *Phys. Rev.*, **C41** (1990) 50.

[11] D. K. Hasell *et al.*, *Phys. Rev.*, **C34** (1986) 236.

[12] O. Häusser, Proccedings, PARIS90, Editions Frontieres (Gif-Sur-Yvette 1990).

Treatment of Coulomb Interaction in Momentum Space for p$-{}^3$He Elastic Scattering

Yang Jingkui Xu Yinfu Song Guilian

(*Department of Physics, Harbin Normal University, Harbin* 150080)

Received 31 March 1995

Abstract

Applying the method proposed by R. Crespo and J. A. Tostevin to p$-{}^3$He elastic scattering, we study the treatment of Coulomb interaction of momentum space. The differential cross sections and spin observables at 500 and 300 MeV are calculated with R=7fm. The present results are compared with those given in V$-$P method. It shows that the applicable range of angular momentum and momentum transfer in R$-$J method are wider than those in V$-$P method.

Key words elastic scattering, momentum space, Coulomb interaction.