

非间断面的锋面坡度公式及其应用

王文如 侯少众 (辽阳市气象局 111000)

1 引言

尽管实际的锋并不是温度的零级或一级不连续面,但为了数学处理方便,以往推导锋面坡度公式时,总是理想化地把锋当做温度或温度导数的不连续面,所得锋面坡度公式是近似公式,虽然可以解释锋面附近的风场,但不能解释锋面附近的垂直运动。锋附近的垂直运动被认为是暖空气沿锋面的滑升,但是什么过程产生了锋附近的滑升运动,一直没有明确的理论解释,使锋面云雨的预报限于纯经验性的水平上,难免带有盲目性,这个问题的解决一直为气象工作者所关注。本文抛开间断面假定,通过分析锋面倾斜的过程,推导出非间断面的锋面坡度公式。该式不但可以解释锋面附近的风场,更重要的是它可以给出锋面滑升运动的物理过程,指出了锋面滑升运动与锋面坡度、锋面强度及锋区温度平流等之间的内在关系,对锋面滑升运动有了本质的认识。从而为锋面云雨预报提供了理论依据,在实际锋面云雨预报中有明确的指导作用。此外,该式不但适用于非间断面,也适用于间断面,它较马氏公式更准确、更普遍,马氏公式只是它的一个特例。

2 非间断面的锋面坡度公式的推导

所谓非间断面,是指温度及其导数通过锋区均是连续的。设初始锋区与地面垂直(图1中E、F间为锋区),由于E、F之间温度水平不均一,由静力学关系,则E、F之间气压也出现水平不均一,且锋区中等压面的倾斜越向上越明显。设锋区由相同质点组成,在水平气压力作用下,E、F之间的质点将产生垂直锋区方向的水平运动,由于锋区中不同高度的质点水平位移不相等,导致锋区倾斜,直至平衡状态为止。

取右手螺旋坐标,设x轴垂直锋区,x轴正方向指向锋移动方向(冷锋由冷指向暖,暖锋由

暖指向冷)。在锋区中任取一个与锋区平行的平面MN,设MN为物质面,锋区倾斜后,MN也随之倾斜到M'N',M'N'的坡度即锋区的坡度(图1)。

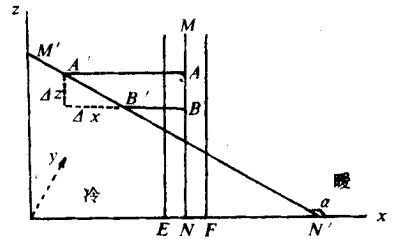


图1 锋面倾斜示意图

设M'N'与x正方向夹角为 α (冷锋 $\alpha > 90^\circ$ 、暖锋 $\alpha < 90^\circ$),在MN上任取相近两点A、B,锋面倾斜后,A移到A',B移到B',则

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta Z}{AA' - BB'} \quad (1)$$

其中,AA'、BB'分别为A、B两点在x方向的位移,位移与x同向为正值,反向为负值。由位移与速度的关系和不计摩擦的运动方程得到质点在x方向的位移S为

$$S = \int_0^t U_x dt - \frac{1}{f} [v(t) - v(0)]$$

设初始时刻大气静止,即 $v(0) = 0$,则

$$S = \int_0^t U_x dt - \frac{v}{f}, \text{ 则}$$

$$AA' - BB' = \int_0^t (u_{xA'} - u_{xB'}) dt - \frac{1}{f} (u_{xA'} - u_{xB'}) \quad (2)$$

由图1知,其中

$$u_{gA'} - u_{gB'} = \frac{\partial u_g}{\partial x} \Delta x \quad (3)$$

$$u'_A - u'_B = \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{g \Delta Z}{fT} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4)$$

将式(2~4)代入式(1)整理得

$$\operatorname{tg} \alpha = - \frac{fT}{g} \frac{\partial T}{\partial x} \left(f + \frac{\partial v}{\partial x} - \int_0^t \frac{\partial u_g}{\partial x} dt \right) \quad (5)$$

式(5)就是非间断面的锋面坡度公式,其中 g 为重力速度, T 为锋面 ($M'N'$) 上某点的温度, f 为该点的地转参数, $\partial T/\partial x$ 为该点的水平温度梯度(即锋区在该点的强度), $\partial v/\partial x$ 为该点平行锋面方向风速的相对涡度, $\partial u_g/\partial x$ 为该点垂直锋面方向地转风的散度。积分下限为锋面由垂直开始倾斜的时刻;积分上限为锋面生命史中任一时刻; $\operatorname{tg} \alpha$ 为 t 时刻锋面在该点的坡度。式(5)中最后一项可正可负,称为摆动项。

3 非间断面的锋面坡度公式与马氏公式的比较

由马氏公式所得的种种有意义的结果,同样可以由式(5)得到。此外,式(5)与马氏公式尚有若干差别。

3.1 马氏公式是式(5)的特例。当锋区宽度无限变窄最后趋于一个面时,则锋区的水平温度梯度趋于无穷大。这时,对式(5)取极限,则式(5)第1、第3项为零,第2项为 $-fT/g \cdot \Delta v/\Delta T$, 这就是马氏公式的值。所以马氏公式仅仅是式(5)的一个特例,式(5)较马氏公式更有普遍性。

3.2 两式的值不同。不考虑式(5)中的摆动项,以冷锋为例,比较一下两式的大小。例如: $\varphi = 45^\circ \text{N}$, $T = 280 \text{K}$, ① $\partial T/\partial x = 10^\circ/10^5 \text{m}$, $\partial v/\partial x = 20/10^5 \text{s}$ 。按马氏公式, $\operatorname{tg} \alpha = -1/178$; 按式(5), $\operatorname{tg} \alpha = -1/119$ 。② $\partial T/\partial x = 5^\circ/10^5 \text{m}$, $\partial v/\partial x = 10/10^5 \text{s}$ 。按马氏公式, $\operatorname{tg} \alpha = -1/178$; 按式(5), $\operatorname{tg} \alpha = -1/90$ 。冷锋坡度平均为 $1/100$, 这个值更接近式(5)的值,所以式(5)较马氏公式

更准确。

3.3 两式给出的风场不同。按马氏公式,锋面风场必定是气旋性的,而式(5)指出,锋面风场一般是气旋性的,但也不排除是反气旋性的。不考虑摆动项,由式(5)得

$$\frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot g \cdot \frac{\partial T}{\partial x}}{fT} - f \quad (6)$$

若 $\partial v/\partial x < 0$, 则

$$- \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{\partial T}{\partial x} < \frac{f^2 T}{g} \quad (7)$$

当锋面坡度和锋面强度满足式(7)时,则锋面风场就为反气旋性的。

3.4 两式的功能不同。我们将看到,式(5)可以给出产生锋面滑升运动的具体物理过程,因而式(5)对锋面云雨预报有明确而具体的指导作用。马氏公式较式(5)缺少了地转涡度项和摆动项,使得马氏公式没有这种能力。这是两个公式间最重要的差别,也是式(5)较马氏公式更有意义的地方。

4 产生锋面滑升运动的物理过程

一般认为锋面为物质面,暖空气沿锋面滑升速度为 $w' = (u_N - C) \operatorname{tg} \alpha$, 其中 u_N 为暖空气的垂直锋面方向的风速, C 为锋面移速。对暖锋,总有 $\operatorname{tg} \alpha > 0$, $u_N > C$, 所以暖锋的暖空气为上滑。对冷锋,总有 $\operatorname{tg} \alpha < 0$, 当 $u_N < C$ 时,暖空气上滑;当 $u_N > C$ 时,暖空气下滑。冷锋总有 $u_L > C$, 当 $u_N < C$ (上滑)时,必有 $u_N < u_L$, 即若冷锋暖空气上滑,必是垂直锋面方向的风速为辐合;当 $u_N > u_L$ 时,必有 $u_N > C$ (下滑), 即若垂直锋面方向的风速为辐散,冷锋暖空气必下滑。总之,垂直锋面方向的风速散度是决定冷锋暖空气滑升运动的条件, $\partial u/\partial x$ 为辐合才能上滑;辐散必下滑。

由于暖锋总为上滑运动,而冷锋分上滑与下滑两种。下面主要研究冷锋在什么情况下为上滑,在什么情况下为下滑。

由不计摩擦的运动方程和地转风散度为

零,得

$$\frac{\partial u_g}{\partial x} = - \left[\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{f} \frac{du}{dt} \right) \right] \quad (8)$$

将式(8)代入式(5)得

$$\begin{aligned} \text{tg} \alpha = & - \frac{fT}{g \frac{\partial T}{\partial x}} \left(f + \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + f \int_0^t \frac{\partial v}{\partial y} dt \right) \\ & + \frac{u}{f} \frac{\partial f}{\partial y} \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)是非间断面的锋面坡度公式的又一表达式。将 T 、 g 视为常数,对式(9)取微分得

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(f + \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = & - \frac{g}{T} \frac{d}{dt} \\ \left(\frac{1}{f} \text{tg} \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{d}{dt} \left(f \int_0^t \frac{\partial v}{\partial y} dt \right) - \frac{d}{dt} \\ \left(\frac{u}{f} \frac{\partial f}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

引进简化的涡度方程

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(f + \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) = & - f \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ - \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial x} u_g \end{aligned} \quad (11)$$

将式(11)代入式(10),略去量级小的项,得

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{g}{f^2 T} \frac{d}{dt} (\text{tg} \alpha \cdot \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial x} u_g \quad (12)$$

式(12)就是诊断锋面滑升运动的公式。

4.1 锋面滑升运动并不直接决定于锋面坡度本身,而是决定于锋面坡度的变化。若锋面强度不变,锋面坡度增大时,冷锋暖空气上滑;否则下滑。滑升强度与锋面强度成正比。例如,锋面移动中遇山阻挡后,降水加强,就是其坡度增大的结果。锢囚锋降水加强也是同理。

4.2 锋面滑升运动并不直接决定于锋面强度本身,而是决定于锋面强度的变化。若锋面坡度不变,当锋面强度加强时,冷锋暖空气上滑;否则下滑。滑升强度与锋面坡度成正比。例如汇合气流或鞍形场中的锋区降水加强。就是锋面

强度加强的结果。

4.3 若锋面坡度和强度都变,当锋面坡度和锋面强度之积增大时,冷锋暖空气上滑;否则下滑。

4.4 若锋区为暖平流,则暖空气上滑;否则下滑。暖锋暖平流越强,上滑作用越大;冷锋冷平流越强,下滑作用越大。

上述结果指出了产生锋面滑升运动的具体物理过程,揭示了锋面滑升运动与锋面性质之间的内在关系,这是非间断面的锋面坡度公式的一个重要应用结果,它对锋面云雨预报有明确的指导作用。

5 锋面滑升运动的分析

锋面滑升运动是锋面云雨的重要成因。式(12)为锋面滑升运动的分析提供了依据。日常工作中不计算锋面坡度和锋面强度的大小,为了分析式(12)中锋面坡度和强度的变化,首先对式(5)取微分,并略去量级小的项,得

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\text{tg} \alpha \cdot \frac{\partial T}{\partial x}) = & \frac{f^2 T}{g} \frac{\partial u_g}{\partial x} \\ - \frac{fT}{g} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

由于锋面为物质面,式(13)中的个别变化近于锋面上的变化。式(13)指出:当锋区中垂直锋面方向的地转风为辐合时,锋面坡度或强度增大;反之减少。这就是式(5)中摆动项的作用,摆动项本身可能不大,但它对锋面滑升运动却起着非常重要的作用,正像非地转偏差虽小,但对产生垂直运动非常重要一样。所以从动力角度看,式(5)中的摆动项不是可有可无的。当锋区中的相对涡度增大时,锋面坡度或强度增大;反之减少。

将式(13)代入(12),得

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_g}{\partial x} - \frac{1}{f} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial x} u_g \quad (14)$$

对式(14)右边3项分别分析,最后根据3项综合结果确定锋面滑升运动。

式(14)右边后2项可以根据形势直接定性分析,而第1项($\partial u_g / \partial x$)只有锋区为明显的散

度场,例如鞍形场、汇合气流等时,才能直接根据形势分析。一般的锋面形势,锋区中的 $\partial u_g/\partial x$ 是辐合还是辐散,不易直接从形势上分析。为此,需将 $\partial u_g/\partial x$ 作变换,由式(3)知, $\partial u_g/\partial x = (u_{gA'} - u_{gB'})/\Delta x$,其中 $\Delta x = x_{A'} - x_{B'}$ (图1)。则式(14)变为

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{gA'} - u_{gB'}}{\Delta x} - \frac{1}{f} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial x} u_g \quad (15)$$

式(15)右边3项均可根据天气形势做定性分析。

5.1 $(u_{gA'} - u_{gB'})/\Delta x$ 的分析。对冷锋, $\Delta x < 0$,当 $u_{gA'} > u_{gB'}$ 时,锋面产生上滑运动;反之产生下滑运动。不同锋面形势其 $u_{gA'}$ 与 $u_{gB'}$ 的差是不同的,则其滑升运动不同,所以天气也不同。例如:

5.1.1 气旋冷锋。处在锋面气旋第2象限的冷锋,地面锋区吹东或东北风,风向近于平行锋面,地面锋区中垂直锋方向的地转风(u_g)很小;而高空锋区为槽前冷平流,高空锋区中垂直锋方向的地转风(u_g)较大,所以 $u_{gA'} > u_{gB'}$ (图2)。锋面产生上滑,云雨强烈。处在气旋第3象限的冷锋,地面锋区中等压线与锋交角较大,气旋底部锋区中等压线与锋交角近于垂直,地面锋区中垂直锋方向的地转风(u_g)较大,所以 $u_{gA'}$ 和 $u_{gB'}$ 相近甚至 $u_{gB'} > u_{gA'}$ (图2)。锋面产生微弱上滑甚至下滑,云雨较弱甚至无降水。在日常预报中,要特别注意锋面气旋中心的位置,若未来锋面气旋中心处在场的南面时,本场将受气旋第2象限冷锋影响,云雨强烈;若未来锋面气旋中心处在场的北面时,本场将受气旋第3象限冷锋影响,云雨较弱或无降水。

5.1.2 倒槽冷锋。地面锋区吹偏东风,风向近于平行锋面,地面锋区中垂直锋方向的地转风(u_g)较小,而高空锋区中为槽前冷平流,高空锋区中垂直锋方向的地转风(u_g)较大。所以 $u_{gA'} > u_{gB'}$ (图3)。锋面产生上滑,云雨强烈。此外,当 $u_{gA'} > u_{gB'}$ 时,冷锋的冷平流将由下向上加强,实例分析表明,当冷锋24小时降温由

850hPa到700hPa是向上增大时,锋面云雨强;反之云雨弱。所以也可以根据锋区变温的垂直分布分析冷锋的滑升运动及天气。

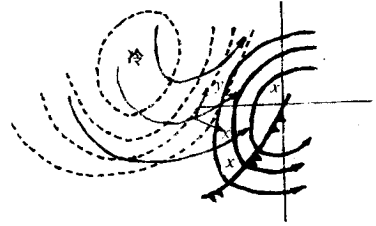


图2 气旋冷锋示意图

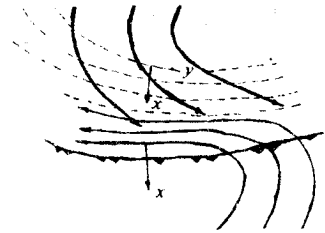


图3 倒槽冷锋示意图

5.2 锋区中相对涡度变化的分析。当锋区中相对涡度增大时,锋面产生上滑;反之产生下滑。所以当锋面气旋加深时,锋面产生上滑;反之产生下滑。高空槽前的梯度风辐散有利槽前下方气旋发展,所以当层锋区处在高空槽前时,有利暖空气上滑;下层锋区处在高空槽后时,锋区反气旋发展,暖空气下滑。

5.3 温度平流的分析。当锋区为暖平流时,锋面产生上滑;当锋区为冷平流时,锋面产生下滑。冷锋为冷平流,冷平流越强,下滑越强,所以冷锋要产生强云雨天气,其冷平流不能过强。温度平流可直接根据温压场配置做定性分析。

5.4 摩擦力的分析。前面讨论中均未考虑摩擦力的作用,近地面层需考虑摩擦作用。

5.4.1 平行锋面方向摩擦力的作用。考虑摩擦力后,可以得到非间断面的锋面坡度公式

$$\text{tg}\alpha = - \frac{f + \frac{\partial v}{\partial x} - \int_0^t \frac{\partial u_g}{\partial x} dt}{\frac{g}{fT} \frac{\partial T}{\partial x} - \int_0^t \frac{\partial F_y}{\partial z} dt} \quad (16)$$

由式(16)知,平行锋面方向的摩擦力(F_y)使锋面坡度变小,锋面产生下滑运动。

(下转第33页)

(上接第9页)

5.4.2 垂直锋面方向摩擦力的作用。垂直锋面方向的摩擦力使冷锋坡度增大,使冷锋产生上滑运动。冷锋移速越快,摩擦力就越大,产生的上滑作用就越强(如第2类冷锋)。摩擦力只存在于近地面层,如果没有空中的滑升,它不能产生系统性降水,但当层结不稳定时,它可起到启动作用,产生不稳定天气。

对暖锋,垂直和平行锋面方向的摩擦力均使其坡度变小,产生下滑作用。

总之,凡是使锋面坡度增大或强度加强(锋区垂直锋方向的地转风为辐合,锋区相对涡度增大)、锋区为暖平流的形势,则锋面产生上滑运动;反之产生下滑运动。

实例分析表明,上述结果是与实际相等的(实例略)。

6 小结

6.1 本文推导出了非间断面的锋面坡度公式,它既适用于非间断面的情形,也适用于间断面的情形,马氏锋面坡度公式只是它的一个特例。

6.2 非间断面的锋面坡度公式不但可以解释锋面附近的风场,更主要的是它能解释锋面滑升运动,应用该式求得了锋面滑升运动与锋面性质之间的关系,从而对锋面的锋面滑升原因有了理论认识。并据此提出了锋面滑升运动的分析方法。

6.3 对诸如地形阻挡、摩擦力等对锋面天气的作用有了理论解释。